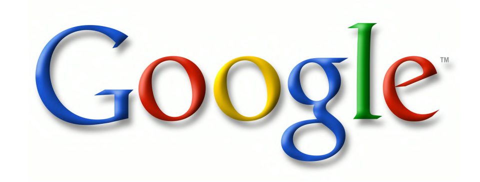
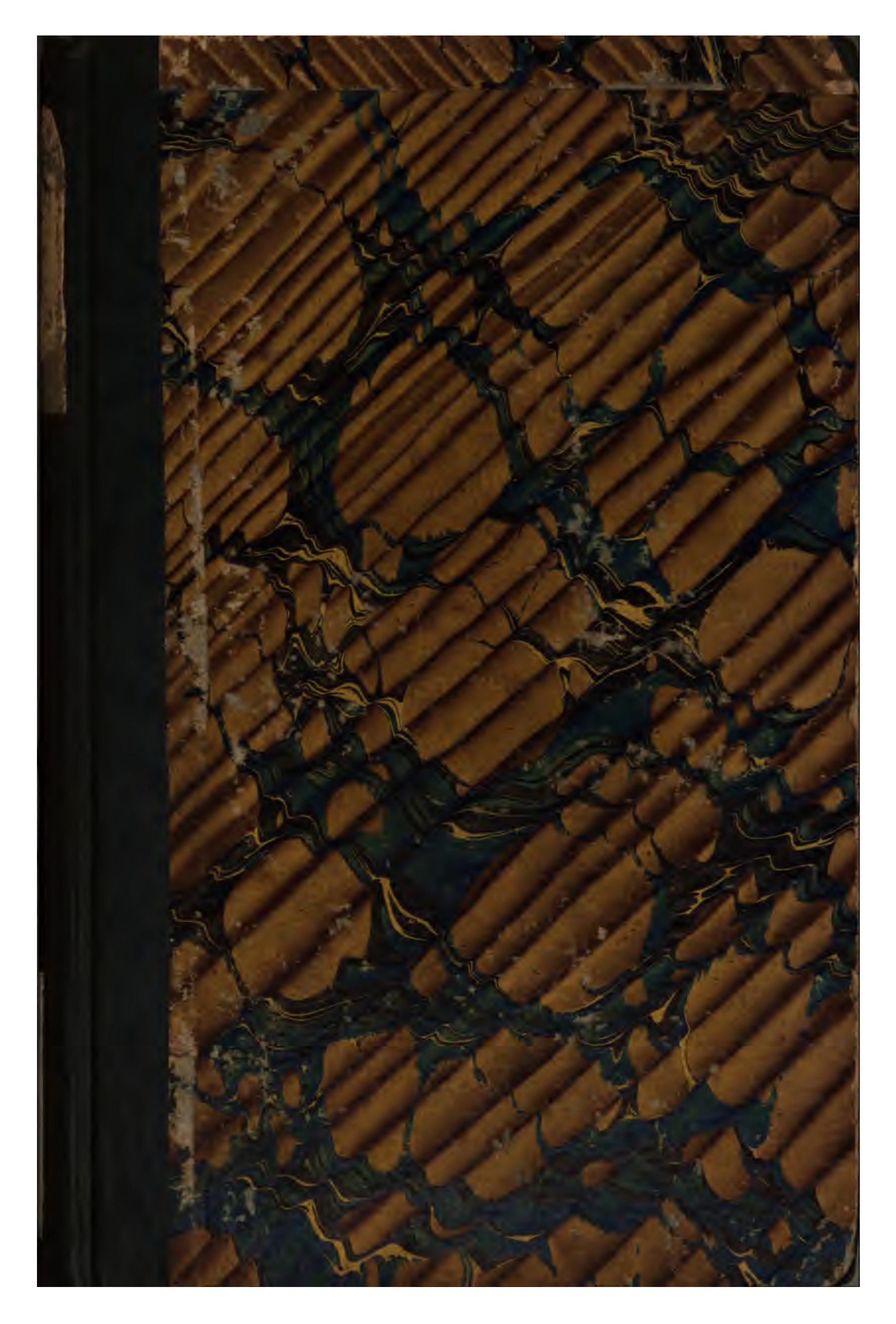
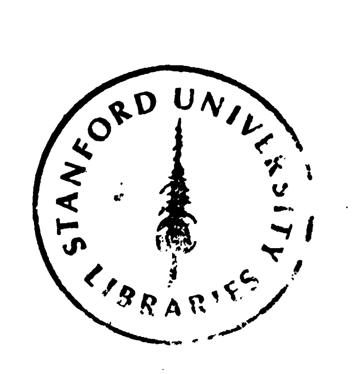
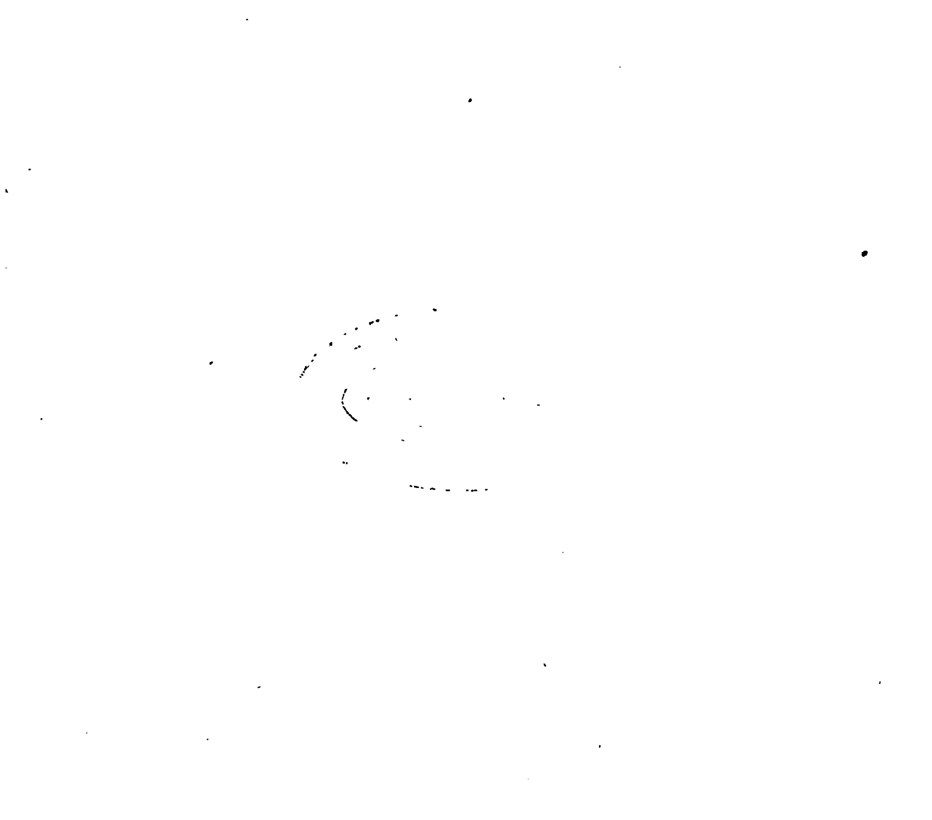








JOURNAL

DES

SCIENCES MILITAIRES.

Imprimerie de Fain,
Rue Racine, 4.

JOURNAL

DES

SCIENCES MILITAIRES

DES

ARMÉES DE TERRE ET DE MER,

PUBLIÉ PAR

J. CORRÉARD J[NE],

ANCIEN INGÉNIEUR.



DEUXIÈME SÉRIE. — TOME XV.

12[e] ANNÉE.



PARIS.

CORRÉARD JEUNE, DIRECTEUR DU JOURNAL,

RUE DE TOURNON, 20.

—

1836.



JOURNAL



DES

ARMÉES DE TERRE ET DE MER.

ESSAI SUR L'ORGANISATION

DE L'ARTILLERIE

ET SON EMPLOI DANS LA GUERRE DE CAMPAGNE.

Première partie.

Matériel (1er article).

PRÉCIS HISTORIQUE SUR LA COMPOSITION DE L'ARTILLERIE.

Si l'on désigne en général par le mot artillerie l'art de construire, de conserver et d'employer les machines de guerre, on peut dire que son origine remonte à la plus haute antiquité. En effet, les Assyriens, les Égyptiens, les Juifs, les Perses, les Grecs et les Romains firent usage de diverses machines, telles que les béliers destinés à ébranler et à renverser les murailles; les catapaltes, les balistes ou onagres, propres à lancer des pierres, des matières combustibles, etc. Ces deux dernières espèces de machines servaient dans les batailles. On les plaçait ordinairement derrière les hommes pesamment armés, et elles lançaient au-dessus d'eux leurs projectiles. Quelquefois encore on les plaçait sur les ailes des corps de troupes ou sur des hauteurs dominant la campagne, enfin dans

tous les lieux où elles pouvaient produire un bon effet. Mais quelque perfection qu'on apportât dans la construction et dans l'emploi de ces machines, elles ne jouaient qu'un rôle très-secondaire dans les batailles; et, malgré les assertions de quelques écrivains enthousiastes des armes anciennes, elles ne pouvaient entrer en aucune comparaison avec les armes actuelles, ni même avec celles dont l'usage a suivi de près l'invention de la poudre, bien qu'à cette époque l'artillerie fût encore dépourvue de cette mobilité qui fait aujourd'hui un de ses principaux avantages.

Introduction de l'artillerie dans les armées.

Les anciens écrivains ne sont pas bien d'accord sur l'époque où parurent les premières bouches à feu. Il est toutefois avéré que la France en possédait devant Puy-Guillaume, en 1338 : Villaret prétend en outre qu'il en existait déjà à Amberg (haut Palatinat) dès l'année 1301 ; ainsi, le premier usage de ces machines de guerre modernes daterait du commencement du quatorzième siècle.

Dans l'origine, les bouches à feu eurent à peu près la forme que l'on donne aujourd'hui aux mortiers. Elles furent sans doute composées d'abord de tubes en bois cerclés en fer. Ensuite on les construisit au moyen de barres de fer brasées dans le sens de leur longueur et renforcées par des cercles de même métal : mais ces dernières bouches à feu étant très-sujettes à se fendre, on fut conduit à les fabriquer avec de la fonte, en employant successivement le fer et le bronze.

Ces nouvelles machines de guerre, qu'on appelait

bombardes, étaient transportées sur des voitures; et l'on construisait, pour s'en servir, des échafaudages en charpente d'une forme particulière. Destinées à remplacer l'effet qu'on avait autrefois obtenu des balistes, pour lancer de gros blocs de pierres, elles eurent d'abord des dimensions qui les rendirent très-lourdes et très-difficiles à manœuvrer. Ce fut, dit-on, avec des bouches à feu de cette espèce que Mahomet II lança, devant Constantinople en 1453, des blocs de pierres du poids de deux cents livres : elles pouvaient à peine tirer quatre coups dans une journée (1).

En admettant ce fait comme certain, il prouve que l'artillerie était encore dans l'enfance, quoique plus d'un siècle se fût déjà écoulé depuis l'invention de la poudre. Dans ces temps d'ignorance, les arts ne faisaient que des progrès très-lents, et l'usage des bouches à feu tarda beaucoup à devenir général. Aussi les premières fonderies en Allemagne ne s'établirent-elles qu'en 1440 : encore, à cette époque, n'y avait-il que quelques grandes villes et des princes riches qui possédassent une ou deux grosses bouches à feu (2).

Toutefois, vers la fin du quinzième siècle, c'est-à-dire cent cinquante ans environ après l'invention des premières bouches à feu, on en avait déjà coulé en fer et en bronze ; et, au lieu des échafaudages informes sur lesquels on les avait montées dans l'origine, on se servait d'affûts à roues, qui à la vérité différaient beaucoup de ceux dont on se

(1) Traité de l'organisation et de la tactique de l'artillerie, par Grewenitz.

(2) Id. par id.
Cet ouvrage a été traduit de l'allemand par le général Ravichio.

sert aujourd'hui, mais qui rendaient cependant possible leur emploi dans la guerre de campagne (1).

Ce furent les Français qui, dans l'année 1494, présentèrent pour la première fois sur le champ de bataille de l'artillerie ainsi perfectionnée. Charles VIII fit son incursion en Italie avec un grand nombre de canons en bronze qui pouvaient se charger assez promptement, et avec lesquels on pouvait déjà tirer plus de coups en quelques heures qu'on n'en avait auparavant tiré en plusieurs jours. Ces bouches à feu, attelées avec des chevaux, pouvaient suivre les mouvements de l'armée, passer les Alpes et les Apennins, tandis que celles des Italiens étaient encore pesamment attelées avec des bœufs (2).

Aussi l'artillerie française produisit-elle un effet inconnu jusqu'alors, et qui frappa l'armée ennemie de surprise et d'épouvante. Instruits par leurs revers, les Italiens cherchèrent à améliorer leur système d'artillerie; les Vénitiens furent les premiers qui, au commencement du seizième siècle, établirent des écoles. D'un autre côté, Machiavel proposa des ordres de bataille destinés à affaiblir la prépondérance de l'artillerie. Il conseillait de placer de la cavalerie légère sur les ailes de l'armée et de lui faire commencer l'attaque, en se portant rapidement sur les canons ennemis pour les enlever. Les préceptes qu'il donne en cette occasion prouvent combien l'artillerie d'alors était encore loin d'avoir atteint la mobilité désirable, et combien son usage était restreint. En effet, les différentes pièces marchant toujours réunies sous les or-

(1) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Greweuitz.

(2) Traité. Id. par id.

dres du chef de l'artillerie, les mouvements ne s'opéraient que lentement, et toute la tactique d'alors se bornait à occuper des positions (1).

Composition du matériel de l'artillerie avant l'année 1732.

Quoique dès le commencement du seizième siècle on eût beaucoup cherché à alléger et à perfectionner le matériel de l'artillerie, on avait encore généralement des canons trop lourds. Les historiens citent en effet plusieurs canons ou mortiers qui lançaient des projectiles de 80 à 100 livres; et l'on dit même que Louis XI en fit fabriquer un, destiné à lancer un projectile de 500 livres (2). Mais à mesure qu'on s'éclaira par l'expérience de la guerre, on sentit la nécessité d'avoir des bouches à feu moins pesantes et plus maniables. La lutte très-acharnée qui eut lieu entre François I[er] et Charles-Quint fut très-favorable aux progrès de l'art. On commença dès lors à fixer les proportions entre la longueur, l'épaisseur et le calibre des bouches à feu; on examina les qualités que doivent avoir les parties constituantes de la poudre, dont on améliora la fabrication; on s'appliqua à établir des rapports convenables entre la charge de poudre et le poids du projectile; enfin on adopta de meilleurs procédés dans les fonderies. On simplifia aussi peu à peu le matériel, en diminuant la diversité des bouches à feu, et le

(1) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Grewenitz.

(2) La couleuvrine d'Erhenbreitstein, qui a été coulée en 1578 et se trouve encore à l'arsenal de Metz, est du calibre de 141 livres, et pèse environ 12000 kilogrammes.

nombre des calibres. L'édit rendu à Blois en mars 1574 réduisit les 17 calibres français qui existaient alors aux suivants :

DÉSIGNATION des bouches à feu.		LONGUEUR de la bouche à feu.		POIDS de la bouche à feu.	POIDS du projectile.	Observations.
		p.	po	k.	k.	
Le canon de brèche		10	6	5150	33 1/2	La charge de poudre était réglée aux $\frac{2}{3}$ du poids du projectile.
Les couleuvrines	grande.	11	0	3700	16 1/2	
	bâtarde.	9	6	1850	7 1/2	
	moyenne.	8	6	800	2 1/2	
Le faucon		7	6	650	1 1/2	
Le fauconneau		6	6	350	0 3/4	

Vers cette époque et même jusqu'à la fin du seizième siècle, l'artillerie allemande employait encore dans ses équipages neuf espèces de bouches à feu. Elles étaient généralement beaucoup plus pesantes que les bouches à feu françaises des calibres correspondants. Leurs charges de poudre étaient réglées à la moitié du poids des projectiles.

Indépendamment des améliorations précitées, cette époque en vit encore naître plusieurs autres assez remarquables. La guerre que les Pays-Bas soutinrent pour la liberté et l'indépendance perfectionna sensiblement le tir des feux courbes et la confection des artifices de guerre ; elle fournit aussi l'occasion d'augmenter l'effet de la mitraille. Il paraît même que l'on commença dès lors à employer des cartouches, afin de pouvoir tirer plus rapidement. L'emploi des boulets rouges, quoique ancien, devint dans cette guerre plus général, ainsi que le tir des boulets incendiaires et des bombes (1). Selon

(1) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Grewenitz.

quelques auteurs allemands, ces dernières n'auraient été inventées que vers la fin du seizième siècle, et employées pour la première fois dans la Gueldre en 1588 (1). Mais si l'on en croit l'auteur du Dictionnaire des siéges et des batailles, Jean Bureau, grand maître de l'artillerie de France, avait, dès l'année 1452, fait usage, au siége de Bordeaux, de projectiles semblables nouvellement inventés par cet habile homme de guerre.

A la fin du seizième siècle, les bouches à feu se chargeaient encore au moyen de la lanterne, et l'on transportait les boulets ainsi que la poudre dans des tonneaux particuliers à la suite des bouches à feu : on introduisait du pulverin dans la lumière ; on pointait avec des coins de bois assujettis à l'affût par des chaînettes. Tout cela exerçait sans doute une grande influence sur la tactique de l'artillerie, dont les mouvements et le feu devaient être très-lents dans les batailles (2). Aussi son importance n'était-elle pas encore généralement bien appréciée dans la guerre de campagne, et les armées ne traînaient-elles qu'un petit nombre de bouches à feu à leur suite.

Il est bon de noter encore, comme une des causes qui durent arrêter l'essor de l'artillerie à la fin de ce siècle et dans les premières années du suivant, la nature des bouches à feu dont on faisait alors généralement usage. Les unes étaient trop pesantes, et montées sur des affûts trop matériels et trop peu roulants pour ne pas entraver la marche des troupes : et celles qui, comme les couleuvrines moyennes, les faucons et les fauconneaux étaient

(1) Traité élémentaire d'artillerie, par Decker; ouvrage traduit de l'allemand, par le général Ravichio.

(2) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Grewenitz.

assez légères pour se prêter à la rapidité des manœuvres, avaient un calibre trop faible pour produire beaucoup d'effet.

On employait aussi dans cette période des mortiers de tous les calibres, depuis celui de six pouces jusqu'à celui de 12 pouces. Mais leur usage dans la guerre de campagne devait se réduire à l'attaque des postes et à la défense des lignes retranchées. Enfin, les canons de 24, dont l'introduction datait de 1581, ne pouvaient être utilisés que dans une guerre de siéges.

Ce fut Gustave-Adolphe qui, par l'organisation de son artillerie régimentaire, montra le premier tout l'usage que l'on pouvait tirer de l'artillerie dans les batailles. Il remplaça les canons de cuir (1), dont les Suédois s'étaient servis dans la guerre de Pologne, par des canons de 4 en fer. Ces pièces, qu'on attelait de deux chevaux, avaient 4 pieds ou 16 calibres de longueur; leur poids était de 625 livres, et elles pouvaient tirer 3 coups dans le temps qu'il fallait pour en tirer un avec un mousquet. En 1630, chaque régiment suédois avait deux de ces pièces, qui se trouvaient sous les ordres immédiats du colonel (2).

Dans l'origine, ces canons n'étaient destinés qu'à tirer

(1) Ces canons étaient composés d'un cilindre de bronze, n'ayant pour épaisseur que le 1/4 du calibre. Il était renforcé par plusieurs cercles en fer; ainsi préparé, il était entortillé de cordages de manière à lui donner une épaisseur égale { a un calibre au 1er renfort / aux 3/4 id. id. à la volée } Tout cet appareil était ensuite recouvert d'une peau corroyée. Ces bouches à feu furent abandonnées vers la fin de la guerre de 1628 à 1631, parce qu'elles s'échauffaient trop rapidement, ce qui obligeait a les laisser refroidir, après qu'elles avaient tiré seulement 10 à 12 coups.

(2) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Grewenitz.

à mitraille, genre de tir déjà connu, mais jusque-là non usité dans la guerre de campagne : on ne tarda pas à les employer pour le tir à boulet.

Comme on ne chargeait encore qu'à l'aide de la lanterne, l'exécution du tir en devenait très-lente, ce qui privait d'un des principaux avantages du tir à mitraille. C'est pourquoi on introduisit l'usage des gargousses pour les pièces de petit calibre. Elles consistaient, dans le principe, en boîtes de bois tournées, plus tard on les confectionna en grosse toile, et on leur adapta le boulet, que l'on y assujettit au moyen d'un lien de fil d'archal. Cette disposition fut, dans la suite, commune à toutes les bouches à feu de campagne (1).

Gustave-Adolphe sut bien apprécier toute la puissance de l'artillerie, et en fit un brillant usage en plusieurs circonstances. Il augmenta beaucoup le nombre des bouches à feu dans ses armées. Ce fut lui qui commença à répartir l'artillerie, en fortes batteries, sur les ailes et au centre de la ligne.

Après la mort de ce grand homme, les généraux formés à son école continuèrent à tirer un bon parti de leur artillerie encore assez nombreuse, et cet exemple fut suivi par les premiers généraux des autres puissances belligérantes. Mais dans les guerres de 1644 et 1645, on commença à diminuer la force des équipages : toutefois, cet état de choses ne dura pas très-longtemps, puisque dans les guerres qui eurent lieu vers la fin du 17[e] siècle, on revint encore à employer beaucoup d'artillerie dans les armées.

(1) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Grewenitz.

Cette dernière période vit introduire successivement dans l'artillerie, savoir ;

1° en 1674.	Les mortiers à la Coëhorn, dits de 16 et de 8, et dont les calibres étaient respectivement de 5 po. 4 l. et de 4 po. 10 l. (1).
2° en 1691.	Les mortiers à la Comminges, dont l'âme avait 18 po. de diamètre et qui lançaient des bombes de 500 livres (2).
3° en 1693.	Le mortier à grenade ou à perdreaux, qui se composait réellement de 14 mortiers dont 1 du diamètre de 8 po., destiné à lancer des bombes, et 13 autres beaucoup plus petits et du diamètre de 2 po. 3 l. devant lancer des grenades (3).

La même période vit naître aussi deux améliorations très-remarquables, et qui exercèrent la plus grande influence sur le service des bouches à feu, savoir :

1° L'invention de la vis de pointage, en 1650 ;

2° Celle des fusées d'amorce en ferblanc, qui date de 1697 (4). Cette fusée, qui remplaça si avantageusement la poudre d'amorce que l'on versait autrefois dans la lumière, fut employée pour la première fois au siége de Bruxelles, qui eut lieu dans la même année (5).

Remarquons en passant que le rôle que l'artillerie fut appelée à jouer dans les guerres mémorables de ce siècle, força de modifier considérablement les ordres de bataille

(1) Leurs charges étaient respectivement de 13 onces et de 9 onces, et leur portée d'environ 4 à 500 toises.

(2) Elles contenaient 48 livres de poudre.

(3) Chacun de ces petits mortiers avait une lumière correspondante avec l'âme du grand mortier, en sorte que la bombe et les 13 grenades étaient lancées en même temps; la plus grande partie de ces projectiles parvenaient à la distance de 240 à 300 toises.

(4) Cette invention est due au colonel autrichien Geisler

(5) Traité de l'organisation de l'artillerie par Grewenitz.

usités jusqu'alors pour les autres armes. Dès l'année 1630, on avait généralement abandonné l'ordre de bataille en carré, et l'infanterie se plaçait sur 10 rangs : Gustave-Adolphe disposait même la sienne sur 6 rangs, et sa cavalerie sur 4. A la fin du même siècle, l'infanterie et la cavalerie ne furent plus formées que sur 4 rangs (1).

Dès le commencement du 18e siècle, de nouvelles guerres éclatèrent en Europe, notamment celle pour la succession d'Espagne en 1701. Celle-ci donna lieu à des batailles mémorables, où l'artillerie se montra aussi puissante que nombreuse. On fit à cette époque un très-grand usage du tir à mitraille, et l'on eut occasion d'en constater les prodigieux résultats, principalement dans les batailles de Chiari, d'Hochstœdt et de Malplaquet. A cette dernière, on vit une batterie française de 50 bouches à feu mettre hors de combat, par le feu de la mitraille, 2,000 Hollandais dans une seule décharge (2). Mais ce qui achève de prouver combien l'artillerie commençait à gagner en mobilité et à perfectionner son service, c'est que celle des Français ne laissa à la disposition des vainqueurs que 8 à 10 bouches à feu, quoique ayant continué de jouer jusqu'à l'assaut des retranchements, circonstance qui, dans les temps antérieurs, eût entraîné la perte de l'artillerie entière.

Le grand développement qui, dans ces dernières guerres, avait été donné au service de l'artillerie, avait conduit généralement à distinguer les bouches à feu en pièces de batterie (c'est-à-dire de siége et de place) et pièces de campagne destinées à prendre part aux opérations des

(1) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Grewenitz.

(2) Traité id. par id.

batailles. Il est à remarquer que les Français comptaient des mortiers parmi ces dernières (1). Ce fut cette nation surtout qui fit faire, dans la fin de ce siècle et au commencement du suivant, le plus de progrès à l'artillerie, quoiqu'elle n'eût pas encore admis l'artillerie régimentaire. Si l'on en croit les écrits du colonel Rouvroy, elle n'aurait même connu qu'en 1693, à la bataille de Nervinde, les effets des obusiers ; mais le major Decker prétend au contraire que les Français connaissaient cette bouche à feu dès l'année 1675 (2).

Parmi les changements opérés dans l'artillerie vers la fin du 17ᵉ siècle et le commencement du 18ᵉ, on doit noter l'introduction de trois nouveaux calibres pour les canons, savoir, ceux de 24, de 12 et de 4, ainsi que l'adoption des pièces courtes de 8 et de 4. Au moyen de ces modifications, en comptait en France, avant l'année 1732, 10 espèces de canons, comme on le voit par le tableau ci-après :

DÉSIGNATION des BOUCHES A FEU.	POIDS du boulet.	POIDS de la pièce.	LONGUEUR (non compris le bouton).
	k.	k.	p
Le canon de France.	33	6200	10
Le demi-canon d'Espagne.	24	5100	10
Le demi-canon de France ou couleuvrine..	16	4100	10
Le quart de canon d'Espagne.. . .	12	3400	10
Le quart de canon de France ou la bâtarde..	8	1950	10
La moyenne.	4	1300	10
Le faucon et le fauconneau.	de 2 à 1/4	de 800 à 150	7
La pièce de 8 courte.	8	»	8
La pièce de 4 courte.	4	»	6 1/2

(1) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Grewenitz.
(2) Traité élémentaire d'artillerie, par Decker.

Ces changements n'apportaient que peu d'amélioration dans le service de l'artillerie : ils compliquaient même le matériel par la diversité des bouches à feu, qui différaient beaucoup entre elles par les détails de construction. Ce ne fut qu'en 1732 que la France eut enfin un système d'artillerie établi sur des bases régulières, objet très-important pour la facilité du service et des approvisionnements.

Prenant le calibre pour unité de mesure, on fixa la longueur des bouches à feu, l'épaisseur de leurs différentes parties, l'emplacement de leurs tourillons, leurs formes, etc ; enfin on en donna un tracé rigoureux. Mais on ne s'occupa encore qu'imparfaitement des affûts : aussi les arsenaux en fournissaient-ils qui variaient par leurs poids, leur tracé et les diverses parties de leur mécanisme.

Les pièces de 33 de l'ordonnance de 1572 furent supprimées, à cause des énormes moyens de transport qu'il fallait mettre en usage pour les traîner à la suite des armées : et l'on n'eut plus que cinq espèces de canons, ayant respectivement les calibres de 24, 16, 12, 8 et 4. Les mortiers furent également réduits aux deux calibres de 12 pouces et de 8° 3 lignes (1). Enfin on eut un seul modèle de pierrier, du calibre de 15 pouces.

(1) Il y avait réellement 3 modèles de mortiers de 12 po., mais qui ne différaient entre eux que par la forme et la capacité de leurs chambres, savoir :

1 Un à chambre cylindrique, contenant 5 ℔ 1/2 de poudre.

2 Un à chambre poire, contenant 5 ℔ 1/2 *id.*

3 Un à chambre à poire, mais contenant 12 ℔ *id.*

Ces derniers mortiers étaient destinés pour tirer aux grandes portées de 1,000 à 1,200 toises : ils pesaient 2,300 ℔ tandis que les autres n'en pesaient que 1,450.

La chambre du mortier de 8 p. 3 l. ne contenait que 1 ℔ 3/4 de poudre, et celle du pierrier 2 ℔ 1/2.

Dans l'ordonnances qui régla ce nouveau système d'artillerie (celle du 7 octobre 1732), on détermina en même temps le mode de fabrication et de réception des bouches à feu, ainsi que le poids *maximum* que pouvaient atteindre les pièces finies. Les charges furent de nouveau proportionnées aux calibres et fixées en général, pour les canons, au *tiers* du poids du boulet, à l'exception toutefois des calibres de 8 et de 4, auxquels on assigna des charges plus fortes.

Ces données principales sont consignées dans le tableau suivant, qui en présente la réunion pour toutes les bouches à feu du système.

INDICATION des bouches à feu.		LONGUEUR D'AME des bouches à feu.		POIDS		
Espèce.	Calibre.	En pieds.	En calibres.	de la charge.	de la pièce.	de l'affût
		p. po. l.		℔	℔	℔
Canons.	24	9 6 0	21	8	5400	»»»»
	16	9 2 0	23	5 1/2	4200	»»»»
	12	8 8 0	24	4 1/2	3200	1766
	8	7 10 0	25	3 1/2	2100	1479
	4	6 6 0	26	2	1150	1288
Mortiers	12 po.	1 6 0	1 1/2	»	1450	»»»»
	8 1/4	1 0 4 1/2	1 1/2	»	500	»»»»
Pierriers	15	1 6 6	1 1/5	»	1000	»»»»

On voit que les canons de 12, de 8 et de 4, qui étaient plus particulièrement destinés pour la guerre de campagne, se trouvaient encore trop peu maniables pour suivre facilement tous les mouvements, des troupes; aussi cet inconvénient fut-il bientôt constaté dans les guerres suivantes (1).

(1) Tous les canons fabriqués d'après les modèles de 1732 avaient au fond de l'âme de petites *chambres*, dites *porte-feu*, dont le but était d'as-

A cette époque l'artillerie allemande divisait encore les bouches à feu en *carthaunen*, *couleuvrines* et *pièces chambrées*, ou au moins cette distinction continuait d'exister en partie (1). On comprenait sous le nom de carthaunen, les pièces d'artillerie courtes et pesantes; et, sous celui de couleuvrines, les pièces longues. Le tableau suivant présente quelques données principales relatives à ces diverses bouches à feu :

DÉSIGNATION des bouches à feu.	POIDS EN LIVRES			longueur en calibre.
	du boulet.	de la poudre.	de la pièce.	
Demi-carthaune.	24	12	5000	22
Quart de *id*.	12	6	3600	24
Huitième de *id*.	6	3	2000	27
Pièces régimentaires. . . .	3	1 1/2	900	16 à 18
Couleuvrines.	12	6	4080	24
Demi-couleuvrines.	6	3	2000	32
Quart de couleuvrines. . .	4 à 5	2	1440	36
Faucon.	5 à 6	2 à 3	1800	27
Fauconneaux.	2 à 3	1	400	35 à 36

Il résulte de ce tableau que les Allemands chargeaient encore les canons avec une quantité de poudre égale à la moitié du poids du projectile (2); et quoiqu'ils eussent

surer la conservation des lumières. Les *mortiers* et les *pierriers* avaient, comme tous ceux jusqu'alors en usage, les tourillons placés à l'extrémité du ventre.

En général, toutes les bouches à feu de ce système portaient les armes de France un peu au-dessus de la lumière, un *soleil* vers le milieu du premier renfort, et, plus loin, d'autres ornements. La culasse et le bouton étaient ciselés et représentaient des figures grotesques.

(1) Traité de l'organisation et de la tactique de l'artillerie, par Grewenitz.

(2) Id. par id.

diminué quelques-unes de leurs charges, il paraît que cette modification n'était basée sur aucun principe.

En comparant, dans ces deux artilleries, les bouches à feu susceptibles d'être utilisées dans la guerre de campagne, on voit que les pièces françaises étaient, à calibre égal, sensiblement plus légères que les pièces allemandes; et qu'à poids égal ou à peu près, elles l'emportaient par la supériorité du calibre. Les seules bouches à feu étrangères qui pussent réellement avoir quelque avantage sur les nôtres dans certaines circonstances, étaient les pièces régimentaires, usitées chez quelques puissances de l'Allemagne: encore, leur tir, aux grandes distances, laissait-il beaucoup à désirer sous le rapport de la justesse et de l'efficacité.

Aucune nation de l'Europe n'avait encore déterminé les rapports que l'artillerie devait avoir avec la force des armées: ils variaient suivant les circonstances ou les opinions des généraux chargés de la formation des équipages. En France, on commença dès lors à réunir par brigades les différents calibres d'un parc, disposition que Frédéric introduisit plus tard, et d'une manière plus complète, dans l'artillerie prussienne.

Modifications successives.

Après l'établissement du système de 1732, l'artillerie française resta momentanément comme stationnaire, et les seules améliorations remarquables qu'elle éprouva pendant quelques années, furent:

1° En 1740	L'emploi de la gargousse dans le chargement des canons de gros calible.
2° En 1749.	La mise en fabrication des obusiers.

3° En 1751. { Le perfectionnement dans la manière de charger et de tirer les mortiers (1).

Mais il n'en fut pas de même pour l'artillerie étrangère, notamment pour celle des Prussiens, à laquelle le génie du grand Frédéric sut donner une forte impulsion.

Une de ses premières dispositions consista à séparer définitivement l'artillerie de siége de l'artillerie de campagne, et de former avec celle-ci des batteries qui la rendirent plus indépendante et surtout plus mobile. Il porta ensuite ses idées sur l'amélioration du matériel.

Dans le principe, on poussa jusqu'à l'abus l'usage des pièces chambrées, puisque sur 356 bouches à feu qui furent fondues en Prusse depuis 1742 jusqu'à 1747, il y en eut 353 chambrées, et trois seulement non chambrées (2). Cette modification avait sans doute pour but d'augmenter l'effet de la force expansive de la poudre, en la faisant agir d'une manière concentrique contre le projectile. Mais l'avantage qu'elle pouvait offrir sous ce rapport était bien contrebalancé par les plus grandes précautions qu'elle nécessitait dans le chargement, et par la difficulté de bien nettoyer à fond ces chambres, et de les empêcher de conserver des matières enflammées. Ces inconvénients, qui

(1) Voici comment on chargeait et tirait le mortier avant l'époque précitée. Après avoir placé la poudre, on mettait dans la chambre du fourrage et de la terre, que l'on damait fortement, on plaçait ensuite la bombe, que l'on entourait de terre ; il fallait deux hommes pour mettre le feu ; l'un allumait la fusée de la bombe, l'autre mettait le feu à l'amorce du mortier. Cette méthode causa plusieurs graves accidents, entre autres, celui qui arriva au siége de Landrecies, en 1637, et qui fut si fatal à beaucoup d'hommes. En 1751 seulement, on s'aperçut que l'inflammation de la charge placée dans la chambre du mortier suffisait pour allumer la fusée de la bombe et qu'il était dès lors inutile de mettre le feu en deux fois, comme on l'avait fait jusque là.

(2) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Grewenitz.

pouvaient occasionner des accidents très-graves, ayant été bientôt reconnus pendant la guerre de sept ans, on en revint à fabriquer les canons sans chambres.

Un autre changement assez extraordinaire se fit à la même époque, rélativement aux poids et aux dimensions principales des bouches à feu prussiennes, celles qu'on avait fabriquées depuis 1742 jusqu'à 1747, avaient été rendues généralement beaucoup plus légères que celles coulées antérieurement. En effet, le poids des pièces de 24 avait varié de 2474 à 3630 livres pour les plus longues, et de 1457 à 1457 1/2 pour les plus courtes;

Celui des pièces de 12 avait varié de 1040 à 1870;
Celui des pièces de 6 id. id. de 715 à 935;
Celui des pièces de 3 courtes id. de 330 à 490;
Enfin les pièces de 3 longues pesaient 577 livres.

Excepté ces dernières, qui avaient 22 calibres de longueur, toutes les autres avaient généralement été réduites à 16 calibres; les pièces de 24 courtes n'avaient même que 12 calibres de longueur (1).

Cette diminution considérable dans le poids et dans la longueur des bouches à feu avait assuré à l'artillerie prussienne une mobilité qui pouvait servir de modèle aux autres puissances, et que l'Autriche cherchait à imiter depuis la guerre de 1744. On devait donc penser que Frédéric continuerait à utiliser cet avantage si précieux pour les mouvements rapides et les marches audacieuses qu'il faisait exécuter à son armée, lorsque ce prince revint à augmenter de nouveau le poids et la longueur des bouches à feu, en adoptant toutefois les canons de 24 comme pièces de siége. Pour pouvoir apprécier les changements succes-

(1) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Grewenitz.

sifs qu'il fit subir aux canons de campagne depuis l'année 1757 jusqu'à 1762, il suffit de jeter un coup d'œil sur le tableau suivant, qui fait connaître les espèces de bouches à feu coulées annuellement pendant cette période (1)

ANNÉES.	CALIBRES.	POIDS en livres.	LONGUEUR en calibres.	*Observations.*
1757	3	440	20	
1758	12	1650	16	
1759	12	1980	18	
—	12	1100	14	
—	6	687	16	
1761	12	3190	22	
1762	6	1540	22	

On voit que dans le cours de ces six années on avait cessé de fondre en Prusse des canons courts du calibre de 3 ; et que dans les années 1761 et 1762 on n'avait fabriqué que des pièces longues pour les calibres de 12 et de 6. Ces dernières bouches à feu étaient évidemment bien moins maniables que celles des mêmes calibres employées précédemment. Si le roi de Prusse se détermina ainsi à présenter de nouveau sur le champ de bataille des pièces pesantes au moment où ses ennemis diminuaient le poids des leurs, c'est qu'il comptait sur l'influence morale que produisent sur la multitude ces grosses bouches à feu. Il fallait un motif aussi puissant pour le faire renoncer à l'emploi des pièces plus légères qui avaient tant contribué à ses victoires, surtout depuis que l'introduction de l'artillerie à cheval, en

(1) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Grewenitz.

1759 (1), eût encore ajouté à l'importance de l'artillerie, en rendant ses effets plus prompts et plus terribles.

Aucun général de l'époque ne sut, aussi bien que Frédéric, tirer parti de cet agent redoutable : aussi employa-t-il toujours une nombreuse artillerie dans ses armées ; et les relations de ses diverses campagnes montrent comment il sut l'utiliser suivant les lieux et les circonstances.

Plusieurs puissances de l'Europe, instruites par leurs revers dans la première période de la guerre de sept ans, avaient, à l'imitation de Frédéric, cherché à alléger leur artillerie de campagne; mais elles ne suivirent pas de nouveau son exemple lorsqu'il revint à l'usage des pièces pesantes. Les Autrichiens surtout, qui, dans la campagne de 1741, avaient senti les désavantages que leur donnait, sur le champ de bataille, la longueur démesurée de leurs canons, avaient depuis essayé l'usage de pièces courtes et légères, et ils persévérèrent dans cette voie d'amélioration. A la vérité, la première expérience qu'ils firent des pièces de l'espèce prussienne dans la campagne sur le Rhin en 1744, ne fut pas couronnée d'un plein succès, et l'introduction de cette artillerie éprouva d'abord une forte opposition.

Ce ne fut que lorsque le prince de Lichtenstein, promoteur de ces changements, eut la direction de l'artillerie autrichienne, qu'on s'occupa sérieusement de perfectionner et d'alléger le matériel de campagne. On fit à Simmering, depuis 1745 jusqu'à 1750, de nombreuses ex-

(1) Ce fut à cette époque que Frédéric fit, au camp de Landshut, le premier essai de l'artillerie à cheval, dont l'avantage fut démontré en 1762, à l'affaire de Richenbach,

périences, tant avec d'anciennes pièces autrichiennes qu'avec celles des autres puissances. Le résultat de ces épreuves conduisit à adopter en 1753 un système complet d'artillerie. On s'arrêta à trois espèces de canons de campagne, auxquels on joignit l'obusier de 7 pouces. Les principales données relatives à ces bouches à feu sont consignées dans le tableau ci-après (1) :

DÉSIGNATION des bouches à feu.	Calibres.	Poids en livres.	Longueur en calibre.	
Quarts de couleuvrines..	12	1450	16	
Faucons.	6	740	16	
	3	430	16	
Obusiers.	7	500		

On voit que le système d'artillerie de campagne des Autrichiens était parvenu à une très-grande simplicité, puisqu'il n'admettait plus que quatre espèces de bouches à feu, toutes très-légères et très-maniables.

Pendant que les Autrichiens travaillaient ainsi à la réforme de leur artillerie de campagne, la France continuait à se servir du matériel construit d'après le système de 1732, auquel on avait ajouté les pièces de 4 à la suédoise, introduites par le maréchal de Saxe dans les campagnes de 1741 à 1748. Ces petites bouches à feu, qu'on avait attachées aux bataillons, suivaient parfaitement les

(1) Traité de l'organisation de l'artillerie, par Grewenitz.

mouvements de ceux-ci. Mais comme, par leur légèreté et par la faiblesse de leur calibre, elles ne suffisaient pas à tous les genres du service que l'artillerie doit remplir en campagne, on était sans cesse obligé d'avoir recours aux bouches à feu du modèle de 1732, qui composaient le canon de parc, et qu'on regardait toujours comme devant jouer le rôle principal dans les batailles. Il résultait de là que l'introduction des pièces légères n'avait d'avantages réels que dans peu de circonstances; que la mobilité dont elles étaient susceptibles leur servait à peu de chose, puisque leurs mouvements devaient presque toujours se régler sur ceux des canons de parc, qui, n'étant pas allégés, imprimaient nécessairement de la lenteur aux manœuvres générales de la ligne. Ces inconvénients, qui se firent constamment sentir pendant la guerre de sept ans, avaient attiré l'attention des maréchaux français, et étaient pour eux un sujet continuel de plaintes. Ils avaient généralement compris que la mobilité des pièces de régiment était un avantage illusoire tant qu'on n'allégerait pas proportionnellement les canons de parc.

Le maréchal de Broglie fut le premier général français qui entreprit d'ôter à notre artillerie de parc la pesanteur si nuisible à ses mouvements stratégiques. Mais les circonstances ne permettant pas de déterminer les proportions convenables à la nouvelle artillerie dont il sentait la nécessité, on se borna à faire forer au calibre de 16 des pièces coulées et proportionnées pour le calibre de 12, et à faire passer de même au calibre de 12 des pièces coulées et proportionnées pour le calibre de 8. Ces nouvelles bouches à feu marchèrent bien plus lestement que les anciennes : si elles n'allégèrent pas beaucoup les mouvements de l'armée entière, toujours appesantie, au

moins dans ses mouvements généraux, par les pièces d'ancien calibre, dont quelques-unes étaient de 16, elles donnèrent la facilité de porter en avant les gros détachements, et d'assurer les arrière-gardes par des canonnades, service auquel ne pouvaient suffire les pièces attachées aux régiments, et qu'on ne pouvait guère hasarder avec les anciennes pièces, dans la crainte d'être forcé de les abandonner à l'ennemi.

Mais ces corrections ne donnaient pas encore la mobilité désirable. D'ailleurs, en diminuant l'épaisseur des pièces sans toucher à leur longueur, il s'ensuivait une répartition vicieuse de métal, qui ne leur laissait pas la solidité dont elles auraient pu être succeptibles relativement au poids qui leur restait : de plus, l'allégement des pièces, joint à l'emploi d'une plus forte charge et d'un projectile de calibre supérieur, devait ruiner promptement les affûts, en leur faisant supporter des efforts plus violents dans le tir.

LE BOURG, chef d'escadron d'artillerie.

DE LA DÉFENSE DES ÉTATS

PAR LES POSITIONS FORTIFIÉES.

(Sixième article.)

SUITE DE LA DÉFENSE DES MONTAGNES DU DEUXIÈME DEGRÉ (1).

Des circonstances où plusieurs chaînes de montagnes partent du pays ennemi pour entrer dans le pays que l'on veut défendre.

214. Si la frontière ne coupait que l'extrémité des différentes chaînes de montagnes qui viennent du pays ennemi, et qu'elle ne les coupât qu'à des distances à peu près égales de ces extrémités, on pourrait, dans le cas qui nous occupe, renvoyer aux principes qu'il faut suivre pour établir des forteresses sur une frontière fluviale, ou sur une frontière de sols mélangés, car si l'existence de plusieurs chaînes parallèles entraîne l'idée d'une chaîne mère, elle entraîne aussi celle d'une grande rivière qui reçoit toutes les eaux des vallées, situées entre les différentes chaînes de montagnes venant du pays ennemi.

215. Si au contraire la rivière coupe diagonalement le pays, la partie basse du cours de la rivière sera plus éloignée de la frontière que ne le sera la partie haute, ou bien la partie haute du cours de la rivière sera plus éloignée de la frontière que la partie basse.

216. Si la partie haute du cours de la rivière se trouve

(1) Voy. le n° du *Journal des Sciences Militaires* de juin 1835.

plus éloignée de la frontière que la partie basse du cours de cette même rivière, la défense de la partie de la frontière, qui se trouve assez éloignée de la rivière, rentrera dans les autres hypothèses dont nous allons parler plus bas, et la partie basse du cours de la rivière donnera encore lieu d'employer, pour la défense du pays, les ressources d'une défense fluviale.

217. Si c'est la partie basse du cours de la rivière qui se trouve plus éloignée de la frontière que la partie haute du cours de cette même rivière, l'on pourra établir une défense fluviale sur cette partie haute du cours de la rivière. Quant à la partie basse, observons que les raisons qui font que les montagnes se dégradent en s'éloignant de leurs troncs, et que, quand il s'est rasssemblé une plus grande masse d'eau, les vallées s'élargissent, font aussi que la partie basse du cours de la rivière ne présentera certainement pas des terrains aussi âpres que sa partie haute. Ces terrains se trouvant plus mélangés, on pourra probablement suivre, pour défendre une partie du pays situé en avant de la rivière, les principes qui ont rapport à la construction des forteresses dans les pays mélangés. Au reste, si les terrains sont encore trop coupés, dans la partie basse du pays arrosé par la rivière, pour que l'on puisse leur appliquer les principes qui ont rapport aux terrains mélangés, on suivra les principes développés dans ce numéro.

218. Si la frontière, au lieu de couper les différentes chaînes de montagnes auprès de leur extrémité, les coupait au contraire auprès de leur racine, on serait également obligé de reculer dans l'intérieur du pays les dispositions de fortifications durables que l'on exécuterait pour la défense de celui-ci : 1° parce que la nature des terrains qui

approche la crête des chaînes mères du deuxième degré, ne laisse point de passages déterminés à fermer, quoiqu'elle laisse beaucoup d'obstacles susceptibles de resserrer la sphère d'activité des forteresses, et quoique l'étendue des théâtres de manœuvres, sur lesquels on peut s'assurer la supériorité par la construction d'une forteresse, ne soit pas encore d'ordinaire déterminée comme elle l'est dans les terrains où le rassemblement de beaucoup d'eaux a creusé de profondes vallées ; 2° parce qu'une des principales qualités d'une forteresse doit être de ne pas être trop facile à investir. En effet, l'on trouve d'ordinaire, si l'on approche de la crête des chaînes mères, en suivant la direction des eaux, une grande quantité de petits contreforts de peu de longueur, qui se terminent à 2, 3, 4, 5 ou 6 lieues de la crête de la chaîne mère, quand il s'est amassé par la réunion de différents ravins une assez grande quantité d'eau pour creuser une grande vallée. Mais comme ces petits contreforts se prolongent quelquefois plus loin que ne se prolongent d'une manière militairement importante les grandes ramifications des montagnes qui renferment les grandes vallées, ils donneraient alors à un ennemi qui profiterait de l'avantage qu'il a d'avoir leur commencement dans son pays et qui suivrait leur direction, le moyen de tomber sur les derrières des forteresses construites à la racine de ces grandes ramifications. Pour parvenir à ce but, l'ennemi n'aurait le plus souvent qu'à passer un ravin plus ou moins profond.

Comment remédierait-on à ce désavantage que présenterait la frontière dans l'hypothèse dont nous parlons actuellement ? serait-ce par des fortifications ? Abstraction faite de la difficulté des communications, qu'il serait nécessaire d'établir entre ces forteresses, quelle

multiplicité de fortifications ne faudrait-il pas pour occuper tous les différents contreforts de la chaîne mère. Serait-ce par des forces mobiles? Mais ce moyen, étranger à ceux dont nous parlons actuellement, serait encore bien impuissant. Car les différentes positions que pourraient occuper ces forces mobiles, ne pouvant se communiquer qu'en traversant des ravins plus profonds du côté des défenseurs qu'ils ne le seraient du côté de l'ennemi, celui-ci aurait un avantage énorme dans tous ses mouvements, qui auraient pour but de tromper sur ses projets d'attaque, ou de concentrer rapidement ses forces. Il préparerait alors certainement une attaque dont le succès serait inmanquable.

219. Il résulte delà, non-seulement que les forteresses destinées pour la défense d'un pays dont la frontière coupe plusieurs chaînes de montagnes, doivent être construites à la hauteur des points, où la réunion des différents courants d'eaux, qui ont leur commencement dans le pays ennemi, forme des vallées importantes ; mais encore que les gorges dont la partie difficile à traverser se trouve en entier dans le pays que l'on doit défendre, sont la limite en avant de laquelle il ne faut pas penser à construire des fortifications durables, et qu'il ne faut franchir que pour prendre un emplacement un peu plus avantageux qui assure toujours la possession de la tête de ces gorges.

220. Le commencement des grandes vallées, dans le pays que l'on a résolu de défendre, étant ainsi la base dont on part pour déterminer l'emplacement des forteresses, dans l'hypothèse dont nous parlons actuellement, nous allons trouver dans la nature des vallées le fil dont nous nous servirons pour nous guider au milieu du labyrinthe

de principes qui ont rapport à cette hypothèse. Nous examinerons 1° le cas où les différents courants qui viennent du pays ennemi s'étant réunis avec les deux courants d'eau qui ont formé les premiers, sur leur droite et sur leur gauche, des gorges importantes en deçà de la frontière, la vallée où coule ce rassemblement d'eaux est impraticable.

2° Le cas où les différents courants qui viennent du pays ennemi s'étant réunis avec les deux courants d'eau qui ont formé les premiers sur leur droite et sur leur gauche des gorges importantes, situées en entier en deçà de la frontière, la vallée où coule ce rassemblement d'eaux ne forme qu'un bassin devenant impraticable un peu plus bas.

3° Le cas où les différents courants qui viennent du pays ennemi s'étant réunis avec les deux courants d'eau qui ont formé les premiers sur leur droite et sur leur gauche des gorges importantes, situées en entier en deçà de la frontière, la vallée où coule ce rassemblement d'eaux est praticable.

Nous traiterons d'abord les deux premiers cas, parce qu'ils sont les plus simples, n'exigeant de mesures que pour la défense des montagnes, quoique ces mesures soient différentes dans les deux cas; nous passerons ensuite au troisième cas, qui exige que l'on combine les mesures relatives à la défense des vallées, avec les mesures que nous aurons indiquées en parlant des deux premiers cas, pour la défense des montagnes. La solution de cette dernière question, jointe à celles des questions que nous aurons traitées précédemment, indiquera les moyens d'établir dans tous les cas la liaison qui doit exister entre les différentes parties d'une frontière coupée par différentes chaînes, et finira de développer ce qu'il pourra y

avoir encore à dire sur les différentes matières dont il sera parlé en traitant de ces trois différents cas. Car, si les mesures relatives à la défense des montagnes peuvent varier, les mesures relatives à la défense des vallées sont toujours de la même espèce, toutes les fois que celles-ci en exigent étant praticables. Nous terminerons cet article par quelques réflexions sur la manière dont se termine d'ordinaire, à ses ailes, la défense des frontières coupées par différentes chaînes de montagnes.

PREMIER CAS.

Lorsque les différents courants d'eau qui viennent du pays ennemi s'étant réunis avec les deux courants d'eau qui ont formé les premiers, sur la droite et sur la gauche, des gorges importantes, situées en entier en deçà de la frontière, la vallée où coule ce rassemblement d'eaux se trouve impraticable.

Occupons-nous ici seulement de la défense des deux chaînes de montagnes situées sur les côtés de cette vallée.

221. Nous avons fait voir (173 et 174) pourquoi il n'était pas nécessaire de pourvoir à la défense d'une telle vallée par des fortifications durables, et quels étaient les moyens de donner un grand degré de sûreté aux débouchés militaires que l'on y dirigerait, pour établir entre toutes les parties de la frontière la liaison sans laquelle il est impossible de penser à établir un bon système de défense.

222. Nous avons fait voir enfin pourquoi des vallées impraticables se trouvaient d'ordinaire dans des sols lapidifiés. Il est vrai : 1° que la nature de ces sols lapidifiés doit rendre les escarpements plus rapides en approchant

des courants d'eaux, puisque la terre y ayant plus de consistance doit avoir besoin de moins de talus pour se soutenir ; 2° qu'il résulte de cet escarpement, qu'ont en approchant des vallées les montagnes resserrées par des vallées impraticables, que le sommet de ces montagnes doit être plus plat. Mais ces sommités étant resserrées par des vallées, les montagnes ne peuvent présenter de plateaux assez grands pour fournir l'emplacement de plusieurs forteresses, que là où les deux grandes vallées, entre lesquelles se trouve la chaîne de montagnes, se sont fort écartées. Cependant, en remontant plus haut que ces points où les deux grandes vallées sont fort éloignées, on rencontrera toujours des ravins intermédiaires aux deux grandes vallées. Ces ravins, souvent peu sensibles à leur commencement, et même à la hauteur à laquelle les deux grandes vallées ont commencé à s'éloigner beaucoup, deviennent ensuite plus profonds. Mais, quand bien même ils seraient peu profonds dans l'endroit où les deux grandes vallées ont commencé à s'éloigner, il y a toujours alors, au-dessus du commencement de ces différents ravins, dans l'endroit où le terrain est encore resserré par les différentes vallées, un point d'où l'on peut se porter, sans avoir aucune gorge à passer, vers tous les points des contreforts qui séparent ces différents ravins.

223. Il faut ainsi suivre dans leur totalité les principes exprimés (122 à 143), si le terrain situé entre deux vallées se trouve, dans un assez grand espace, assez resserré entre elles pour que les parties praticables de ses sommités puissent être embrassées dans la sphère d'activité d'une seule forteresse. Mais en même temps que l'on suivra, pour établir les communications au travers des vallées impraticables, les principes auxquels nous avons déjà renvoyé,

l'on suivra, pour en établir au travers des vallées praticables, les principes développés (206-207), et l'on s'assurera les moyens de secourir les forteresses de seconde ligne, en tenant par des ouvrages de fortification la tête des passages, si la nature du terrain fait que l'on ne puisse secourir ces forteresses que par des passages déterminés. Il faudrait que ces forts eussent alors une telle consistance qu'ils pussent gagner, par leur résistance, le temps qu'il faudra aux défenseurs pour rassembler une nouvelle armée, ou bien le temps qu'il faudra à l'ennemi pour conquérir par un siége la forteresse de seconde ligne, dès qu'il sera en mesure de l'attaquer.

224. Si les grandes vallées commencent au contraire à s'éloigner beaucoup, il faudra construire une forteresse en avant du point où commencent déjà des ravins intermédiaires à ces deux vallées.

225. Cette forteresse ne pouvant être destinée ni à fermer des passages, puisque c'est un système réellement impraticable dans les montagnes du second degré, ni à empêcher l'ennemi d'avancer dans le pays, en lui faisant craindre pour ses convois, parce que des ramifications de montagnes qui partiront des environs du point indiqué pour la construction de cette forteresse, et suivront une direction parallèle à la frontière, seront peut-être trop longues pour pouvoir être embrassées en entier dans la sphère d'activité de la forteresse. Il en résulte que celle-ci devra être considérée comme ayant pour unique objet de conserver solidement la possession d'un point important, renfermant des dépôts considérables, et qui pourra devenir, pour peu qu'on ait les moyens de s'en rapprocher avec des forces considérables, le pivot de beaucoup de mouvements offensifs contre les ennemis, ou contre les

lignes d'opérations de ces ennemis, si ceux-ci s'engageaient un peu trop dans l'intérieur du pays.

226. Une telle forteresse devenant alors une place de dépôt, qui n'aura de force réelle pour la défense du pays que lorsque l'on aura rassemblé une armée, il faudra construire en avant d'elle une place de première ligne. Cette dernière menaçant les convois de l'ennemi, dans le cas où il entreprendrait d'assiéger la place de dépôt avant d'avoir pris la place de première ligne, obligera l'ennemi de l'assiéger la première, et donnera ainsi, en cas de surprise ou de revers, le temps de rassembler une armée dans les environs de la forteresse du dépôt (1).

227. Dans le cas dont il s'agit, la force intrinsèque de la forteresse de première ligne devra donc être telle, que cette forteresse puisse prolonger sa défense au-delà du temps nécessaire pour rassembler une armée dans les environs de la forteresse de dépôt et venir à son secours.

228. Le choix de l'emplacement de cette forteresse de première ligne, ainsi que ses accessoires ;

229. Ceux de la forteresse de seconde ligne ;

230. Le degré de force que doit avoir cette dernière, sera déterminé par les principes exposés (122 à 143).

231. Cependant on aura égard encore aux observations suivantes :

1° On suivra, pour les circonstances où l'on ne peut arriver à la forteresse de seconde ligne que par des passages déterminés, les principes indiqués (223) ;

232. 2° La distance que nous avons déterminée devoir

(1) Cela pourra arriver lorsque des rivières très-encaissées, qui coulent sur les côtés des montagnes où sont assises les forteresses, se jetteront en arrière de celles-ci dans un fleuve très-encaissé.

séparer la forteresse de première ligne de la forteresse de seconde ligne, sera entièrement subordonnée aux circonstances locales et à l'objet que doit remplir cette forteresse de première ligne;

233. 3° On suivra, pour établir les communications des forteresses dont nous parlons actuellement avec le reste de la frontière, s'il faut traverser des vallées impraticables, les principes exposés (194);

234. 4° On suivra, pour établir les mêmes communications au travers des vallées praticables, les principes indiqués (207) pour les ouvrir, (211) pour les défendre (1).

DEUXIÈME CAS.

Lorsque les différents courants d'eau qui viennent du pays ennemi s'étant réunis avec les deux courants d'eau qui ont formé les premiers, sur leur droite et sur leur gauche, des gorges importantes, situées en entier en deçà de la frontière, la vallée où coule ce rassemblement d'eau forme seulement un bassin devenant impraticable un peu plus bas.

235. Un bassin suppose toujours des points relevés dans les chaînes de montagnes. Nous ne nous contenterons pas de dire pour le prouver que ces bassins sont d'ordinaire terminés dans leur partie basse par de longs contre-forts des grandes chaînes, et que les points où les grands contre-

(1) Si la proximité de la frontière du point que l'on indique pour la construction d'une place de dépôt, empêche de construire en avant de celle-ci une place de première ligne, il faudra considérablement augmenter la force de la place de dépôt. L'on rejettera même les dépôts plus en arrière, si des localités plus rapprochées, telle qu'une rivière, donnent lieu à l'établissement d'une seconde ligne de places fortes.

forts s'attachent à celles-ci, sont toujours marqués pardes sommités relevées. Nous appellerons ici les raisonnements relatifs à la connaissance du pays, qui sont plus convaincants. Un bassin ne peut exister qu'en supposant qu'il y ait, dans l'endroit où il cesse, des contre-pentes très-fortes, au moins sur l'un des côtés de la rivière. Ces contre-pentes, si elles descendent directement de la grande chaîne, prouvent que celle-ci change de nature, en se lapidifiant davantage, car les contre-pentes résultent toujours de sols plus lapidifiés, et cette chaîne doit ainsi se relever, parce que de deux montagnes soutenues à la même hauteur, l'une par des couches de roches, l'autre par des couches de terre, celle qui sera soutenue par des couches de roche sera toujours plus élevée (1). Le raisonnement conserve toute sa force, lors même que les contre-pentes qui terminent un bassin dans sa partie basse sont, comme cela arrive d'ordinaire, l'un des côtés de quelqu'un des contre-forts des grandes chaînes situées sur les côtés des vallées : car les contre-forts des grandes chaînes qui bornent un bassin ne se relèvent ainsi subitement que lorsqu'ils partent de quelque point relevé de la grande chaîne

(1) Pour se convaincre de cette vérité, supposons un courant d'eau qui se dirige entre deux contre-forts d'une même chaîne de montagnes qui soient de la même hauteur, et qu'il n'y ait qu'un seul de ces contre-forts qui ait pour base des bancs de rochers jusqu'à une certaine hauteur. Il est certain que les eaux mineront beaucoup plus rapidement les bases du contre-fort qui est tout en terre, que celles du contre-fort qui a des bases des rochers ; mais la ruine des bases de contre-fort tout composé de terre fera que la terre de la crête de ce contre-fort, n'ayant plus le même talus, sera plus facilement emportée par les eaux. Les mêmes raisons qui auront fait que la crête d'un des contre-forts se sera abaissée, par l'effet des eaux contre ses bases, feront aussi que la grande chaîne elle-même s'abaissera dans les points où ses contre-forts auront diminué de hauteur.

de montagnes. En effet, les vallées impraticables résultent, comme on l'a dit plus haut, de la nature d'un sol lapidifié, creusé par les eaux. Il faut que les bancs de rochers, à travers desquels les eaux se sont ouvert à la longue un passage, pour former une vallée impraticable, remontent très-haut, pour qu'un bassin praticable se change tout d'un coup en une vallée impraticable creusée au milieu des rochers; car si ces bancs de rochers avaient eu quelque interruption, ce serait là où les eaux se seraient ouvert un passage; et dès que les bases des grandes chaînes se trouveront formées de rochers, seulement dans quelques parties, les crêtes de ces parties se trouveront tout de suite des points relevés, quand bien même elles ne seraient pas de rochers.

236. Ces points relevés, qui supposent toujours dans les montagnes l'existence de bassins dans les vallées, seront réellement les clefs du pays; non parce qu'elles ferment des passages déterminés irrévocablement, puisque de semblables passages n'existent point, comme on l'a déjà dit, dans les montagnes du second degré; mais par l'importance des manœuvres dont l'occupation de ces points assurera l'exécution. Nous allons entrer dans quelques développements à ce sujet.

237. L'un des plus grands obstacles que l'on puisse opposer à l'ennemi, dans la défense d'une frontière semblable à celle dont nous nous occupons actuellement, c'est incontestablement les anfractuosités de terrain situées en avant de l'un des contre-forts d'une grande chaîne qui se relève plus que les autres, ou bien les anfractuosités situées en avant de cette chaîne relevée. Mais l'occupation de ces points relevés dont nous parlons mettra elle seule en possession de la défense de ces anfractuosités, ou bien

une base plus étendue, obligeront les eaux qui coulent dans les grandes vallées situées sur leurs deux côtés, à s'écarter des directions convergentes, ou du moins des directions parallèles que leur prescrivait la nature du terrain. Mais, d'un côté, ces nouvelles masses de montagnes ne se trouveront pas d'ordinaire sur la même direction qu'elles avaient suivie jusqu'à la crête des montagnes, parce qu'il aura fallu que des masses de terrain plus lapidifié se soient opposées sur un assez grand front à la direction naturelle des eaux, pour occasionner un grand système de contre-pentes (1). Celle des deux vallées du côté de laquelle se sera dirigée la masse de montagnes qui marque les points relevés, suivra une direction différente de celle qu'elle suivait d'abord. Ce sera un résultat nécessaire de la direction forcée qu'auront prise les eaux, à cause de la masse de montagnes qui forme un point relevé de la grande chaîne. D'un autre côté, on trouvera nécessairement, sur le revers de cette grande chaîne, plusieurs sources d'eaux intermédiaires aux deux grandes vallées, et ces eaux formeront des gorges qui sépareront différents contre-forts de la chaîne, dont la disposition aura la forme d'une patte d'oie (2).

243. Il résultera de cette nature de terrain, que l'on trouvera dans l'occupation de la masse de montagnes, qui

(1) Une masse de montagnes qui se relève sur les autres montagnes, se trouvera d'ordinaire sur le côté de la grande chaîne où se trouve le bassin de vallée qui sera fermé par elle ou par un de ses contre-forts.

(2) Le point le plus élevé de la masse de montagnes qui se relève sur les autres montagnes, se trouvera alors entre la rivière qui n'a pas forme de bassin, le courant d'eau qui trace la direction du contre-fort fermant le bassin de l'autre vallée, et le plus long des nouveaux courants que l'on trouve sur les revers de la masse de montagnes. Il aura ainsi autour de lui le trait caractéristique des trois courants d'eaux.

forme un point relevé sur les autres montagnes, la clef de tout le terrain où s'étendent les différentes ramifications de ce point relevé : car, si une armée conserve, dans l'un de ces points relevés qui communique facilement avec les autres, comme le font toujours les sommets des montagnes du second degré, des magasins qui ne risqueront pas d'être sacrifiés par un éloignement momentané; cette armée pourra toujours partir de ces points relevés, et suivre, surtout si l'on y a ouvert des débouchés praticables, la crête de leurs différents contre-forts pour troubler l'ennemi dans tous ses mouvements, soit en lui disputant le passage des différents ravins parallèles à la frontière, soit en l'attaquant en flanc s'il tente de laisser les points relevés que l'on aura occupés sur son flanc, soit enfin en tombant sur lui à l'improviste, en cas qu'il se soit trop engagé dans le pays où s'étendent les différents contre-forts de ces points relevés. Cependant la nature de ces manœuvres sera d'autant plus dangereuse que l'on pourra calculer à peu près, par le nombre des différentes ramifications de montagnes qui partiront des points relevés dont nous conseillons l'occupation, les moyens qu'auront les défenseurs de faire arriver des troupes sur ces points relevés, s'ils en sont dégarnis. Quoique, dans cette dernière hypothèse, les ennemis puissent avoir un avantage apparent pour fermer aux défenseurs le chemin de ces points relevés, celui de pouvoir exécuter leurs manœuvres autour de ces points sur des terrains plus faciles, puisqu'ils tiendront les têtes des différentes vallées et par conséquent les points où celles-ci sont plus faciles à passer, il n'en est pas moins vrai que l'avantage réel sera toujours pour les défenseurs, vu l'étendue du terrain sur lequel se trouveront les différentes directions dans les-

quelles ces derniers pourront entreprendre d'agir. On retrouvera les mêmes avantages si une place de dépôt, construite pour l'occupation des points relevés dont nous parlons, est assiégée, et que l'on entreprenne de la secourir (1). Les troupes destinées à la défense des points relevés pourront, d'un autre côté, s'y défendre avec d'autant plus de vigueur, qu'elles auront derrière elles autant de directions de retraite qu'il y aura de crêtes des différentes ramifications de montagnes. Elles pourront même, sans manœuvrer, attendre tranquillement l'événement des différentes manœuvres qu'entreprendra l'ennemi pour les déposter, puisqu'elles ne pourront jamais perdre que successivement leurs différentes directions de retraite. Lors même que celles de ces directions de retraite qui sont entièrement rétrogrades fussent naturellement celles dont des troupes, postées dans les points que nous indiquons, pussent conserver le plus longtemps l'usage, ces mêmes troupes pourraient cependant s'assurer quelquefois, pour un temps plus considérable, l'usage des directions collatérales, que celles dont l'objet serait de traverser l'une des deux vallées que séparent la chaîne de montagnes de laquelle font partie les points relevés dont nous parlons actuellement, principalement si le fond de cette vallée était impraticable. Il suffira pour cela d'occuper par quelque fort, susceptible

(1) Ces avantages pourront diminuer à la vérité quelquefois par des circonstances particulières, si les différentes ramifications qui partent des points relevés sont terminées par un grand fleuve très-encaissé et par des rivières également encaissées qui s'y jettent. Mais ces obstacles ne sont pas invincibles, surtout à cause de l'étendue qu'ils présentent; ils ne se rencontrent pas dans toutes les occasions; enfin quand il se rencontrent ils prouvent la nécessité de s'assurer un établissement solide en avant d'eux.

de résister à un coup de main, l'entrée des débouchés qui traversent cette vallée.

144. Si, au contraire, les deux vallées situées sur les deux côtés des points relevés se rapprochent et finissent par se réunir, ce ne sera que par l'occupation de postes qui ferment entièrement l'espace compris entre ces deux vallées (1), ou bien qui donnent toujours le moyen de revenir dans les différentes parties de ce même terrain, que l'on pourra empêcher les ennemis de s'y établir d'une manière qui pourrait devenir bien dangereuse. On peut se rappeler que nous avons supposé que l'une des deux vallées devenait impraticable, après avoir formé d'abord un bassin. Il n'est pas probable que l'autre vallée soit beaucoup plus praticable, parce que l'on doit supposer, puisqu'elle se réunit à la première, qu'il y a, de l'autre côté de la rivière qui l'arrose, des masses de sol lapidifié plus fortes que celles qui dépendent du même point relevé d'où partent les contre-pentes qui ont terminé le bassin de l'autre vallée. Sans cela, les masses de sol lapidifié que présente ce point relevé auraient obligé les eaux, et conséquemment les vallées, à s'éloigner. Mais si l'ennemi venait à s'engager entre deux vallées impraticables, sans qu'on eût un point sûr qui donnât les moyens d'y rentrer et de l'en déloger, il aurait l'avantage de pouvoir toujours

(1) Ces postes peuvent souvent être coupés par des forces mobiles, mais l'importance dont ils sont, fait qu'on devrait désirer en général de les occuper par des ouvrages de fortification qui fussent en sûreté contre un coup de main, et qui pussent même prolonger leur défense. Car il n'y a de défense intrinsèquement bonne que là où tous les postes qui en font partie essentielle peuvent résister par eux-mêmes jusqu'à ce que l'on ait fait arriver autant de troupes qu'il peut être nécessaire pour empêcher l'ennemi d'obtenir des avantages décisifs sur ce point, ou bien jusqu'à ce que d'autres manœuvres aient fait échouer les attaques de l'ennemi.

transporter à l'improviste le théâtre des opérations sur l'un ou l'autre côté de la rivière qui se trouverait formée par la réunion des deux grandes vallées entre lesquelles il se serait posté. Libre dans tous ses mouvements, il n'éprouverait pas, pour passer l'une de ces vallées, plus de difficultés que les défenseurs n'en éprouveraient pour passer, afin de suivre ses mouvements, la vallée formée par la réunion des deux mêmes vallées ; car celles-ci étant formées à leur débouché par de grands escarpements, l'entrée de la nouvelle vallée serait à peu près de la même nature, et les défenseurs qui se seraient certainement étendus tout autour de la position, seulement pour le contenir, puisqu'ils n'auraient rien de préparé pour l'attaquer avec avantage, ne pourraient jamais réunir toutes leurs forces avec la même rapidité que celui-ci, s'il se déterminait à adopter pour théâtre d'opérations l'un ou l'autre bord de la rivière formée par la réunion des deux grandes vallées. L'importance d'occuper solidement les points relevés des montagnes formés à la naissance des contre-pentes qui resserrent tout d'un coup les vallées étant bien démontrée, établissons les principes de détail qui doivent régler, dans les différentes circonstances, l'emplacement des forteresses que l'on destinera à ce but.

245. Puisque les points relevés dont nous parlons sont formés par une masse de montagne qui se relève sur les autres montagnes, et que, dans cette hypothèse, les deux grandes vallées s'éloignent ; c'est par une place de dépôt qu'il faut penser à s'assurer du point commun où se réunissent les différentes ramifications de montagnes comprises entre les parties basses des deux grandes vallées. En effet, l'on peut se rappeler, d'après ce que nous avons dit (243), que l'utilité d'une telle place ne tient ni à la

possibilité de fermer des passages, ni à la possibilité d'intercepter les convois de l'ennemi ; cette utilité tient seulement à la multiplicité des manœuvres, dont quelques-unes peuvent exiger, à la vérité, beaucoup plus de monde que n'en comprendra la garnison d'une telle forteresse, mais dont celle-ci sera toujours le pivot. Il ne résulte pas de là que cette forteresse doive être construite précisément sur la crête de la masse de montagne qui marque les points relevés, en s'élevant au-dessus des autres montagnes ; il suffit qu'elle soit située de manière à ce que l'ennemi ne puisse jamais prendre de positions avantageuses, pour détruire la liaison qu'il doit toujours y avoir entre le dépôt de subsistances et le centre de manœuvres qui est ici la crête de la montagne. Si l'on établissait sa forteresse sur la crête des points relevés de la montagne, sans que la nécessité de conserver la liaison du centre de manœuvres et du dépôt de subsistances l'exigeât, on diminuerait sans utilité les moyens de défense du pays ; car la crête de ces points relevés offrirait sans cela un emplacement propre à employer des forces mobiles, ou bien même à se servir des moyens indiqués (106) pour ralentir l'arrivée de l'ennemi sur la crête de la montagne. Il serait encore moins admissible de placer la forteresse de dépôt, dont on propose actuellement la construction, en avant de la masse de montagnes qui marque les points relevés ; non-seulement parce que ce serait donner à l'ennemi les moyens d'arrêter les retours des défenseurs vers cette forteresse, et de la séparer du terrain sur lequel doivent s'étendre les manœuvres dont on la destine à être le pivot, mais encore parce que c'est en avant de cette masse de montagnes que doivent se trouver les différents ravins susceptibles de présenter des obstacles aux mouvements of-

fensifs de l'ennemi. Si ces différents ravins peuvent offrir une barrière capable d'arrêter les mouvements de l'ennemi, tant qu'on tiendra les cols dont ils partent, ceux-ci sont l'emplacement naturel de fortifications passagères, ou même de fortifications durables, suffisantes seulement pour appuyer des forces mobiles. Si, au contraire, le passage de ces mêmes ravins ne peut être disputé avec succès que par des manœuvres, le terrain situé en avant de la masse de montagnes qui marque les points relevés doit être destiné à l'emplacement des forces mobiles.

246. L'emplacement naturel des forteresses dont nous parlons actuellement, doit donc être sur les pentes collatérales des masses de montagnes qui peuvent marquer des points relevés, ou bien sur leur revers, du côté du pays que l'on veut défendre, mais sur des points où ces masses de montagnes n'ont encore offert que des pentes douces. S'il y a un côté de la chaîne de montagnes dont font partie les points relevés, où l'ennemi puisse diriger des lignes d'opérations plus faciles ou plus menaçantes que sur l'autre, ou bien enfin s'il y a un côté de cette même chaîne de montagnes sur lequel il soit beaucoup plus difficile que sur l'autre, d'assurer la liaison avec le reste de la frontière, ce sera de ce côté-là qu'il faudra rapprocher la forteresse, en reculant même quelquefois jusqu'au dernier point dont l'ennemi ne pourra pas couper la communication avec le reste de la montagne.

247. L'on peut voir (153) les principes relatifs à la manière d'établir les communications de la forteresse dont nous parlons actuellement avec le reste de la frontière, en traversant de grandes vallées impraticables entre lesquelles elle pourra se trouver. On peut voir aussi (207) la manière d'établir les communications de cette même forte-

resse avec les autres parties de la frontière, en traversant les grandes vallées praticables qui pourront se trouver sur l'un de ses côtés, et l'on trouvera (211) les moyens de couvrir les communications.

248. L'on a déjà vu quels étaient en partie les accessoires de la forteresse. La possibilité de ralentir les mouvements de l'ennemi par les moyens indiqués (106), auront d'ordinaire d'autant plus de force, dans la circonstance dont nous parlons actuellement, que l'on va voir, par la nature des directions que suivent en général les chemins quand les vallées se resserrent et deviennent impraticables, qu'il est assez facile d'obliger les ennemis à s'ouvrir des débouchés difficiles pour établir leur ligne d'opération, si l'on sait leur fermer par quelques ouvrages de fortification durable les débouchés ordinaires. En effet, nous avons vu plus haut que les vallées ne se resserraient pour devenir impraticables, après avoir d'abord formé des bassins, que lorsqu'elles étaient fermées dans leur partie basse par des contre-pentes. Ces contre-pentes ont elles-mêmes leurs principales ramifications, et celles-ci leurs contre-forts. Les chemins qui conduisent dans l'intérieur du pays s'engagent d'ordinaire, pour monter la première ramification qui ferme le bassin, dans une gorge formée par deux contre-forts de cette ramification ; de là ils gagnent les crêtes de la grande chaîne (qui se rapprochent presque toujours des vallées, quand celles-ci deviennent impraticables), soit en suivant les crêtes de la ramification de montagnes qu'ils ont montée, soit en allant gagner, par des directions prises à mi-côte de la grande chaîne, quelque gorge qui arrive à la crête de celle-ci, soit enfin en passant différents ravins de plus en plus près de leur commencement, pour parvenir au même but. Arrivés à la

crête de la grande chaîne, les chemins prononcent leurs directions pour descendre les revers de celle-ci : quelquefois en suivant l'un de ses contre-forts, plus souvent encore en suivant la direction de quelque vallée.

249. Si la nature du terrain fait, comme cela pourra arriver quand toutes les rivières seront très-encaissées, que l'on ne puisse se rapprocher des forteresses qu'en se servant de certains passages déterminés, il sera nécessaire de s'assurer de ceux-ci par des ouvrages de fortification. Mais il faudra que ces forts aient alors une telle consistance qu'ils puissent gagner, par leur résistance, le temps qu'il faudra aux défenseurs pour rassembler une nouvelle armée, ou celui qu'il faudra à l'ennemi pour conquérir par un siége la forteresse de dépôt.

250. Enfin, les autres accessoires des forteresses dont nous parlons actuellement, seront des pièces de fortification qui assurent la possession des positions dont l'ennemi pourrait se servir pour détruire la liaison des masses de montagnes relevées auxquelles nous avons dit que devaient être liées ces forteresses. La force de ces forts devra être proportionnée à la longueur du temps pendant lequel l'ennemi, agissant à l'improviste, pourra rendre les environs de la place de dépôt théâtre de ses opérations, sans que l'on ait pu rapprocher encore de cette forteresse la quantité de forces mobiles nécessaires pour la défense de la masse de montagnes à laquelle elle doit se lier.

251. Comme un des moyens les plus forts dont on puisse se servir pour empêcher l'ennemi de rendre à l'improviste les environs de la place de dépôt théâtre de ses opérations, c'est de l'obliger de commencer ses opérations par le siége d'une autre place, sans la conquête de laquelle il ne puisse pas faire arriver sûrement ses convois dans les environs

de la place de dépôt, il faudra, dans le cas dont nous parlons actuellement, rendre, si cela est possible, cette place de dépôt place de seconde ligne. Ce cas étant le même que celui dont nous avons parlé (226), les principes à suivre seront les mêmes que ceux que nous avons indiqués dans cet endroit, pour parvenir au même but.

252. On sent seulement que les forteresses de dépôt dont nous parlons doivent avoir un degré de force intrinsèque qui le mette en état de résister par elles-mêmes tout le temps nécessaire pour rassembler des corps de troupes destinés à les délivrer, et pour exécuter les manœuvres relatives à cet objet.

253. Si les deux grandes vallées se rapprochent;

524. Si elles finissent par se réunir, il semble à propos de reculer la forteresse de dépôt dans l'intérieur du pays, au-dessous de la réunion des deux grandes vallées.

255. On pourra se créer des magasins qui serviront également dans les opérations qui auront lieu sur les deux côtés de la vallée formée par la réuion des deux grandes vallées.

256. Pour cela, il faudra établir la forteresse de dépôt dont nous parlons dans l'endroit où cette nouvelle vallée est encore impraticable, mais assez près de l'entrée du débouché qui la traverse pour que la garnison puisse, au moyen de ses propres forces, rester en possession de celui-ci, et construire enfin de l'autre côté de la vallée, à l'issue des débouchés, un fort assez important pour que l'ennemi ne puisse encore former de ce côté aucune entreprise heureuse contre le débouché qui traverse la vallée.

257. Mais comme la proximité à laquelle une telle forteresse devra se trouver des escarpements de la vallée, permettra d'ordinaire aux ennemis de prendre des posi-

tions avantageuses, entre elle et les points dont nous avons fait voir, dans d'autres endroits, que l'occupation pouvait être importante pour la défense d'un pays de montagnes; il faudra peut-être s'assurer les moyens de revenir à ceux ci par la construction de forts particuliers, qui soient susceptibles de résister, par eux-mêmes, plus de temps qu'il n'en faudra pour rassembler une armée près de la place de dépôt.

258. Au reste, s'il arrive que celle-ci ne puisse pas, par l'une ou par l'autre raison, être établie de manière à ce que la communication qui traverse la vallée formée par la réunion des deux grandes vallées ne puisse être interrompue tant que la forteresse elle-même ne sera pas conquise;

259. On pourra, tout en plaçant la forteresse à peu près à la hauteur des points de réunion des deux grandes vallées, se dispenser d'aller chercher les moyens d'établir celle-ci d'une manière toute particulière, et s'en référer, pour le choix de son emplacement, pour la manière d'établir les communications au travers des vallées entre lesquelles la forteresse sera placée, et pour ses accessoires, aux principes développés dans le reste de cet ouvrage.

260. Cette forteresse étant une forteresse de seconde ligne, il faudra chercher à la placer dans la position d'où il sera le plus difficile à l'ennemi de la séparer des forteresses de première ligne, ou de ce qui en tient lieu.

261. Ainsi, par exemple, bien que la position naturelle de la forteresse de dépôt soit pour ce motif, et d'après ce que nous dit ailleurs, sur la crête ou du moins très-près de la crête de la grande chaîne de montagnes; cependant s'il y a quelque col formé par des ravins qui remontent vers les fortifications de première ligne, on placera la forteresse de dépôt plutôt en avant qu'en arrière de ce col.

262. Mais comme il faudra de plus, dans tous les cas, que l'ennemi ne puisse pas couper les communications des forteresses de dépôt avec l'intérieur du pays ; s'il est impossible de construire la forteresse de dépôt en avant du col dont nous parlons, sans se soumettre à l'inconvénient de voir l'ennemi se servir de ce col pour couper les communications de la forteresse avec l'intérieur du pays, on sera obligé de retirer la forteresse derrière le col, en tenant l'autre côté de ce col par quelque fort qui puisse, soit à raison de sa force intrinsèque, soit à raison des facilités qu'on aura pour le soutenir, résister autant que la forteresse de première ligne.

263. La force de la forteresse de dépôt devra être telle qu'elle puisse résister par elle-même pendant un temps plus long que celui qui s'écoulera entre la perte des positions qui déterminera son investissement, et l'instant où elle sera secourue par les mouvements directs, ou par les manœuvres que pourront exécuter de nouvelles troupes, soit dans des positions reconnues en arrière de la forteresse de dépôt, soit dans des positions prises de l'autre côté des vallées entre lesquelles elle se trouve.

264. Passons actuellement aux fortifications de première ligne. On peut se rappeler que la réunion prochaine des eaux qui coulaient dans les deux grandes vallées, pour en former une seule, nous a déterminé à proposer (254) de reculer jusqu'à la hauteur de cette réunion les forteresses de dépôt que nous avions proposé, dans le cas précédent, d'établir à peu près à la hauteur du point où se rétrécissait le bassin formé par l'une des deux grandes vallées. La partie du pays destinée à l'emplacement des forteresses de dépôt deviendra, dans celui-ci, l'emplacement des fortifications de première ligne. Mais la nature

de celles-ci sera bien différente de ce qu'elle était dans le cas précédent.

265. En effet, le terrain situé en avant de la forteresse de dépôt présentera une chaîne de montagnes qui se dirigera vers cette forteresse, et une langue de pays resserrée entre les deux grandes vallées dont la réunion en a formé une troisième. L'ennemi pourra avoir ainsi deux lignes d'opérations, pour assiéger la forteresse de dépôt, sans la conquête de laquelle il est impossible de faire un établissement dans le pays. L'objet des fortifications de première ligne doit donc être d'empêcher l'ennemi de pouvoir suivre l'une ou l'autre de ces lignes d'opérations, sans commencer par un siége.

266. Observons d'abord, que, si l'ennemi dirige sa ligne d'opérations à travers la langue de terre formée par les deux grandes vallées, dont la réunion a formé une troisième vallée, sa ligne d'opérations sera obligée de traverser l'une des deux grandes vallées.

267. Mais si ces vallées sont impraticables, et qu'elles n'aient que des passages déterminés, il sera facile de couper ces lignes d'opérations aux ennemis, en construisant en avant de ces passages des forts qui soient en sûreté contre un coup de main, et qui aient surtout des communications imperturbables avec l'autre côté de la vallée. La facilité que l'on aura pour secourir de tels forts, fera que l'ennemi ne pourra s'ouvrir les lignes d'opérations qu'ils ferment, qu'en entreprenant des siéges peut-être beaucoup plus longs que ceux qu'il pourrait être obligé de faire en adoptant toute autre ligne d'opérations, puisqu'il assiégera peut-être toute une armée en un seul point.

268. Si les vallées qui resserrent la langue de terre

dont nous parlons étant plus praticables, n'ont au contraire aucun passage déterminé, et que la ligne d'opérations des ennemis qui se sera dirigée dans cette langue de terre doive, par exemple, passer la vallée qui termine celle-ci sur sa gauche, mais que les défenseurs aient un point fortifié en deçà de la vallée de la droite; ceux-ci pourront toujours profiter des moyens qu'ils auront préparés à l'avance, pour passer la troisième vallée qu'a formée la réunion des deux grandes vallées, menacer en même temps la tête et la queue des troupes ou convois ennemis qui passeraient la vallée de la gauche, et attaquer ensuite, soit séparément, soit en même temps, cette tête et cette queue. L'ennemi sera ainsi obligé, dans le cas dont nous venons de parler, de commencer, pour assurer sa ligne d'opérations, par attaquer le fort construit en avant de la vallée de la droite.

269. Les mesures défensives que l'on peut prendre à l'avance pour la défense de la langue de terre resserrée entre les deux grandes vallées dont la réunion forme une troisième vallée, consistent donc à construire dans la langue de terre, en avant de chacune de ces deux vallées, des ouvrages de fortification durable, dont la force intrinsèque augmentera à raison de ce qu'ils auront des communications moins imperturbables avec l'autre côté de la vallée.

270. Si ce moyen de défense n'est pas praticable, parce que des ouvrages de fortification construits dans la langue de terre ne pourraient donner les moyens d'exécuter des entreprises importantes dans l'intérieur de cette langue de terre, et conserver en même temps des communications faciles avec l'autre côté des vallées; on construira dans cette langue de terre une forteresse que l'on reculera suf-

fisamment vers le point de jonction des deux vallées, entre lesquelles est resserrée la langue de terre, pour que la totalité des terrains praticables de celle-ci soit embrassée dans la sphère d'activité de la forteresse. Ce sera le moyen d'empêcher l'ennemi de pouvoir tirer de la possession de la langue de terre, s'il vient à y pénétrer, les avantages indiqués (244).

271. La forteresse ou les forts destinés à se ménager les moyens de rentrer dans la langue de terre formée par les deux grandes vallées, devront, soit à raison de leur force intrinsèque, soit à raison de la facilité qu'il y aura pour les secourir, pouvoir résister autant de temps qu'il en faudra pour rassembler, dans les environs des places de dépôt, des armées qui les délivreront par leurs manœuvres ou par leurs attaques directes.

272. Quant aux moyens d'interrompre la ligne d'opérations que l'ennemi pourra diriger en suivant la direction des montagnes vers la forteresse de dépôt, par l'etablissement d'une autre forteresse qu'il soit obligé d'assiéger, il semble qu'il faut renvoyer à ce qui a été dit (226).

273. S'il arrive que le bassin, qui se trouve dans la partie haute de la vallée, se soit étendu en entier sur l'un des côtés de la rivière qui coule au fond de la vallée dont il fait partie, et qu'il ait été ensuite terminé par le rapprochement fait dans sa partie basse des chaînes de montagnes placées sur le même côté de la rivière avec les montagnes situées de l'autre côté ; la défense de ces dernières montagnes pourra se préparer au moyen de fortifications permanentes, d'après les règles indiquées (103 et 104). Mais il semble que les eaux partant de la chaîne de montagnes, dont nous développons actuellement les moyens de défense, pour aller se jeter dans la rivière qui

arrose le bassin à la hauteur où celui-ci se resserre, doivent être la limite en avant de laquelle il ne convient pas de construire de place de première ligne ; à moins que les raisons que nous avons développées en présentant les moyens de défense des montagnes n'y forcent impérieusement. En effet, si l'on établit dans les montagnes des forteresses plus en avant que la limite que nous indiquons actuellement, ou bien il faudra faire traverser le bassin aux communications qui sont partie intégrante de tout bon plan de défense, ou bien il faudra leur faire prendre un grand détour pour leur faire traverser la vallée dans un endroit où celle-ci est directement impraticable, et s'assurer ainsi des avantages qu'on peut tirer de communications couvertes par la nature du terrain.

Le premier parti obligera, comme on le verra par ce qui va suivre un peu plus bas, d'établir dans le bassin une forteresse, destinée à couvrir les communications, et qui sera du reste de toute inutilité, puisqu'il n'y a pas de vallée à fermer. Quant à l'autre parti, celui de diriger les communications à travers le terrain où la direction de la grande vallée est impraticable, il aura l'inconvénient que n'ont déjà que trop les chemins dirigés dans des sites de cette espèce ; je veux dire d'établir des communications entre les différentes forteresses au moyen d'arcs dont la direction de celles-ci formeront la corde. Cela sera d'autant plus fâcheux dans la circonstance présente, que l'ennemi pourra suivre, dans un terrain plus praticable, la corde d'un arc que les défenseurs seraient obligés de parcourir, dans un terrain plus difficile, pour se porter d'une forteresse à l'autre.

TROISIÈME CAS.

Lorsque les différents courants qui viennent du pays ennemi s'étant réunis avec les deux courants d'eau qui ont formé les premiers, sur leur droite et sur leur gauche, des gorges importantes, situées en entier en deçà de la frontière, la vallée où coule ce rassemblement d'eaux est praticable.

274. La nature du terrain, qui fait que les crêtes des montagnes du deuxième degré sont d'ordinaire les directions les plus praticables qu'offrent celles-ci, fait aussi qu'il est plus facile de descendre de ces crêtes dans les vallées qu'il ne l'est de partir des vallées pour s'emparer des crêtes; tant à cause de l'escarpement des montagnes, que parce que celles-ci offrent des directions que les défenseurs peuvent suivre très-facilement pour aller s'opposer aux différentes attaques. La défense des montagnes est aussi la partie essentielle de la défense d'un pays semblable à celui dont nous parlons; mais rappelons ce que nous avons dit (217), que la défense des montagnes doit être réglée, dans le troisième cas, suivant les principes développés en parlant des deux premiers, et passons à la défense des vallées.

275. Nous n'avons proposé de construire des forteresses dans les vallées, lorsqu'il a été question de défendre un pays où les vallées partaient du pays que l'on vouloit défendre, que pour suppléer à l'étendue de la sphère d'activité des forteresses de montagne, pour assurer leurs communications ensemble, et pour renforcer les forteresses de montagnes en appuyant le flanc de tous les obstacles, tels que des vallons ou des ravins, qui s'opposeront aux mouve-

ments que les ennemis pourront diriger sur le flanc des forteresses de montagnes. Maintenant nous pouvons quelquefois attribuer de plus aux forteresses de vallée l'avantage de fermer, par l'occupation d'un seul point, plusieurs débouchés qui fourniraient sans cela à l'ennemi, différentes lignes d'opérations, et de restreindre ainsi le nombre des lignes d'opérations de l'ennemi. En effet, si plusieurs gorges considérables, qui viennent du pays ennemi se réunissent en une seule vallée, on fermera à l'ennemi tous les chemins qui suivent ces différentes gorges, en occupant le point de réunion de celles-ci. Il est alors plus que probable que l'ennemi sera obligé d'établir ses lignes d'opérations dans l'une ou l'autre des grandes chaînes situées sur les côtes de la vallée où sera construite la forteresse; car, si partant de l'un des points où remontent les différentes gorges dont nous venons de parler, il prend une direction diagonale pour sa ligne d'opérations, il sera obligé de lui faire traverser différents ravins ou vallées dont les descentes et les montées donneront une occasion avantageuse d'attaquer ses convois ou ses troupes.

276. La disposition que nous avons proposée (201-212) pour la défense des vallées, celle de créer une ligne de forteresses de vallées intermédiaire aux deux lignes de forteresses de montagnes, peut être encore considérée comme la disposition de principes dans le cas dont nous parlons actuellement; mais nous observerons qu'il pourra être très-souvent nécessaire de lui ajouter des forteresses plus avancées pour remplir l'objet dont nous venons de parler en dernier lieu. Nous allons nous occuper d'abord de celles-ci pour revenir ensuite à la ligne de forteresses de vallées intermédiaires aux deux lignes de forteresses de montagne; parce que la différence de configuration qu'il y a entre les

terrains dont nous parlions (201-212) et ceux dont nous parlons actuellement, doit en occasionner aussi dans les forteresses elles-mêmes.

277. Différents chemins qui viennent du pays ennemi, en suivant des gorges praticables, se réunissent rarement dans un même point, parce qu'il est également rare que différentes gorges se réunissent dans le même point. Il n'est donc possible de fermer aux ennemis tous ces différents débouchés qu'en occupant un point de la vallée situé au-dessous du point de réunion du dernier de ces débouchés, ou tout au moins qu'en occupant un point d'où l'on puisse battre ce point de réunion.

278. Mais observons que la configuration du terrain dont se trouvent entourées ordinairement de telles forteresses, fait, vu leur relation avec les forteresses de montagne situées en arrière d'elles, qu'elles sont les plus difficiles à secourir. En effet : 1° les secours ne peuvent leur arriver par la vallée qu'autant que l'on tient les montagnes dans les points que la direction des eaux lie avec ceux que l'on doit passer dans la vallée; 2° l'ennemi pourra bien probablement tirer un grand avantage de la nature du terrain pour disputer chaque pas à des secours qui tenteraient d'arriver en coupant les montagnes à mi-côte ; car la direction générale des gorges, même de celles qui se trouveraient en entier dans le pays que l'on veut défendre, couperait toutes les directions que l'on pourrait suivre sur la mi-côte des montagnes, parallèlement aux vallées; 3° si les secours suivaient, au contraire, la direction la plus sûre pour arriver à la forteresse de vallée, c'est-à-dire la crête des montagnes, pour descendre ensuite sur la forteresse dans le point où les différents ravins ou gorges leur présenteraient le moins d'obstacles et seraient même en

partie tournés, ils feraient un très-grand détour dont les ennemis pourraient profiter pour faire échouerleurs manœuvres. Il résulte de cette masse d'obstacles qu'on éprouverait pour secourir les forteresses dont nous parlons actuellement, qu'il faut les asseoir de manière à ce que leur construction facilite les moyens de les secourir de différents côtés, et de manière à ce que les différentes positions que l'ennemi pourra prendre, pour arrêter la marche des troupes qui viendront les secourir, aient les communications les plus difficiles qu'il sera possible. Alors les défenseurs qui voudront secourir une telle forteresse pourront plus facilement menacer une des positions d'investissement de l'ennemi, et prévenir ensuite celui-ci avec la supériorité du nombre sur quelque autre position d'investissement dont la conquête ouvrira le chemin de la forteresse.

279. Le moyen le plus sûr de parvenir à ce but serait de construire les forteresses dont nous parlons actuellement dans des points où la vallée fût fort resserrée, et de tenir par des ouvrages les deux côtés de la vallée. La place ellemême se trouvera pour lors ordinairement sur l'un des deux côtés de la vallée, et les ouvrages extérieurs se trouveront sur l'autre côté; quelquefois la place occupera le fond de la vallée, et ses ouvrages extérieurs les deux côtés de celle-ci.

280. Si le fond de la vallée est entièrement impraticable pendant un assez long espace de terrain, il faudra établir la forteresse de manière à ce qu'elle tienne les deux côtés du ravin, dans lequel on pratiquera, à force de travail, des débouchés pour lier les ouvrages construits sur les deux côtés de ce ravin. On tâchera de laisser une grande partie du terrain impraticable, trois quarts de lieue ou

une lieue de ce terrain, derrière la forteresse. Cette disposition remplira non seulement le but dont nous venons de parler, d'obliger l'ennemi de former des dispositions d'investissement mal liées, ou bien de les affaiblir en les étendant ; mais encore elle donnera de grands avantages pendant le siége de la forteresse, parce que si l'ennemi veut exécuter deux attaques des deux côtés de la vallée, les troupes employées à chacune de ces deux attaques devront être en état de résister à toute la masse de la garnison, qui pourra agir indifféremment sur l'un ou l'autre côté de la vallée.

281. Une forteresse de vallée établie comme nous venons de l'indiquer aura toujours une grande propriété, celle de menacer d'attaquer la frontière ennemie par toutes les directions des débouchés qui conduisent à la forteresse. L'ennemi aura toujours à craindre qu'un corps qui se réunirait dans les environs de la forteresse, placé au centre des dispositions de forces mobiles qu'il aura formées lui-même pour la défense de son pays, ne tombe rapidement sur l'un de ses corps auquel la plus grande partie de son armée se réunira bien difficilement avant que le sort de l'attaque ne soit prononcé ; surtout si le rassemblement des défenseurs, devenus attaquants, peut se faire assez près de la crête de la chaîne-mère, d'où partent toutes les gorges fermées par la forteresse, parce que cette crête, servant probablement à établir la communication entre les différents postes de l'ennemi, il sera plus facile de couper les communications entre ceux-ci. Il faudra faire aussi, dans les forteresses dont nous parlons, les établissements convenables à cet objet, ne fût-ce que pour menacer l'ennemi et l'obliger d'employer sur ce point, pour couvrir son propre pays, des troupes qu'il pourrait employer sans cela à agir offensivement ailleurs.

282. Du reste, comme ces places sont plutôt un accessoire qu'une partie intégrante de la défense du pays, il suffit de leur donner un degré de force qui les mette en état de résister, par elles-mêmes, plus que le temps nécessaire pour rassembler une armée, et secourir ensuite ces forteresses; en cas que l'ennemi les attaque subitement. L'on a vu (200) quelques principes relatifs aux caractères de ces places de vallée qui sont entièrement communs à celles dont nous parlons actuellement.

283. Passons à la ligne de places de vallées qui doit être intermédiaire entre les deux lignes de forteresse de montagnes.

284. Les opérations relatives à l'attaque des places de vallées, présenteront incontestablement à l'ennemi une plus grande masse de difficultés que celles dont on a parlé (203); car la tendance naturelle de la plus grande partie des ravins sera dans le cas dont nous parlons actuellement de rentrer dans l'intérieur. Mais cette direction elle-même, des ravins ou vallées, sera une raison de plus de se conformer à ce que nous avons dit (207-209) sur la situation de ces forteresses de vallée.

285. Cette direction, à la vérité, sera d'un autre côté un grand obstacle à ce que ces places de vallée puissent être secourues aussi facilement par des opérations qui aient pour pivôt les forteresses de seconde ligne dans les montagnes. Aussi faudra-t-il apprécier davantage ces positions heureuses ou l'on trouvera dans la grande vallée le débouché de ravins ou de vallées qui viennent de l'intérieur du pays pour se diriger vers le pays ennemi; non-seulement parce que de telles vallées collatérales donneront plus d'avantages pour rendre les forteresses de deuxième ligne, dans les montagnes, pivot des mouvements qu'on fera

pour secourir les forteresses de vallée ; mais encore parce que l'on se trouvera presque toujours dans ces points-là très-rapproché du débouché de ravins ou de vallées, qui remontent jusqu'auprès des forteresses de première ligne dans les montagnes : car une vallée collatérale qui se dirige contre la direction générale des eaux, est presque toujours jointe, avant de se réunir à la grande vallée, par une autre vallée collatérale qui rentre dans le système de la pente générale du pays.

286. Toutes les frontières de l'espèce de celles dont nous avons parlé dans cet article, sont ordinairement appuyées à leurs ailes par quelque grand fleuve ou par la mer, et l'on adopte alors dans le plan de défense, pour position des forces mobiles, quelque contre-fort de celle des différentes chaînes de montagnes la plus rapprochée du fleuve ou de la mer qui appuie l'aile de la frontière; on choisit pour cela un contre-fort couvert par un ravin profond, qui aille se terminer lui-même au fleuve ou à la mer dont nous parlons, et qui parte de plus d'un point de la chaîne dont le relèvement donne des moyens de défense. Ce qui a été dit, à la note de l'article 244, doit faire voir combien la construction de fortifications durables peut être utile, dans un tel point, pour la conservation du reste de la position.

287. Si la frontière est appuyée par un fleuve dont l'autre rive doive être défendue, il pourra être très-avantageux d'occuper ce point par une forteresse qui couvre tout le contre-fort que l'on veut défendre, par l'étendue de sa sphère d'activité ou par ses accessoires ; c'est-à-dire par des forts qui puissent se soutenir autant que la forteresse elle-même, soit à raison de leur force intrinsèque, soit à raison des moyens qu'on aura de les soutenir. Ce sera un

des moyens les plus sûrs pour faciliter les communications entre les deux côtés du fleuve. Mais si les raisons indiquées (161-166) font que les dispositions relatives à des communications aussi importantes ne doivent pas se trouver en première ligne, il faudra regarder les fortifications dont nous venons de parler comme des fortifications de deuxième ligne, et établir, en avant d'elles, d'autres forteresses qui mettent l'ennemi dans l'impossibilité de les attaquer d'une manière dangereuse avant d'avoir d'abord commencé par faire un autre siége. On renvoie ainsi à ce qui a été dit plus haut, pour le site des forteresses, pour leurs accessoires, leurs relations entre elles, les communications qu'elles doivent avoir avec les vallées, et le degré de force qu'il convient de leur donner. Ce que l'on a dit (157-201) indique du reste quelles seront les dispositions de fortifications permanentes qui pourraient convenir à l'établissement des communications entre les deux rives du fleuve.

Des circonstances où la grande chaîne de montagnes étant perpendiculaire à la frontière, deux de ses différentes ramifications se trouvent parallèles à cette même frontière.

288. La formule la plus simple que l'on puisse donner pour résoudre un problême tel que celui de préparer les moyens de défense d'une frontière semblable à celle dont nous parlons actuellement, par l'établissement de fortifications permanentes, sera incontestablement de renvoyer, pour la défense de chacune des deux chaînes de montagnes parallèles à la frontière, à ce qui a été dit depuis (82) jusqu'à (127), et d'établir ensuite quelques principes

sur la manière de lier ces deux dispositions par les mesures relatives à l'occupation de la chaîne mère perpendiculaire à la frontière. Mais ces mesures, qui peuvent être les plus convenables, si les différentes chaînes de montagnes dont on veut entreprendre la défense se trouvent immédiatement sur la frontière, et que l'on veuille absolument tout couvrir, ne conviennent pas pour toutes les différentes circonstances.

289. Il peut arriver en effet, surtout si la pente générale du terrain vient du pays ennemi, que les pentes d'une des chaînes de montagnes parallèles à la frontière soient très-douces du côté de l'ennemi et très-escarpées du côté de l'intérieur du pays (1). Alors l'ennemi pourra se servir des pentes escarpées de cette chaîne pour couvrir l'investissement des forteresses employées à la défense de cette même chaîne, et, comme un petit nombre de troupes suffira naturellement pour cette disposition, il restera à l'ennemi de très-grandes forces à employer pour résister aux secours qui ne pourront arriver aux forteresses qu'en partant de la chaîne mère perpendiculaire à la frontière, et suivant les crêtes de la chaîne de montagnes parallèles à la frontière.

D'un autre côté, pour peu surtout que les chaînes de montagnes parallèles à la frontière se trouvent à quelque distance de l'ennemi, il sera généralement plus avantageux pour la défense du pays de concentrer ses forces dans la chaîne de montagnes perpendiculaire à la frontière,

(1) Cette conformation de terrain sera d'autant plus naturelle à rencontrer, que deux chaînes de montagnes parallèles à la frontière ne s'attacheront pas à une grande chaîne perpendiculaire à celle-ci, sans qu'il y ait des points relevés dans cette dernière chaîne de montagnes.

en y établissant ses places de dépôt, qui sont les pivots de toutes les opérations militaires, et de former, seulement sur les deux autres chaînes de montagnes, les dispositions nécessaires : 1° pour établir des communications sûres tout le long de ces chaînes ; 2° pour obliger, par la défense de quelques passages, les ennemis à adopter des lignes d'opérations plus difficiles ou plus longues. Développons les avantages de ce système : d'abord, il se prêtera facilement à la défense d'un pays tel que celui dont il est parlé, puisqu'il donnera les moyens de tomber sur les derrières d'un ennemi qui voudrait passer la chaîne de montagnes dont les pentes sont douces de son côté, et dont les revers les plus escarpés resserrent une vallée plus reculée dans l'intérieur du pays ; ensuite une frontière sur laquelle on trouve une chaîne de montagnes qui lui est perpendiculaire, à laquelle viennent se rattacher deux autres grandes ramifications parallèles à cette frontière, doit être nécessairement resserrée par deux mers ou par deux grandes rivières, et l'on doit ainsi la considérer comme offrant un théâtre d'opérations particulier. Mais la chaîne perpendiculaire à la frontière, à laquelle viennent s'attacher les deux grandes ramifications parallèles à la frontière, ne sera jamais un point d'où ne partent pas d'autres ramifications de montagnes plus ou moins longues, qui se rapprochent plus ou moins de cette direction ; car de grandes ramifications de montagnes, telles que celles que nous supposons parallèles à la frontière, annoncent de grands courants d'eaux, et ceux-ci ne se forment jamais d'une seule source. D'ailleurs, les crêtes des différentes ramifications de montagnes sont toujours les plus grandes directions praticables qu'offrent des montagnes du deuxième degré ; la chaîne de montagnes perpendiculaire à la

frontière, sera donc le point d'où l'on pourra partir le plus facilement pour se porter dans tous les points du pays, soit pour fermer des passages, soit pour attaquer l'ennemi (1), soit enfin pour agir contre ses lignes d'opérations.

290. L'échelle sur laquelle on mesure les succès de cette dernière espèce de manœuvre, quand il n'y a pas une disproportion de forces qui empêche de rien entreprendre, c'est la longueur de la ligne d'opérations de l'ennemi, comparée avec la distance à laquelle seront obligées de s'éloigner de leurs magasins les troupes qui agiront contre cette ligne d'opérations. Que l'on compare, dans le cas dont nous parlons actuellement, la longueur et la facilité des différentes lignes d'opérations que pourront adopter les défenseurs, pour agir contre les lignes d'opérations de l'ennemi, avec la longueur et la difficulté des lignes d'opérations de l'ennemi pour entrer dans le pays, et l'on verra que le désavantage ne se trouvera pas du côté des défenseurs. En effet, les dépôts de ceux-ci étant établis dans la chaîne de montagnes perpendiculaire à la frontière, leurs lignes d'opérations suivront les directions les plus avantageuses comme les plus praticables qu'offre le pays, c'est-à-dire les crêtes des différentes chaînes de montagnes

(1) Le grand avantage que l'on trouvera dans cette opération sera, que tous les ravins diminuant de profondeur et de largeur à mesure qu'ils approchent de leur origine, il sera plus facile aux défenseurs, devenus attaquants, qu'il ne le sera aux ennemis, de se concentrer sur l'un des contreforts qui viennent de la chaîne de montagnes perpendiculaire à la frontière. Les défenseurs pourront ainsi peut-être attaquer en masse un ennemi dont les troupes seront séparées dans leurs mouvements par différents ravins; d'ailleurs la direction de ceux de ces ravins qui seront parallèles à la frontière et que l'ennemi sera obligé de passer, permettra souvent d'arrêter l'ennemi de front en même temps qu'on l'attaquera en flanc.

qui partent de ce point, et elles seront d'environ quinze lieues, puisque les courants d'eau, les vallées, et par conséquent les ramifications des montagnes du deuxième degré, n'ont pas d'ordinaire plus de quinze à dix-huit lieues. Les lignes d'opérations des ennemis seront au contraire obligées de traverser beaucoup de ravins si elles se dirigent sur les côtés de la chaîne de montagnes perpendiculaire à la frontière, et l'inégalité du terrain qu'elles traverseront ajoutera beaucoup à leur longueur, qui ne sera déjà guère moindre que celles des lignes d'opérations des défenseurs, pour peu que les ennemis n'aient pas établi leurs magasins tout à fait sur la frontière.

291. L'on objectera peut-être contre ce système la nécessité d'avoir un assez gros corps de troupes pour pouvoir agir avec succès contre les lignes d'opérations des ennemis ; mais il faut examiner si la quantité de troupes qu'exigeront probablement les forteresses nécessaires, suivant les autres systèmes, pour la défense d'une frontière de trente ou quarante lieues (1), quand elle sera réunie aux environs de la chaîne mère dans des points qui se communiqueront seulement (comme on le dira plus bas), ne sera pas suffisante, soit pour former des entreprises considérables contre les lignes d'opérations de l'ennemi, soit pour gagner du temps en défendant, sans compromettre ses communications avec la chaîne de montagnes perpendiculaire à la frontière, les obstacles que présenteront les différents ravins ou vallées parallèles à la frontière.

(1) Que l'on se rappelle que les courants d'eaux, les vallées, et par conséquent les ramifications des montagnes, n'ont jamais plus de quinze à dix-huit lieues dans les montagnes du 2e degré, et l'on verra qu'une frontière, composée d'une chaîne mère aux deux côtés de laquelle s'attachent deuxramifications de montages, doit avoir environ trente ou quarante lieues.

292. D'ailleurs, pour peu que le corps de troupes rassemblé dans les montagnes dont la direction est perpendiculaire à la frontière, soit considérable, l'ennemi ne pourra pas s'avancer en même temps sur les deux côtés de celles-ci ; parce qu'il aurait lieu de craindre que ce corps, attaquant successivement avec supériorité chacune de ses divisions, ne prît sur elle l'avantage et ne battît son armée en détail. Entreprendra-t-il au contraire de passer sur un seul côté de la chaîne de montagnes perpendiculaires à la frontière ? il aura lieu de craindre que les défenseurs, renforçant de l'autre côté le corps de troupes qui occupe cette chaîne de montagnes, ne profitent ensuite de la facilité qu'ils auront à suivre une infinité de directions praticables, pour l'attaquer avec succès, en flanc ou à revers, ou bien pour agir contre ses lignes d'opérations ; l'ennemi sera ainsi obligé, pour opérer avec une grande solidité, de commencer son attaque par celle de la chaîne de montagnes perpendiculaire à la frontière. Nous indiquerons plus bas les moyens d'occuper celle-ci de manière à nécessiter des siéges qui donneront, à toutes les forces disponibles des défenseurs, le temps d'arriver au secours de ces points importants auxquels tient le sort du pays, et dont on partira sans doute avec succès, si l'on a su s'y maintenir, pour convertir les progrès qu'aurait fait l'ennemi en une invasion momentanée.

293. Enfin, si l'on voulait se prémunir contre des invasions momentanées, et que l'on voulût avoir sur toute l'étendue de la frontière une double défense, on pourrait encore profiter de la nature du terrain pour établir avec avantage un système de fortifications permanentes.

294. Car chacune des deux chaînes de montagnes parallèles à la frontière aurait alors l'un des caractères sui-

vants : elle entrerait en entier dans le plan de dégradation de la chaîne-mère vers chacune des deux mers ou des deux rivières entre lesquelles nous avons dit (288) que se trouvait toujours nécessairement une frontière de l'espèce de celles dont nous parlons actuellement ; ou bien cette même chaîne de montagnes parallèle à la frontière offrira des contre-pentes et des points relevés.

295. Dans le premier cas, on sera sûr de trouver au moins deux ravins ou vallées parallèles à la frontière, et l'on pourra avoir recours aux moyens de défense en fortifications permanentes, indiqués pour la défense des frontières fluviales.

296. Peut-être sera-t-il nécessaire, tout au plus, de s'assurer, par la construction de quelque forteresse, la possession de postes dont l'ennemi pourrait se servir pour conserver les communications de cette disposition avec celles que l'on indiquera plus bas pour la défense de la chaîne mère.

297. Dans le second cas, celui où la chaîne de montagnes parallèle à la frontière présentera des contre-pentes et des points relevés, on pourra regarder comme une première ligne de forteresse les ouvrages de fortification permanente qu'il sera alors nécessaire de construire, pour établir, comme il a été dit (288), et comme nous le répèterons plus bas, une communication assurée entre la chaîne de montagnes principale et les deux chaînes de montagnes parallèles à la frontière qui en dérivent ; parce que ces fortifications appuieront par le fait toutes les manœuvres dirigées contre les lignes d'opérations de l'ennemi, dont on voudra rendre pivot la chaîne de montagnes principale, en supposant que l'ennemi s'engage trop avant. Tout ce qu'il faudra observer, ce sera de donner à ces for-

tifications un degré de force intrinsèque, qui leur assure les moyens de se soutenir jusqu'à ce qu'elles soient secourues.

298. On formera après cela une seconde ligne de forteresses, avec des places de dépôt disposées suivant les principes développés (89-101).

299. Si l'une des chaînes de montagnes parallèles à la frontière faisant une sinuosité vers le pays ennemi, l'on n'était pas maître de la totalité des crêtes de cette chaîne, et que la frontière se trouvât ainsi coupée, par une vallée dont un ou plusieurs embranchements remontassent dans le pays ennemi, on s'astreindrait, pour la défense d'une frontière ainsi coupée, quelle que fût la nature de la chaîne de montagnes, aux principes développés dans le n. 4.

300. Maintenant que nous avons développé le système de défense qui paraissait le plus avantageux pour une frontière, telle que celle que nous avons supposé qu'on occupait actuellement, et dont nous avons ensuite fait connaître les additions qui pouvaient y être faites ; occupons-nous des deux objets dont les détails ne sont pas assez développés par les discussions que nous venons de faire et par les articles précédents auxquels nous avons renvoyé, savoir : 1° la manière de défendre la chaîne de montagnes perpendiculaire à la frontière, de telle sorte qu'elle lie les mesures relatives à la défense de chacune des deux chaînes de montagnes parallèles à la frontière; dispositions qui sont nécessairement toujours les mêmes, quelles que soient les mesures relatives à la défense des chaînes de montagnes parallèles à la frontière ; 2° les mesures accessoires relatives, soit à l'établissement de communications sûres le long de ces chaînes, soit à l'occupation de quelques passages afin d'obliger l'ennemi d'adopter des lignes d'opérations plus longues ou plus difficiles.

301. Occuper le point de la chaîne mère, d'où l'on peut se porter le plus facilement vers les différentes parties du pays ; former des dépôts dont la conquête soit impossible, avant que le point d'où l'on peut se porter le plus facilement dans toutes les directions ait été perdu, et qui appuient de plus, s'il est possible, les retours vers ce point ; lier enfin les dispositions relatives à ces objets aux deux chaînes de montagnes parallèles à la frontière : voilà incontestablement les trois objets que l'on doit se proposer dans le cas dont nous parlons actuellement. La manière de les remplir varie suivant la nature du terrain. Il y a des circonstances dans lesquelles les dépôts doivent se trouver sur les points d'où l'on peut se porter le plus facilement vers les différentes parties du pays, et il y en a d'autres dans lesquelles il faut les séparer de ces mêmes établissements. Examinons donc quelle peut être la nature du terrain. Il est certain qu'il représente au premier coup d'œil trois hypothèses différentes :

1° Celle où les chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière s'étendent en entier en arrière des chaînes de montagnes parallèles à la frontière.

2° Celle où les chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière s'étendent seulement en avant des chaînes de montagnes parallèles à la frontière.

3° Celle où les chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière s'étendent en avant et en arrière des chaînes de montagnes parallèles à la frontières.

La première hypothèse ne peut exister dans un continent, qu'autant qu'il n'y aura qu'une seule chaîne de montagnes parallèle à la frontière qui s'attache, à l'extrémité de celle-ci, à quelque autre chaîne de montagnes qui court perpendiculairement ou parallèlement

à la frontière. Dans ce cas, toutes les dispositions que l'on pourra faire seront soumises aux principes que nous avons donnés plus haut pour la défense des chaînes de montagnes parallèles à la frontière, en observant seulement : 1° que le point où la chaîne de montagnes parallèle à la frontière s'attachera à une autre chaîne de montagnes, se trouvera nécessairement dans l'une de ces grandes directions praticables que tracent les crêtes dans les montagnes du second degré; 2° que si la frontière est assez peu étendue, n'ayant par exemple que douze ou quinze lieues, pour que le point de jonction de la chaîne de montagnes parallèle à la frontière, avec une autre chaîne de montagnes, offre l'emplacement d'une forteresse susceptible de devenir le pivot de mouvements dirigés contre les lignes de communications de l'ennemi ; il faudra former ces établissements suivant les principes que nous exposerons un peu plus bas pour les circonstances où les chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière s'étendent en avant et en arrière des chaînes de montagnes parallèles à cette même frontière. Car s'il est d'un côté possible de s'assurer, par la construction de quelques postes de communication, la possibilité d'agir sur les crêtes de la chaîne parallèle à la frontière, de l'autre côté l'on ne s'assurera de beaucoup de directions pour agir contre les lignes d'opérations de l'ennemi, qu'autant que l'on trouvera, en avant de la chaîne de montagnes parallèle à la frontière, un point d'où l'on puisse partir pour agir en avant de cette chaîne, dans beaucoup de ces directions praticables qu'offrent les montagnes du second degré.

302. Passons au deuxième cas, celui où les chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière s'étendent en entier en avant des chaînes de montagnes parallèles à cette même frontière.

303. Cette hypothèse ne peut exister, dans toute la force du terme, qu'autant que les trois chaînes de montagnes se réunissent en un seul point. Ce point est ainsi celui d'où l'on peut se porter le plus facilement vers tous les autres points du pays, puisque c'est celui où aboutissent les trois grandes directions praticables qu'offrent les crêtes des trois chaînes de montagnes. C'est donc le point qu'il faut occuper pour remplir le but qu'on se propose. Il faut aussi faire, de la forteresse qui l'occupera ou qui se liera avec lui, la place de dépôt destinée à alimenter l'armée dans tous les mouvements relatifs à la défense du pays. Si l'on rejette ces dépôts plus en arrière, ils se trouveront sur les pentes des montagnes du côté de l'intérieur du pays, et l'on sera peut-être obligé de construire des forts intermédiaires pour assurer leurs communications avec le point qui doit servir de pivot à toutes les manœuvres. D'ailleurs la position de ces dépôts, entre des ravins ou des vallées, ne leur permettra jamais alors d'être pivots d'une grande quantité de mouvements.

304. Les forteresses dont nous parlons actuellement ayant, tant par leur destination que par leur emplacement, une grande similitude avec celles dont il est parlé (245), il faudra les assujettir à tout ce qui est dit sur celles-ci, depuis (245) jusqu'à (252).

305. Observons que les moyens indiqués (106) pour ralentir les mouvements de l'ennemi sur les chaînes de montagnes parallèles à la frontière, ne seront probablement pas susceptibles d'être employés dans la circonstance présente sur les terrains situés aux environs de la forteresse; parce que les environs de cette forteresse, présentant des crêtes de montagnes, offriront d'ordinaire une moindre quantité de ces grands obstacles, susceptibles de retarder beaucoup

la marche d'un corps de troupes, si l'on ferme les passages ordinaires.

306. La forteresse dont nous parlons actuellement devra, pour avoir tout le degré d'utilité dont elle est susceptible, tenir, par ses propres ouvrages ou par ses accessoires, l'entrée des trois grandes directions praticables marquées par la direction des trois chaînes de montagnes au point de réunion desquelles elle se lie. C'est là ce qui assurera sa liaison avec le reste de la frontière.

307. Examinons la manière dont elle peut tenir l'entrée de ces directions.

308 Cet objet sera rempli facilement : il ne présentera de difficultés que si les directions, dont il est important de s'assurer l'entrée, sont coupées par des points rabaissés, et si ces points rabaissés sont assez rapprochés de la forteresse pour que celle-ci, ou bien des ouvrages extérieurs qui lui seront liés, puissent battre par leur feu les seules positions dont l'ennemi pourrait se servir pour en disputer le passage, et que ces positions ne soient pas couvertes par ces nombreux rochers jetés çà et là qu'offrent certains pays, et contre lesquels l'artillerie est impuissante. La disposition du tracé de la place, ou bien celle de ses ouvrages extérieurs, pourra assurer tout ce qu'il est important d'assurer.

309. Si les points rabaissés qui coupent les grandes directions du pays sont, au contraire, plus éloignés, le moyen de s'en assurer le passage, par des forts construits en deçà d'eux, dont le feu battrait les positions que l'ennemi pourrait prendre pour en interdire le passage, paraît insuffisant. Ce feu embrasserait trop difficilement l'ensemble de la position de l'ennemi, et s'exécuterait lui-même sur un développement étroit qui ne permettrait pas d'établir de feux croisés. Il vaudra mieux avoir recours à une ressource

dont l'emploi conviendrait même auprès de la forteresse; ce sera de construire des forts qui tiennent les clés des positions que pourrait prendre l'ennemi, ou qui, portés plus en avant, puissent battre à revers les positions que l'ennemi pourrait prendre en arrière des points rabaissés pour couper leurs communications avec la forteresse (1).

310. Les ouvrages, ou forts construits pour les différents objets dont nous venons de parler, devront avoir, soit à raison de leur force intrinsèque, soit à raison de la facilité avec laquelle ils peuvent être soutenus par la forteresse, non-seulement un degré de force qui les mette en état de résister tout le temps qu'exigeront les différentes manœuvres exécutées sur d'autres directions, dont la forteresse sera le pivot, mais encore un degré de force qui les mette en état de résister autant que la forteresse dont ils font partie intégrante (2).

311. Passons maintenant au troisième cas, celui où les chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière s'étendent en avant et en arrière des chaînes de montagnes parallèles à cette même frontière.

312. La nature, toujours grande, nous rappelle sans

(1) La nature du terrain nécessite de plus ordinairement les dispositions dont nous venons de parler, parce que les positions dont l'ennemi pourrait se servir pour masquer le point qui doit devenir pivot des différents mouvements, sont formées par des contre-pentes presque toujours plus escarpées que les pentes générales, lors même qu'elles ne se relèvent pas autant que celles-ci.

(2) L'on vient de tracer les principes qui doivent servir de base à une disposition formée de longue main. Dans une disposition de campagne on s'occupe quelquefois de fortifier d'abord les points dont l'occupation est accessoire, parce que l'on pourra être obligé de s'éloigner de ce soutien en laissant toujours des troupes dans le point essentiel, qui est quelquefois plus fort par lui-même que le point accessoire fortifié artificiellement.

cesse, dans les éléments qui la composent, cette simplicité de moyens qui doit être le résultat des volontés d'un être infiniment puissant. Trois sources d'eau suffiront pour former un sommet isolé, nous ne trouverons jamais, comme il a été dit à l'article de la connaissance des terrains, quatre sources qui partent du même point. La même raison fait que nous ne trouverons jamais, en approfondissant la chose, quatre ramifications de montagnes qui partent exactement du même point. Il en résulte une forme constante pour les pays où l'on trouve des chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière en avant et en arrière de chaînes de montagnes parallèles à cette même frontière. La chaîne de montagnes vient du côté du pays ennemi; arrive un point où elle se divise en deux branches qui courent parallèlement à la frontière; ce point est marqué par un sommet relevé. L'un de ces deux grands embranchements se divise ensuite lui-même en deux nouvelles chaînes de montagnes, dont l'une court perpendiculairement, et l'autre parallèlement à la frontière; ce point de division est encore marqué par un sommet relevé.

313. On sent facilement que la possibilité d'exécuter toutes sortes de mouvements dans la direction de la chaîne de montagnes qui vient du pays ennemi, ou dans la direction des deux chaînes de montagnes parallèles à la frontière, tient sinon à l'occupation des deux points que nous avons indiqués comme points de réunion de trois embranchements différents, du moins à l'occupation solide d'autres points qui ne puissent pas être séparés de ceux-ci.

314. Il est quelquefois possible de s'assurer, par la construction d'une seule forteresse, de la possession des deux points à chacun desquels se réunissent trois chaînes de montagnes. Cela arrivera quand les crêtes, qui lient

ces deux points, ne seront pas coupées par des ravins. Si les crêtes de montagnes ne sont pas coupées par des ravins, on écartera quelquefois des points situés à la réunion des différentes directions praticables du pays les fortifications destinées à s'en assurer la possession ; afin de s'en servir en même temps pour tenir des positions dont l'ennemi pourrait profiter, soit pour couper les communications des différentes chaînes de montagnes parallèles à la frontière avec le point où seront établis les dépôts, soit pour interrompre les communications des postes de communication avec ce même point où seront établis les dépôts.

315. Occupons-nous maintenant de ce qui regarde le choix du point où seront établis les dépôts; car les ouvrages de fortification destinés à s'assurer des points que nous venons d'indiquer, peuvent bien contenir des dépôts suffisants pour alimenter l'armée pendant quelques opérations; néanmoins ils ne doivent jamais servir à former les grands dépôts, parce que l'occupation des points, que nous avons indiqués comme points de réunion de trois chaînes de montagnes perpendiculaires ou parallèles à la frontière, donne bien le moyen d'agir contre les lignes d'opérations de l'ennemi dans les directions qui se lient à celles des chaînes de montagnes parallèles à la frontière, mais non pas d'agir sur des directions qui rentrent dans l'intérieur du pays.

316. Les grands dépôts doivent être établis dans la chaîne de montagnes qui se dirige dans l'intérieur du pays perpendiculairement à la frontière, et doivent ne pouvoir jamais être séparés de celui des points de cette chaîne, où la réunion d'une plus grande quantité de ramifications de montagnes offre aussi une plus grande quantité de grandes directions praticables pour agir dans l'intérieur du pays.

Des dépôts ainsi établis seront couverts : par toutes les dispositions relatives à la défense des chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière ; par les dispositions relatives à la liaison des mesures prises pour la défense de ces montagnes avec les chaînes de montagnes parallèles à la frontière ; par les mesures relatives à la défense des montagnes parallèles à la frontière ; et même, dans le cas où les escarpements de la chaîne de montagnes dans laquelle seraient situés ces dépôts deviendraient plus praticables, en rentrant dans l'intérieur du pays, les mesures relatives aux objets dont nous venons de parler empêcheraient encore qu'on pût venir les attaquer en flanc.

317. Il peut arriver que les points relevés et rabaissés, qui se rencontrent dans des crêtes de montagnes, offrent à l'ennemi plusieurs avantages dont il pourrait se servirpour couper la communication entre les points où seront établis les dépôts et ceux qui seront destinés à devenir les pivots de différents mouvements en avant des chaînes de montagnes parallèles à la frontière. Il faudra s'assurer alors de ces positions par des pièces de fortifications placées suivant les principes indiqués (304), pour s'assurer des positions qui se trouvent éloignées du point destiné à servir de pivot aux différents mouvements, et dont l'ennemi peut se servir pour masquer ce point.

318. Des localités semblables à celles qui nécessitent quelquefois la construction de forts de communication entre les places de dépôts et les pivots de défense, obligent aussi quelquefois de construire, d'après les mêmes principes, des forts de communication entre les pivots de défense eux-mêmes quand ceux-ci sont doubles.

319. Mais il faut observer que si chacun des deux pivots de défense peut être le premier objet des attaques de l'en-

nemi, en supposant toujours qu'il y en ait deux, celui de ces deux pivots qui communiquera avec la place de dépôt deviendra nécessairement lui-même un poste de communication; à moins que chaque pivot de défense n'ait une communication particulière avec la place de dépôt.

320. S'il arrive que chacun des deux pivots de défense se trouve également exposé à devenir le premier objet des attaques de l'ennemi, qu'il soit possible d'assurer à chacun de ces pivots de défense une communication particulière avec la place de dépôt, et d'assurer les communications particulières par les moyens indiqués (317), en cas que cela soit nécessaire, il faudra que toutes les mesures relatives à la communication entre ces deux pivots de défense soient doubles, c'est-à-dire, qu'elles assurent entre ces deux points des communications réciproques.

321. Ce que nous avons dit, depuis (306) jusqu'à (312), sur l'emplacement, la force et les accessoires des forteresses destinées à assurer la possession des points d'où l'on peut partir pour agir sur une grande quantité de directions, suffira, si on y ajoute tout ce que nous venons de dire en dernier lieu : 1° pour indiquer tout ce qui regarde la forteresse destinée à occuper les deux points dont chacun est le point de réunion de trois différentes chaînes de montagnes; 2° pour indiquer les moyens de lier à la défense des deux chaînes de montagnes parallèles à la frontière celle des chaînes de montagnes perpendiculaires à cette même frontière. On sent facilement que si l'on a été obligé d'établir des postes de communications entre les deux points destinés à devenir pivots de mouvements, ces postes devront avoir, à raison de leur force et à raison de la facilité avec laquelle on pourra les soutenir, un degré de force qui les mette en état de faire une aussi longue résistance que les deux points qu'ils lient.

322. Quant aux places de dépôt, voici ce qui les regarde : on pourra leur donner un degré de force plus considérable, si l'on peut leur faire jouer un rôle ultérieur dans la défense du pays; mais, relativement au rôle qu'elles doivent jouer dans la défense des montagnes, il suffira que le temps que leur force intrinsèque leur assurera les moyens de résister, ajouté à celui que les obstacles du terrain et la disposition des autres pièces de fortification feront perdre à l'ennemi pour arriver à les investir, soit égal au temps qu'il faudra aux défenseurs pour ramener dans les environs la quantité de troupes nécessaire pour la défense des montagnes.

323. Quant aux fortifications construites pour assurer les communications entre la place de dépôt et les pivots de mouvements, comme elles ne se trouvent pas d'ordinaire dans le cas d'être attaquées de prime abord, étant presque toujours couvertes sur leur front par les dispositions relatives à la défense des pivots de manœuvre, et sur leur flanc par la difficulté du terrain; leur force doit être réglée, en général, par les principes indiqués pour régler la force des places de dépôt; c'est-à-dire que la force intrinsèque, ou les difficultés que l'ennemi doit éprouver pour arriver aux postes de communications établis entre les pivots de mouvements et la place de dépôt, doivent donner en masse à ces postes de communication, un degré de force qui les mette en état de résister plus de temps qu'il n'en faudra aux défenseurs pour rassembler un corps de troupes entièrement suffisant à la défense des montagnes, et pour faire arriver ce corps jusqu'à eux.

324. Au reste, nous ne pouvons pas quitter ces postes de communications, entre les places de dépôt et les pivots de mouvements, sans faire observer que ce sont quelque-

fois ceux qu'il faut rendre susceptibles de recevoir les plus gros corps de troupes dans la disposition de défense d'un pays de montagnes, et ceux où il faut établir par conséquent les plus gros magasins partiels, quand ces postes ne couvrent pas absolument les places de dépôt. En effet :

1° Outre les directions généralement praticables qu'offrent les crêtes des montagnes du second degré, il se trouve encore quelquefois beaucoup de directions praticables dans les environs de ces crêtes, et les postes de communications dont nous parlons sont réellement ceux qui communiquent le plus facilement avec les points que leur nature doit rendre pivots de mouvements ;

2° Ces postes étant destinés à occuper des positions dont l'ennemi pourrait se servir pour couper la communication entre les points destinés par leur nature à devenir pivots de défense, et les places de dépots ; ils se trouvent souvent sur des points relevés, qui présentent d'un autre côté des positions formidables à l'ennemi ;

3° La situation de ces postes, sur des points relevés, les rend quelquefois la clef de nouvelles chaînes de montagnes parallèles à la frontière, dont l'occupation obligera les ennemis de faire un grand détour s'ils veulent arriver à la place de dépôt, en laissant les autres dispositions sur leur flanc ;

4° La même raison, tirée de la situation de ces postes de communications sur des points relevés, assure quelquefois aux troupes qui les défendent les moyens de descendre facilement dans des vallées importantes ; et il arrive souvent qu'un petit contre-fort, des hauteurs sur lesquelles ils sont situés, leur offre le moyen de couvrir des communications particulières au travers d'une vallée impraticable située sur leur côté ;

5° Ces postes de communications sont ceux d'où l'on peut faire partir le plus facilement des troupes pour couvrir la place de dépôt contre des entreprises partielles ;

6° Enfin si les places de dépôt sont couvertes, soit de front, soit en flanc, par des lignes d'escarpements ou par des positions, les postes de communication, dont nous parlons actuellement, sont les points d'où l'on partira le plus facilement pour aller occuper ces positions.

325. Passons maintenant aux mesures accessoires relatives à l'établissement de communications sûres le long des chaînes de montagnes parallèles à la frontière, ainsi qu'à l'occupation de quelques passages, afin d'obliger l'ennemi d'adopter des lignes d'opérations plus longues, ou plus difficiles. Ces mesures sont communes aux trois différents cas dont il a été parlé (301).

326. Les communications qui suivent une chaîne de montagnes parallèle à la frontière, se dirigent d'ordinaire comme on l'a déjà dit, le long de la crête de cette chaîne ; les mesures nécessaires pour s'assurer cette direction, sont soumises aux principes donnés (108).

327. Mais comme de tels forts pourraient devenir, dans certaines circonstances, plus nuisibles qu'utiles, s'ils n'avaient pas un degré de force qui les mît en état de résister, par eux-mêmes, quelques jours de plus que le temps nécessaire pour les secourir, en partant des forteresses destinées à tenir les points qui peuvent devenir les pivots des mouvements dirigés contre les lignes d'opérations de l'ennemi.

328. Il ne faudra construire des fortifications de l'espèce de celles dont nous parlons actuellement, que là où celles-ci seront absolument nécessaires.

329. Il faudra placer, s'il est possible, de tels ouvrages de fortifications, de manière à ce qu'ils deviennent des points d'appuis dans la disposition des forces mobiles, ou bien de manière à ce qu'ils ferment des débouchés, ou bien enfin de manière à ce qu'ils tiennent l'entrée de quelque grande direction praticable avantageuse pour agir contre les lignes d'opérations de l'ennemi, en cas que celui-ci commence ses opérations par l'attaque des établissements formés dans les chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière.

330. Fermer les grands débouchés d'un pays, c'est incontestablement le moyen d'obliger l'ennemi d'allonger ses lignes d'opérations.

331. Mais comme on ne pourrait donner un très-grand degré de force aux postes que l'on emploierait à cet usage, sans tomber dans l'inconvénient de multiplier beaucoup trop les fortifications, par rapport aux forces mobiles, on pourra se contenter de donner à de tels postes la force intrinsèque nécessaire pour résister un temps égal à celui que l'ennemi perdra en allongeant sa ligne d'opérations.

332. Seulement, si de tels postes peuvent jouer un rôle dans la disposition des forces mobiles, on leur donnera un degré de force suffisant pour pouvoir se soutenir jusqu'à ce qu'ils soient appuyés par des troupes venant des chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière, qui sont alors le centre de la défense.

333. Ce que l'on a dit tout à l'heure indique suffisamment quel est le degré de force qu'il faut donner à de tels postes, s'ils peuvent mettre en possession d'une direction avantageuse pour agir contre les lignes d'opérations de l'ennemi, en cas qu'il commence son attaque par

les établissements formés dans les chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière.

834. Mais hors le cas où des postes, destinés seulement à fermer des passages, auront un degré de force égal à celui des établissements formés dans les chaînes de montagnes perpendiculaires à la frontière, il faudra éviter d'embarrasser les grandes directions qui partent de ceux-ci par des postes susceptibles seulement d'une petite défense, et dont la conquête sera ensuite un grand avantage pour l'ennemi, puisqu'il se trouverait alors avec des appuis dans un pays où tout doit être contre lui.

AIDE-MÉMOIRE

DE

L'INGÉNIEUR MILITAIRE.

LIVRE SECOND.

SCIENCES AUXILIAIRES.

CHAPITRE PREMIER. (*Suite.*)

Mathématiques.

GÉOMÉTRIE A TROIS DIMENSIONS.

263. La géométrie à trois dimensions s'occupe des corps solides, c'est-à-dire des portions de l'étendue terminée de tous côtés par des surfaces courbes ou par des plans. Ces surfaces se coupant suivant des lignes droites ou courbes, il est nécessaire de connaître la relation qui existe entre les lignes et les surfaces, afin d'avoir une parfaite connoissance des solides.

264. Une ligne perpendiculaire à un plan est perpendiculaire à toutes les lignes situées sur le plan qui se croisent à son point de rencontre.

265. Le plan qui contient une perpendiculaire à un second plan lui est aussi perpendiculaire.

266. L'intersection de deux plans est une ligne droite.

267. L'angle formé par deux plans qui se coupent suivant une droite, est mesuré par l'angle que font entre elles deux perpendiculaires menées dans chacun de ces plans à l'intersection commune et s'y rencontrent au même point.

268. Un *angle solide* est l'espace angulaire compris entre plusieurs plans qui se réunissent en un même point. Il faut au moins trois plans pour former un angle solide.

269. On mesure les angles solides en prenant la somme des

angles plans qui les forment. Cette somme est nécessairement toujours moindre que quatre angles droits, car si elle égalait 360°, l'angle solide disparaîtrait pour faire place à un plan unique.

270. On appelle *polyèdre* tout solide terminé par des plans ou des faces planes. Ces faces se coupent elles-mêmes et sont terminées par des lignes droites, appelées *arêtes* ou *côtés*; ces derniers se rencontrent en des points qui sont les *sommets* des polyèdres. On nomme tétraèdre le solide qui a quatre faces, hexaèdre celui qui en a six, octaèdre celui qui en a huit, dodécaèdre celui qui en a douze, icosaèdre celui qui en a vingt, etc.

271. Le *prisme* est un solide compris sous plusieurs plans parallélogrammes terminés de part et d'autre par deux polygones égaux et parallèles. Ces deux polygones s'appellent les bases du prisme. La surface *latérale* se compose des autres faces ou plans parallélogrammes. La distance perpendiculaire entre les deux bases s'appelle la *hauteur* du prisme.

Si les côtés qui vont d'une base à l'autre sont perpendiculaires aux plans de ces bases, le prisme est *droit*; dans le cas contraire il est *oblique*.

272. Un prisme est *triangulaire, quadrangulaire, pentagonal, hexagonal*, etc., selon que la base est un triangle, un quadrilatère, un pentagone, un hexagone, etc. Si la base est un parallélogramme, toutes les faces sont parallélogrammiques, et il prend le nom de *parallélipipède*. Si toutes les faces sont rectangulaires, le parallélipipède est *rectangle*; si en outre toutes les arêtes sont égales, on obtient le *cube* ou hexaèdre régulier.

273. Si d'un point situé hors du plan qui contient un polygone quelconque, on mène des lignes droites à tous les sommets du polygone, il se formera plusieurs triangles qui auront pour sommet commun le point dont il s'agit, et pour bases les divers côtés du polygone. Le solide compris entre ces triangles et le polygone s'appelle une *pyramide*. Le point hors du polygone est le *sommet* de la pyramide; le polygone en est la base. La hauteur de la pyramide est la perpendiculaire abaissée du sommet sur le plan de la base, prolongé s'il est nécessaire.

274. La pyramide est triangulaire, quadrangulaire, etc., selon que la base est un triangle, un quadrilatère, etc. La pyramide est régulière lorsque la base est un polygone régulier, et que le sommet se trouve sur une perpendiculaire élevée par le centre de cette base.

275. Dans un polyèdre on appelle *diagonale* la ligne droite qui joint les sommets de deux angles solides non adjacents.

276. On appelle *polyèdres symétriques* deux polyèdres qui, ayant une base commune, sont construits semblablement, l'un au-dessus du plan de cette base, l'autre au-dessous, avec cette condition, que les sommets des angles solides homologues soient situés à égales distances du plan de la base, sur une même droite perpendiculaire à ce plan.

277. En général, deux polyèdres semblables ont les faces homologues semblables, et les angles solides homologues égaux. Si outre cela une seule arête de l'un des polyèdres est égale à l'arête homologue de l'autre, les deux polyèdres sont égaux.

278. Tout polyèdre peut se diviser en un certain nombre de pyramides triangulaires. Deux polyèdres semblables peuvent se partager en un même nombre de pyramides triangulaires semblables chacune à chacune, et semblablement placées.

279. Deux pyramides triangulaires sont semblables lorsqu'elles ont deux faces semblables chacune à chacune, semblablement placées et également inclinées entre elles.

280. La *sphère* est un solide terminé par une surface courbe, dont tous les points sont également distants d'un point intérieur qu'on appelle *centre*.

281. La sphère peut être produite par un demi-cercle tournant autour du diamètre sur lequel il s'appuie. Dans cette révolution, chaque point de la demi-circonférence décrit un cercle dont le centre est marqué par l'intersection du plan de ce cercle avec le diamètre qui sert d'axe et qui est perpendiculaire à ce même plan.

282. D'après cela, comme à toute section de la sphère correspond un diamètre qui est perpendiculaire à son plan et qu'on peut supposer avoir servi d'axe pour la formation de la sphère, on peut dire qu'en général toute section de la sphère par un plan produit un *cercle*, qui est *grand* ou *petit*, suivant que le plan passe par le centre ou n'y passe pas. Les extrémités du diamètre perpendiculaire à ce plan s'appellent les pôles du cercle.

283. Une ligne droite, qui du centre aboutit à la surface (22-325) s'appelle *rayon*. Si la droite passant par le centre aboutit des deux côtés à la surface, c'est un *diamètre*.

284. Un *plan* est *tangent* à la sphère, lorsqu'il n'a qu'un point commun avec sa surface.

285. *Triangle sphérique* est une partie de la surface de la sphère comprise par trois arcs de grands cercles; ces arcs, qui s'appellent les *côtés* du triangle, sont toujours supposés plus

petits que la demi-circonférence. Les angles que leurs plans font entre eux sont les angles du triangle.

286. Un triangle sphérique prend le nom de *rectangle*, *isoscèle*, *équilatéral*, dans les mêmes cas qu'un triangle rectiligne.

287. *Polygone sphérique* est une partie de la surface de la sphère, terminée par plusieurs arcs de grands cercles.

288. *Fuseau* est la partie de la surface de la sphère comprise entre deux demi-grands cercles qui se terminent à un diamètre commun.

289. *Coin* ou *onglet sphérique* est la partie du solide de la sphère comprise entre les mêmes demi-grands cercles, et à laquelle le fuseau sert de base.

290 *Pyramide sphérique* est la partie du solide de la sphère comprise entre les plans d'un angle solide dont le sommet est au centre. La base de la pyramide est le polygone sphérique intercepté par les mêmes plans.

291. On appelle *zone* la partie de la surface de la sphère, comprise entre deux plans parallèles qui en sont les *bases*. L'un de ces plans peut être tangent à la sphère, alors la zone n'a qu'une base.

292. *Segment sphérique* est la portion du solide de la sphère comprise entre deux plans parallèles qui en sont les bases, l'un de ces plans peut être tangent à la sphère, alors le segment sphérique n'a qu'une base.

293. *La hauteur d'une zone ou d'un segment* est la distance des deux plans parallèles qui sont les bases de la zone ou du segment.

294. Dans la supposition où la sphère est engendrée par un demi-cercle tournant autour du diamètre qui la termine, tout secteur circulaire (espace compris entre deux rayons et un arc), décrit un solide qu'on appelle *secteur sphérique*.

295. On appelle *cylindre* le solide produit par la révolution d'un rectangle qu'on imagine tourner autour d'un de ces côtés qui reste immobile.

296. Ce côté immobile s'appelle l'axe du cylindre : les deux côtés perpendiculaires à l'axe décrivent des cercles, qui sont les *bases* du cylindre : le côté parallèle à l'axe en décrit la *surface convexe*.

297. Il est évident que toute section faite dans le cylindre perpendiculairement à l'axe, est un cercle égal à chacune des bases, et que toute section faite par un plan passant par l'axe, est un rectangle double du rectangle générateur.

298. On appelle *cône* le solide produit par la révolution d'un triangle rectangle, autour de l'un des côtés de l'angle droit supposé immobile.

299. Le côté immobile s'appelle *l'axe* ou la *hauteur* du cône; le côté perpendiculaire décrit un cercle qui en est la *base*; l'hypoténuse, qu'on nomme dans ce cas *côté* ou *apothème* de cône décrit la surface convexe. Le *sommet* du cône est le point d'intersection de l'axe et de l'hypoténuse.

300. Toute section faite perpendiculairement à l'axe est un cercle plus ou moins grand, suivant qu'il est plus ou moins éloigné du sommet. Toute section faite suivant l'axe est un triangle isoscèle double du triangle générateur.

301. Si par un pont pris entre le sommet et la base d'un cône, on mène un plan perpendiculaire à l'axe, et qu'on retranche le petit cône compris entre le sommet et ce plan, le solide restant s'appelle *cône tronqué* ou *tronc* de *cône*. On peut le supposer décrit par un trapèze.

302. Deux cylindres ou deux cônes sont *semblables* lorsque leurs axes sont entre eux comme les diamètres de leurs bases.

303. Si sur les côtés d'un polygone inscrit ou circonscrit au cercle qui sert de base à un cylindre on élève un prisme droit égal en hauteur au cylindre, on dit que le prisme est *inscrit* dans le cylindre, ou lui est circonscrit, ou bien encore que le cylindre est *circonscrit* au prisme ou *inscrit* dans le prisme.

304. On appelle *polyèdre régulier* celui dont toutes les faces sont des polygones réguliers, égaux, et dont tous les angles solides sont égaux entre eux. Tout polygone régulier peut être inscrit dans une sphère et lui être circonscrit.

305. Puisqu'un angle solide est toujours moindre que 360°, il ne peut y avoir que cinq polyèdres réguliers, savoir : trois dont les faces soient des triangles équilatéraux, un dont les faces soient des carrés, et un dont les faces soient des pentagones réguliers. En effet, l'angle solide est de $180° = 3 \times 60°$ pour trois triangles équilatoraux, il est de $240° = 4 \times 60°$ pour quatre triangles et de $300° = 5 \times 60°$ pour cinq triangles, il serait de $360° = 6 \times 60°$ pour six triangles réunis autour du même sommet, ce qui rend l'angle solide impossible. De même l'angle solide est de $270° = 3 \times 90°$ pour trois carrés ; pour quatre il serait de $360° = 4 \times 90°$. Enfin l'angle solide est de $324° = 3 \times 108°$ pour trois pentagones réguliers, réunis autour du même sommet, pour quatre il serait de $432° = 4 \times 108$: ce qui n'est plus un angle convexe possible.

306. Les polyèdres réguliers sont les suivants :

1° Le tétraèdre, dont les angles solides sont formés de triangles équilatéraux assemblés trois à trois. Il a 4 sommets, 6 arêtes et 4 faces.

2° L'octaèdre dont les angles solides sont formés de triangles équilatéraux rassemblés quatre à quatre. Il a 6 sommets, 12 arêtes et 8 faces.

3° L'icosaèdre dont les angles solides sont formés de triangles équilatéraux assemblés cinq à cinq. Il a 12 sommets, 30 arêtes, et 20 faces.

4° L'hexaèdre ou cube, dont les angles solides sont formés de carrés rassemblés trois à trois; il a 8 sommets, 12 arêtes et 6 faces.

5° Enfin, le dodécaèdre, dont les angles solides sont formés de pentagones assemblés trois à trois. Il a 20 sommets, 30 arêtes et 12 faces.

307. En général, dans tout polyèdre régulier, le nombre total des sommets est au nombre total des faces, comme le nombre des côtés du polygone de la face est au nombre de faces rassemblés autour d'un seul sommet; de plus le nombre total d'arêtes est au nombre total des sommets, comme le nombre d'arêtes autour d'un seul sommet est au nombre des sommets aux extrémités d'une seule arête, c'est-à-dire à 2.

308. Si du centre de la sphère inscrite dans un polyèdre régulier on abaisse des perpendiculaires sur les faces, il est évident que ces perpendiculaires seront en nombre égal aux faces.

En considérant les pieds de ces perpendiculaires comme les sommets d'un nouveau polyèdre *intérieur*, on remarquera :

1° Que lorsque l'angle solide n'est formé que de trois plans, comme dans le tétraèdre, l'hexaèdre et le dodécaèdre, en joignant trois à trois, par des lignes droites, les pieds des perpendiculaires, les faces du polyèdre intérieur peuvent être formées de triangles équilatéraux qui seront en même nombre que les sommets du polyèdre primitif, en sorte que dans ce cas, le tétraèdre a pour polyèdre intérieur un tétraèdre, l'hexaèdre un octoèdre et le dodécaèdre un icosaèdre.

2° Que lorsque l'angle solide est formé de quatre plans, comme dans l'octaèdre, les faces du polyèdre intérieur sont composées de carrés au nombre de *six*, en sorte que le polyèdre intérieur est nécessairement un hexaèdre.

3° Enfin, que lorsque l'angle solide est formé de cinq plans, comme dans l'icosaèdre, les faces du polyèdre intérieur sont composées de pentagones au nombre de *douze*, en sorte que ce polyèdre intérieur est un dodécaèdre.

Ainsi, en construisant dans les polyèdres réguliers, des polyèdres intérieurs dont les sommets sont situés au milieu des faces des premiers, le tétraèdre produit un tétraèdre, l'octaèdre produit l'hexaèdre et réciproquement, l'icosaèdre produit le dodécaèdre et réciproquement.

309. Nous n'avons trouvé dans aucun auteur les valeurs des rayons des sphères inscrites dans les polyèdre réguliers. Cette connaissance est cependant nécessaire pour le calcul de leurs volumes. Les voici calculées par nous.

Soit r le rayon de la sphère inscrite dans un polyèdre régulier, ou, si l'on veut, la longueur de la perpendiculaire abaissée du centre du polyèdre sur l'une des faces; soit a la longueur de l'une des arêtes ou la longueur de l'un des côtés du polygone qui forme la face; on a les valeurs suivantes :

1° Pour le tétraèdre...... $r = \dfrac{a}{2\sqrt{6}}$

2° Pour l'octaèdre...... $r = \dfrac{a}{\sqrt{6}}$

3° Pour l'icosaèdre....... $r = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} \times \dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$

4° Pour l'hexaèdre....... $r = \dfrac{a}{2}$

5° Pour le dodécaèdre...... $r = \dfrac{a(1+\sqrt{5})}{5-3\sqrt{5}}$

310. Sur la même sphère ou sur des sphères égales, deux triangles sphériques sont égaux, 1° lorsqu'ils ont un côté égal adjacent à deux angles égaux chacun à chacun; 2° lorsqu'ils ont un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun; 3° lorsqu'ils ont leurs côtés égaux chacun à chacun; 4° lorsqu'ils ont leurs angles égaux chacun à chacun.

311. La somme des angles d'un triangle sphérique n'est pas constante comme celle des triangles rectilignes; elle varie depuis deux angles droits jusqu'à six, sans pouvoir être égale à l'une ni à l'autre limite. Ainsi deux angles donnés ne font pas connaître le troisième.

312. Supposons que la sphère soit divisée en huit parties égales par trois plans passant par le centre et perpendiculaires

entre eux, au centre seront réunis huit angles solides qui intercepteront sur la surface de la sphère huit triangles sphériques dont tous les angles seront droits. Chacun de ces angles solides peut s'appeler *angle solide droit* et servir d'unité de mesure aux autres angles solides; de même chacun de ces triangles peut prendre la dénomination de triangle *tri-rectangle*, et servir d'unité de mesure aux triangles sphériques. Il suit de là que deux pyramides sphériques quelconques sont entre elles comme les polygones qui leur servent de base, et que les angles solides au sommet des mêmes pyramides sont également dans la proportion des bases.

TRIGONOMÉTRIE RECTILIGNE.

313 Soit ACB un angle quelconque (*fig.* 1 (1). Avec un rayon CR pris à volonté, décrivons le cercle entier RSTU. Si nous supposons la circonférence divisée en 360°, l'arc MR mesurera la grandeur de l'angle ACB. Sur le diamètre RT élevons un autre diamètre SU perpendiculaire au premier. Du point M abaissons les perpendiculaires MD, ME sur les diamètres RT, SU. Par le point R et le point S menons au cercle les tangentes RF, SG jusqu'à la rencontre du côté CB de l'angle ACB. Ces deux tangentes sont respectivement parallèles aux lignes MD, ME; le triangle rectangle FRC est semblable au triangle rectangle MDC; le triangle rectangle GSC est également semblable au triangle rectangle MEC, et les deux premiers sont semblables aux deux derniers. Enfin, l'angle BCS est le complément de l'angle ACB.

314 Cela posé, les lignes MD, FR et FC s'appellent le *sinus*, la *tangente* et la *sécante* de l'angle ACB ou de l'arc MR, qui est sa mesure. Par la même raison les lignes ME, GS et GC sont le sinus, la tangente et la sécante de l'arc MS, complément de l'arc MR.

Mais en les rapportant au premier arc MR, ces dernières

(1) Nous donnerons les figures à la fin du chapitre premier.

lignes prennent une autre dénomination? on les appelle le *cosinus*, la *cotangente* et la *cosécanté* de l'arc MR.

315. Exprimons l'angle ACB ou son équivalent l'arc MR par A, son complément MS sera exprimé nécessairement par 90°—A. Les désignations dont nous avons parlé s'écriront ainsi par abréviation: *sin; tang; sec; cos; cot; coséc.* Nous aurons donc:

MD=EC =sin. A=cos. (90°—A); ME=DC=cos.A= sin. (90°—A)
FR=tang.A=cot. (90°—A); GS= cot. A=tang.(90°—A)
FC=séc. A=cosée.(90°—A); GC= cosée. A= séc. (90°—A)

316. Sur le rayon CT construisons l'angle B'CT égal à l'angle ACB. Prolongeons la ligne CB' jusqu'en B''', et la ligne BC jusqu'en B''. L'angle ACB' sera le supplément de l'angle B'CT ou de son égal l'angle ACB = A. L'inclinaison des lignes CB', CB'', CB''' étant la même que celle de la ligne CB sur le diamètre RT, les sinus abaissés des points M', M'', M''' sur ce même diamètre, seront tous égaux au sinus MD de l'angle ACB. On observera seulement que ceux abaissés des points M'', M''', devront prendre un signe contraire à ceux abaissés des points M', puisqu'ils suivent des directions opposées. On doit en dire autant des tangentes. De même les cosinus relatifs aux points M', M'', seront égaux et de signes contraires à ceux relatifs aux points M, M'''. Les cotangentes suivent la même loi que les cosinus. Quant aux sécantes, et aux cosécantes, elles sont simplement égales.

317. D'après ces définitions et ces remarques, on est en droit d'établir les égalités suivantes:

sin. A = sin. (180°—A) = — sin. (180° + A) = — sin. (360°—A) = sin. (360° + A); etc.
tang.A = tang.(180°—A) = — tang.(180°+A) = — tang. (360°—A) = tang.(360°+A); etc.
cos. A = — cos. (180°—A) = — cos. (180°+A) = cos. (360°—A) = cos. (360°+A); etc.
cot. A = — cot. (180°—A) = — cot (180°+A) = cot. (360°—A) = cot. (360°+A); etc.

En appelant B le complément de A, on a A+B= 90°; d'où A = 90° — B; 180° — A = 90°+B; la première partie des égalités précédentes peut donc aussi s'exprimer ainsi;

sin. (90°—B)=sin. (90°+ B); cos. (90°—B)=—cos. (90°+B); etc.

318. Appelons R le rayon du cercle gradué destiné à faire connaître la mesure des angles, et cherchons les variations éprouvées par les diverses lignes trigonométriques, à mesure que l'angle grandit depuis 0 jusqu'à 360°, en nous arrêtant seulement sur les positions les plus remarquables.

Observons d'abord que le sinus d'un arc est toujours égal à la moitié de la corde qui sous-tend un arc double. Cela posé :

si $A = 0°$; $\sin. A = 0$; $\text{tang.}\ A = 0$; $\text{séc.}\ A = R$; $\cos.\ A = R$; $\cot.\ A = \infty$; $\text{coséc.}\ A = \infty$

si $A = 30°$; $\sin. A = \frac{1}{2}R$; $\text{tang.}\ A = \frac{R\sqrt{3}}{3}$; $\text{sec.}\ A = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$; $\cos. A = \frac{1}{2}R\sqrt{3}$; $\cot. A = R\sqrt{3}$; $\text{coséc.} = A21$

si $A = 45°$; $\sin. A = \frac{1}{2}R\sqrt{2}$; $\text{tang.} A = R$; $\text{séc.}\ A = \sqrt{2}$; $\cos. A = \frac{1}{2}R\sqrt{2}$; $\cot. A = R$; $\text{coséc.}\ A = R\sqrt{2}$

si $A = 90°$; $\sin. A = R$; $\text{tang.}\ A = \infty$; $\text{séc.}\ A = \infty$; $\cos. A = 0$; $\cot. A = 0$; $\text{cosec.}\ A = R$

si $A = 180°$; $\sin. A = 0$; $\text{tang.}\ A = 0$; $\text{séc.}\ A = R$; $\cos.\ A = -R$; $\cot. A = -\infty$; $\text{coséc.}\ A = R$

si $A = 270°$; $\sin. A = -R$; $\text{tang.} A = -\infty$; $\text{séc.} A = \infty$; $\cos.\ A = 0$; $\cot. A = 0$; $\text{coséc.}\ A = \infty$

si $A = 360°$; $\sin. A = 0$; $\text{tang.} A = 0$; $\text{sec.}\ A = R$; $\cos.\ A = R$; $\cot. A = \infty$; $\text{coséc.}\ A = \infty$

Les valeurs des lignes trigonométriques pour les positions intermédiaires remarquables, telles que $A = 60°$, $135°$, $150°$, etc, se trouvent au moyen des formules du n° 317.

319. En comparant les triangles semblables formés par les lignes trigonométriques, on obtient les équations suivantes :

$$\sin^2. A + \cos^2. A = R^2;\ \frac{\sin\ A}{\cos.\ A} = \frac{\text{tang.}\ A}{R};\ \frac{\cos.\ A}{\text{tang.}\ A} = \frac{\cot.\ A}{R};\ \sec^2. A = \text{tang}^2. A + R^2.$$

$$\text{coséc}^2 A = \cot^2. A + R^2;\ \text{séc.} A \times \cos. A = R^2;\ \text{coséc.} A \times \sin. A = R^2;\ \cot. A \times \text{tang.} A = R^2.$$

De ces équations et d'un grand nombre d'autres qu'on pourrait en déduire, il résulte qu'étant données l'une quelconque de ces lignes trigonométriques, on peut trouver la valeur de toutes les autres en fonction de cette ligne et du rayon. Si l'on suppose $R\ 1 =$, les expressions ne contiendront évidemment que la ligne donnée.

320. Nous devons maintenant expliquer en peu de mots l'usage de ces lignes On sait que toute figure plane peut se décomposer en triangles. Or, un triangle est parfaitement connu lorsqu'on connaît ses trois angles et ses trois côtés. Il existe même entre ses angles et ses côtés de certains rapports qui sont, par exemple, qu'au plus grand angle est toujours opposé le plus grand côté, et que lorsque sur cinq de ces choses, deux angles et trois côtés, on en connaît trois, les deux autres et le troisième angle sont forcément déterminés. La trigonométrie est précisément l'art de *résoudre* les triangles, c'est-à-dire de découvrir les rapports existants entre les angles et les côtés, et d'en composer des formules qui fournissent les moyens de déterminer la valeur des quantités inconnues en fonction des quantités connues. Mais des formules composées d'arcs et de lignes droites étant

ou impossibles ou trop compliquées, on a cherché à substituer aux arcs des lignes droites variant avec eux dans un rapport connu. On s'est assuré qu'étant donnée l'une de ces lignes, on pouvait trouver l'arc correspondant, et que réciproquement étant donné un arc, on pouvait établir la grandeur de chacune de ces lignes. On a construit des tables où, à côté de la valeur de chaque arc, se trouvent les valeurs de ces lignes ou bien de leurs logarithmes ; dès lors la question s'est simplifiée, et au lieu de formules renfermant des arcs et des lignes, on a eu à chercher seulement les rapports existants entre les lignes dont nous parlons et les côtés des triangles, puisque ces lignes étant connues, les arcs le sont également. Or, ces lignes sont précisément celles que nous venons de décrire, et qui portent les noms de sinus, cosinus, tangente, cotangente, sécante et cosécante.

321. Il faut remarquer toutefois que puisqu'on a :

Sin. A = sin. (180—A) = sin. (360 + A) etc.

A chaque valeur de sinus donnée correspondent plusieurs valeurs d'arcs ou d'angles ; mais ces arcs sont entre eux, comme on le voit, dans un rapport déterminé, et les conditions du problème indiquent presque toujours si l'arc est aigu, obtus, plus grand qu'une circonférence entière, etc., auquel cas l'incertitude sur la grandeur réelle de l'arc doit totalement disparaître.

322. Puisque sin. (90°—A)=cos. A, cos. (90°—A) = sin. A, etc., il s'ensuit que si l'on connaît les sinus, cosinus, etc., de tous les arcs depuis 0° jusqu'à 45°, on connaîtra aussi, sans faire de nouveau calcul, ceux des arcs depuis 45° jusqu'à 90°. De même l'équation sin. (90°+B (= sin. (90°—B) etc. indique qu'au moyen des sinus, cosinus, et des arcs depuis 0° jusqu'à 90°, on peut déterminer ceux des arcs depuis 90° jusqu'à 180°, etc. Aussi dans les tables, s'est-on borné à calculer les lignes trigonométriques des arcs depuis 0° jusqu'à 45°.

323. Nous allons maintenant donner les principales formules que l'on a calculées pour servir à trouver la valeur de certains angles, lorsque l'on connaît les lignes trigonométriques d'autres angles qui sont fonction des premiers.

Si l'on considère deux arcs a et b, l'examen des triangles qui en dérivent, fait découvrir les rapports exprimés par les équations suivantes qu'on a reconnues avoir lieu pour des arcs de grandeur quelconque :

$$\sin.\ (a+b) = \frac{\sin.\ a \cos.\ b + \sin.\ b \cos.\ a}{R}$$

$$\sin.(a-b)=\frac{\sin.a\cos.b-\sin.b\cos.a}{R}$$

$$\cos.(a+b)=\frac{\cos.a\cos.b-\sin.a\sin.b.}{R}$$

$$\cos.(a-b)=\frac{\cos.a\cos.b+\sin.a\sin.b.}{R}$$

324. De ces formules fondamentales, en donnant aux arcs a et b des valeurs convenables, on déduit beaucoup d'autres formules dont voici les plus utiles :

$$\sin.2a=\frac{2\sin.a\cos.a}{R};\ \cos.2a=\frac{\cos^2.a-\sin^2.a}{R}=\frac{2\cos^2.a-R^2}{R}$$

$$\sin.\tfrac{1}{2}a=\sqrt{\left(\tfrac{1}{2}R^2-\tfrac{1}{2}R\cos.a.\right)}$$

$$\cos.\tfrac{1}{2}a=\sqrt{\left(\tfrac{1}{2}R^2+\tfrac{1}{2}R\cos.a.\right)}$$

$$\sin.3a=3\sin.a-\frac{4\sin^3.a.}{R^2}$$

$$\cos.3a=\frac{4\cos^3.a}{R^2}-3\cos.a.$$

$$\sin.5a=5\sin.a-\frac{20\sin^3.a}{R^2}+\frac{16\sin^5.a.}{R^4}$$

$$\cos.5a=5\cos.a-\frac{20\cos^3.a}{R^2}+\frac{16\cos^5.a.}{R^4}$$

$$\sin.a\cos.b=\tfrac{1}{2}R\sin.(a+b)+\tfrac{1}{2}R\sin.(a-b).$$

$$\sin.b\cos.a=\tfrac{1}{2}R\sin.(a+b)-\tfrac{1}{2}R\sin.(a-b).$$

$$\cos.a\cos.b=\tfrac{1}{2}R\cos.(a-b)+\tfrac{1}{2}R\cos.(a+b).$$

$$\sin.a\sin.b=\tfrac{1}{2}R\cos.(a-b)-\tfrac{1}{2}R\cos.(a+b).$$

Si dans ces formules on fait $a+b=p$; $a-b=q$;

$$\text{d'où } a=\frac{p+q}{2};\ b=\frac{p-q}{2}.$$

on en déduit :

$$\sin.p+\sin.q=\frac{2}{R}\sin.\tfrac{1}{2}(p+q)\cos.\tfrac{1}{2}(p-q).$$

$$\sin.p-\sin.q=\frac{2}{R}\sin.\tfrac{1}{2}(p-q)\cos.\tfrac{1}{2}(p+q).$$

$$\cos.\, p + \cos.\, q = \frac{2}{R} \cos.\, \tfrac{1}{2}(p+q) \cos.\, \tfrac{1}{2}(p-q).$$

$$\cos.\, q - \cos.\, p = \frac{2}{R} \sin.\, \tfrac{1}{2}(p+q) \sin.\, \tfrac{1}{2}(p-q).$$

Et en divisant ces équations l'une par l'autre :

$$\frac{\sin.\, p + \sin.\, q}{\sin.\, p - \sin.\, q} = \frac{\tan g.\, \tfrac{1}{2}(p+q)}{\tan g.\, \tfrac{1}{2}(p-q)}.$$

$$\frac{\sin.\, p + \sin.\, q}{\cos.\, p + \cos.\, q} = \frac{\tan g.\, \tfrac{1}{2}(p+q}{R}.$$

$$\frac{\sin.\, p + \sin.\, q}{\cos.\, q - \cos.\, p} = \frac{\cot.\, \tfrac{1}{2}(p-q)}{R}.$$

$$\frac{\sin.\, p - \sin.\, q}{\cos.\, p + \cos.\, q} = \frac{\tan g.\, \tfrac{1}{2}(p-q)}{R}.$$

$$\frac{\sin.\, p - \sin.\, q}{\cos.\, q - \cos.\, p} = \frac{\cos.\, \tfrac{1}{2}(p+q)}{R}.$$

$$\frac{\cos.\, p + \cot.\, q}{\cos.\, q - \cos.\, p} = \frac{\cos.\, \tfrac{1}{2}(p+q)}{\tan g.\, \tfrac{1}{2}(p-q)}.$$

$$\frac{\sin.\, (p+q)}{\sin p + \sin.\, q} = \frac{\cos.\, \tfrac{1}{2}(p+q)}{\cos.\, \tfrac{1}{2}(p-q)}.$$

$$\frac{\sin.\, (p+q)}{\sin.\, p - \sin.\, q} = \frac{\sin.\, \tfrac{1}{2}(p+q)}{\sin.\, \tfrac{1}{2}(p-q)}.$$

On trouve encore au moyen de quelques formules précédentes :

$$\tan g.\, (a+b) = \frac{R^2 (\tan g.\, a + \tan g.\, b)}{R^2 - \tan g.\, a \tan g.\, b}.$$

$$\tan g.\, (a-b) = \frac{R^2 (\tan g.\, a - \tan g.\, b)}{R^2 + \tan g.\, a \tan g.\, b}.$$

d'où

$$\tan g.\, 2a = \frac{2 R^2 \tan g\, a}{R^2 - \tan g^2.\, a}.$$

$$\cot.\, 2a = \tfrac{1}{2} \cot.\, a - \tfrac{1}{2} \tan g.\, a.$$

$$\tan g.\, 3a = \frac{3 R^2 \tan g.\, a - \tan g^3.\, a}{R^2 - 3 \tan g^2.\, a}.$$

325. En appliquant quelques-unes de ces formules aux arcs

de 30° et de 30°, et en observant que sin. 60° = ½ R et cos. 30° = ½ R $\sqrt{3}$, on trouve :

$$\sin.(30^\circ + b) = (30^\circ - b) + \sqrt{3}\sin. b.$$
$$\sin.(60^\circ + b) = \sin.(60^\circ - b) + \sin. b.$$

On peut conclure, de la première de ces formules, que si l'on connaissait tous les sinus depuis 0° jusqu'à 30° (douzième partie de la circonférence) on aurait immédiatement tous ceux qui sont depuis 30° jusqu'à 60°; et de la seconde on conclut que, connaissant les sinus des arcs entre 30° et 60°, on aurait de suite ceux qui sont depuis 60° jusqu'à 90°. D'où l'on voit qu'ayant calculé tous les sinus depuis 0° jusqu'à 30°, on peut avoir immédiatement ceux de tous les autres arcs. En effet, des deux formules ci-dessus on déduit les suivantes : $\sin.(60-b) = \sin. b + \sqrt{3}\sin.(30-b)$; $\sin.(60+b) = 2\sin. b + \sqrt{3}\sin.(30-b)$.

326. Le rapport de l'arc aux principales lignes trigonométriques est exprimé par des séries infinies, trouvées au moyen des formules précédentes par des procédés trop longs à développer ici. Les voici :

$$\sin. a = a - \frac{a^3}{1.2.3} + \frac{a^5}{1.2.3.4.5} - \frac{a^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \&\ldots$$

$$\cos. a = 1 - \frac{a^2}{1.2} + \frac{a^4}{1.2.3.4} - \frac{a^6}{1.2.5.4.5.6} + \&\ldots$$

Soit e le nombre dont le logarithme hyperbolique est 1, on a aussi

$$\sin. a = \frac{e^{a\sqrt{-1}} - e^{-a\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}; \quad \cos. a = \frac{e^{a\sqrt{-1}} \times e^{-a\sqrt{-1}}}{2}$$

En sorte que ces dernières expressions peuvent être considérées comme les sommations des deux séries précédentes.

Par la méthode inverse des séries, on a aussi calculé les formules suivantes :

$$a = \sin. a \times \frac{\sin^3. a}{1.2.3} + \frac{3\sin^5. a}{1.2\,3.4.5} + \frac{3.5.\sin^7. a}{1.2.3.4.5.6.7} + \frac{3.\ 5.\ 7.\ \sin^9. a}{1.2.3.4.5.6\ 7.8.9}\ \&\ldots$$

$$a = \text{tang}. a - \frac{\text{tang}^3. a}{3} + \frac{\text{tang}^5. a}{5} - \frac{\text{tang}^7. a}{7} + \&\ldots$$

Des deux premières formules ci-dessus, on en déduit d'autres

plus convergentes qui servent à calculer les sinus. On se sert de la dernière pour chercher le rapport du diamètre à la circonférence d'un cercle quelconque. Soit ce rapport exprimé par la lettre grecque π qu'on prononce (Pi), on a :

$$\pi = 3.14159265358979 32\ldots \&$$

car, pour R = 1 et $a = 45^\circ = \frac{360^\circ}{8}$ les équations ci-dessus donnent :

$$a = \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \&\ldots = \frac{\text{L. } hyp. \frac{1+\sqrt{-1}}{-1\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}} \ (1).$$

327. Les formules qui suivent, dérivées aussi des premières, servent à trouver les sinus, cosinus, tangente et cotangente des arcs multiples ; et à diviser un arc ou un angle quelconque en un nombre donné de parties égales.

Soit sin. $a = s$, cos. $a = c$, tang. $a = t$, on aura :

sin. $a = s$	cos. $a = c$
sin. $2a = 2\ cs$	cos. $2a = c^2 - s^2$
sin. $3a = 4sc^2 - s$	cos. $3a = c_3 - 3cs^2$
sin. $4a = sc^3 8 - 4cs$	cos. $4a = c^4 - 6c^2 s^2 + s^4$
sin. $5a = 16sc^4 - 12sc^2 + s$	cos. $5a = c^5 - 10c^3s^2 + c5s^4$,
&...	&...
tang. $a = t$	cot. $a = \frac{1}{t}$
tang. $2a = \frac{2t}{1-1^2}$	cot. $2a = \frac{1-t^2}{2t}$
tang. $3a = \frac{3t - t^3}{1 - 3t^2}$	cot. $3a = \frac{1 - 3t^2}{3t - t^3}$
tang. $4a = \frac{4t - 4t^3}{1 - 6t^2 + t^4}$	cot. $4a = \frac{1 - 6t^2 + t^4}{4t - 4t^3}$
tang. $5a = \frac{5t - 10t^3 + t^5}{1 - 10t^2 + 5t^4}$,	cot. $5a = \frac{1 - 10t^2 + 5t^4}{5t - 10t^3 + t^5}$
&...	&...

(1) La série $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} +$, &. $\Sigma = \frac{1}{4n-3} - \Sigma \frac{1}{4n-1}$ ou en réunissant les termes de deux en deux ; $= \Sigma \frac{2}{(4n-3)(4n-1)}$; formule dont la formation, sans imaginaires, avec n infini, donnerait la quadrature du cercle.

328. Si de l'équation donnée précédemment : $\sin. 3a = 3 \sin. a - \frac{4 \sin.^3 a}{R^2}$ nous déduisons son équivalente : $\sin. a = 3 \sin. \frac{1}{3} a - \frac{4 \sin.^3 \frac{1}{3} a}{R^2}$, et si nous faisons $\sin. a = b$; $\sin \frac{1}{3} a = x$, nous obtiendrons l'équation

$$x^3 - \frac{3R^2}{4} x + \frac{bR^2}{4} = 0.$$

Cette équation doit fournir trois valeurs pour sin. a, et la chose ne paraîtra pas étonnante si l'on considère que les trois arcs a, $(180° - a)$ et $-(180° + a)$ ayant le même sinus b, fournissent la même équation en x lorsqu'il s'agit de leur trisection.

On se sert de cette propriété pour résoudre les équations du troisième degré, dans le cas irréductible. Ces équations peuvent toujours être ramenées à la forme $x^3 - px + q = 0$, en changeant, s'il le faut, x en $-y$. Comparant cette dernière équation à la précédente, on trouve $R = 2\sqrt{\frac{1}{3}p}$; $b = \frac{3q}{p}$. Donc si l'on décrit un cercle dont le rayon soit $2\sqrt{\frac{1}{3}p}$, l'arc de ce cercle qui aura pour sinus $\frac{3q}{p}$ étant nommé a, sin. $\frac{1}{3} a$, sin. $(60° - \frac{1}{3} a)$, $-$sin. $(60° + \frac{1}{3} a)$ seront les trois valeurs de x. Pour que cette solution soit possible, il faut que le sinus soit plus petit que le rayon; il faut donc que $2\sqrt{\frac{1}{3}p}$ surpasse $\frac{3q}{p}$ ou que $\frac{1}{27} p^3$ soit plus grand que $\frac{1}{4} q^2$, ce qui a lieu précisément dans le cas irréductible. Ainsi toutes les équations du troisième degré, dans le cas irréductible, sont résolubles par cette méthode.

329. Dans le calcul de la valeur des sinus qui doivent entrer dans la formation des tables, on suppose le rayon $R = 1$. Ces sinus s'appellent *sinus naturels*. Mais on a reconnu dans la pratique qu'il y a beaucoup d'avantage à se servir des logarithmes des sinus, au lieu des sinus eux-mêmes ; en conséquence, la plupart des tables ne contiennent point les sinus naturels, mais seulement leurs logarithmes. On conçoit que les sinus étant calculés, il a été facile d'en trouver les logarithmes : mais comme la supposition du rayon = 1 rendrait négatifs tous les logarithmes

des sinus, on a préféré de prendre le rayon = 10. 000. 000, 000, c'est multiplier par dix billions tous les sinus trouvés dans la supposition du rayon = 1. Par ce moyen le rayon ou sinus de 90°, qui se rencontre fréquemment dans les calculs, a pour logarithme 10 unités, et il faudrait que les angles fussent beaucoup plus petits qu'on ne les rencontre dans la pratique, pour que leurs sinus eussent des logarithmes négatifs.

330. Ayant trouvé les sinus de tous les arcs, de minute en minute, à partir de 0° jusqu'à 90°, on a de suite les cosinus au moyen de l'équation, cos. A = sin. (90° — A); par conséquent, des logarithmes des sinus on déduit facilement ceux des cosinus qui sont les mêmes dans un ordre inverse. De même pour ceux des tangentes, car puisqu'on a tang. $A = \frac{R \sin. A}{\cos. A}$, on a aussi log. tang. A = 10 + log. sin. A — log. cos. A. On trouve ceux des cotangentes d'une manière analogue, au moyen de l'équation cot. $A = \frac{R^2}{\text{tang. } A}$.

Les tables ordinaires ne contiennent que les logarithmes des sinus, cosinus, tangente et cotangente. Les cosinus et cotangentes, à partir de 90° jusqu'à 0°, étant respectivement égaux aux sinus et tangentes calculés de minute en minute, à partir de 0° jusqu'à 90°, on n'inscrit dans les tables que les logarithmes des sinus, cosinus, tangente et cotangente des arcs depuis 0° jusqu'à 45°. A gauche de chaque page, et de haut en bas, on indique les arcs de minute en minute, depuis 0° jusqu'à 45°; à droite de chaque page, et de bas en haut, on indique les arcs de minute en minute, depuis 45° jusqu'à 90°. Les logarithmes inscrits vis-à-vis sur chaque ligne se rapportent aux uns et aux autres.

331. Soient A, B, H les trois angles d'un triangle rectangle; a, b, h les côtés qui leur sont respectivement opposés, (H étant l'hypothénuse); si alternativement du sommet de chacun des angles aigus comme centre, on décrit un cercle avec le rayon des tables, et que l'on construise les sinus et les cosinus, etc., la comparaison des triangles fera découvrir les rapports exprimés par les équations suivantes :

$$R\,a = h \sin. A = h \cos. B;\ R\,b = h \sin. B = h \cos\ A.$$
$$R\,a = b \text{ tang. } A = b \cot. B.\ R\,b = a \text{ tang. } B = a \cot. A.$$

332. Soient A, B, C les trois angles d'un triangle quelconque; a, b, c les côtés qui leur sont respectivement opposés;

par des considérations analogues aux précédentes, et en s'aidant des principes de géométrie, on trouve les équations suivantes :

$$\frac{\sin. A}{a} = \frac{\sin. B}{b} = \frac{\sin. C}{c}$$

$$\cos. A = R\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\ ;\ \cos. B = R\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\ ;\ \cos. C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

et la proportion : $a+b : a-b :: \text{tang.} \frac{1}{2}(A+B) : \text{tang.} \frac{1}{2}(A-B)$ d'où

$$(a+b) \text{ tang.} \tfrac{1}{2}(A-B) = (a-b) \text{ tang.} \tfrac{1}{2}(A+B) \ldots \&\ldots$$

333. Ces formules, quoiqu'en petit nombre, suffisent pour résoudre tous les cas possibles de la trigonométrie rectiligne. Nous allons les indiquer par ordre, dans les deux tables suivantes : (*Voyez* les nos 331 et 332.)

1° *Triangles*, *rectangles*,

NOMBRE de cas.	Etant donnés.	Trouver.	FORMULES.	*OBSERVATIONS.*
1°	a, b	h A B	$h = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\text{tang. A} = \text{R} . \frac{a}{b}$ $\text{tang. B} = \text{R} . \frac{b}{a}$	
2°	a, h	b A B	$b = \sqrt{h^2 - a^2}$ $\text{sin. A} = \text{R} . \frac{a}{h}$ $\text{cos. B} = \text{R} . \frac{a}{h}$	même calcul pour b, h.
3°	a, B	A b h	$\text{A} = 90° - \text{B}$ $b = \frac{a \text{ tang. R}}{\text{A}}$ $h = \frac{\text{R } a}{\text{cos. B}}$	même calcul pour b, A.
4°	a, A	B b h	$\text{B} = 90° - \text{A}.$ $b = \frac{\text{A cot. A}}{\text{R}}$ $h = \frac{a \text{ R}}{\text{sin. A}}$	même calcul pour b, B.
5°	h, A	B a b	$\text{R} = 90° - \text{A}$ $a = \frac{h \text{ sin. A}}{\text{R}}$ $b = \frac{h \text{ cos. A}}{\text{R}}$	même calcul pour h, B.

2° *Triangles, obliquangles.*

NOMBRE de cas.	Etant donnés.	Trouver	FORMULES.	*OBSERVATIONS.*
1°	a, B, C	A	$A = 180° - B - C$	
		b	$b = \frac{a \sin. B}{\sin. A} = \frac{a \sin. B}{\sin. (B + c)}$	même calcul pour b, A, C et pour c, A, B.
		c	$c = \frac{a \sin. C}{\sin. A} = \frac{a \sin. C}{\sin. (B + c)}$	
2°	a, B, A	C	$C = 180° - A - B$	même calcul pour a, C, A;
		b	$b = \frac{a \sin. B}{\sin. A}$	pour b, A, B, pour b, C, B;
		c	$c = \frac{a \sin. (A + B)}{\sin. A}$	pour c, A, C, et pour c, B, c.
3°	a, b, A	B	$\sin. B = \frac{b \sin. A}{a}$ (1)	même calcul pour a, b, B;
		C	$c = 180° - A - B$	pour a, c, A, pour a, c, C;
		c	$c = \frac{a \sin. C}{\sin. A}$	pour b, c, B; pour b, c, C;
4°	a, b, C	A	$\text{tang.} \frac{1}{2}(A - B) = \frac{a - b}{a + b} \cot. \frac{1}{2} C$	
		B	$A + B = 180° - C$ d'où on déduit A et B	même calcul pour a, c, B et pour b, c, A.
		c	$c = \frac{a \sin. c}{\sin. A} = \frac{b \sin. C}{\sin. B}$	
5°	a, b, c			ou bien; soit $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$
		A	$\cos. A = R. \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	$\sin. \frac{1}{2} A = R. \sqrt{\left(\frac{(p - b)(p - c)}{bc}\right)}$
		B	$\cos. B = R. \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	$\sin. \frac{1}{2} B = R. \sqrt{\left(\frac{(p - a)(p - c)}{ac}\right)}$
		C	$\cos. C = R. \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$	$\sin. \frac{1}{2} C = R. \sqrt{\left(\frac{(p - a)(p - b)}{ab}\right)}$

Nota. Si A est aigu et $b > a$, l'angle B peut être aigu ou obtus; ainsi sin. B peut s'appliquer également à l'angle aigu B est à l'angle obtus 180° — B. Dans tout autre cas, B est nécessairement aigu.

334. Puisque le nombre π exprime la valeur de la circonférence dont le diamètre est 1 (n° 326), 2π exprimera celle de la circonférence dont le rayon est 1, et $\frac{\pi}{2}$ celle du quart de la circonférence ou de 90°. Si donc dans les formules du n° 326 on fait $a = \frac{m}{n} \frac{\pi}{2}$, qu'ensuite on remette la valeur de π, et qu'on calcule les coefficients jusqu'à seize décimales, on aura les formules suivantes qui servent à trouver les sinus et cosinus de tous les arcs possibles, en donnant à m et à n des valeurs convenables.

$\sin.\left(\frac{m}{n}.90°\right) =$	$\cos.\left(\frac{m}{n}.90°\right) =$
$1.57079\ 63267\ 948966 . \frac{m}{n}$	$1.00000\ 00000\ 00000$
$-\ 0.64596\ 40975\ 062463 . \frac{m^3}{n^3}$	$-\ 1.23370\ 05501\ 361698 . \frac{m^2}{n^2}$
$+\ 0.07969\ 26262\ 461670 . \frac{m^5}{n^5}$	$+\ 0.25366\ 95879\ 010480 . \frac{m^4}{n^4}$
$-\ 0.00468\ 17541\ 353187 . \frac{m^7}{n^7}$	$-\ 0.02086\ 34807\ 633530 . \frac{m^6}{n^6}$
$+\ 0.00016\ 04411\ 847874 . \frac{m^9}{n^9}$	$+\ 0.00091\ 92602\ 748394 . \frac{m^8}{n^8}$
$-\ 0.00000\ 35988\ 432352 . \frac{m^{11}}{n^{11}}$	$-\ 0.00002\ 52020\ 423731 . \frac{m^{10}}{n^{10}}$
$+\ 0.00000\ 00569\ 217292 . \frac{m^{13}}{n^{13}}$	$+\ 0.00000\ 04710\ 874779 . \frac{m^{12}}{n^{12}}$
$-\ 0.00000\ 00006\ 688035 . \frac{m^{15}}{n^{15}}$	$-\ 0.00000\ 00063\ 866031 . \frac{m^{14}}{n^{14}}$
$+\ 0.00000\ 00000\ 060669 . \frac{m^{17}}{n^{17}}$	$+\ 0.00000\ 00000\ 656596 . \frac{m^{16}}{n^{16}}$
$-\ 0.00000\ 00000\ 000438 . \frac{m^{19}}{n^{19}}$	$-\ 0.00000\ 00000\ 005294 . \frac{m^{18}}{n^{18}}$
$+\ 0.00000\ 00000\ 000003 . \frac{m^{21}}{n^{21}}$	$+\ 0.00000\ 00000\ 000034 . \frac{m^{20}}{n^{20}}$

TABLE DES SINUS ET DES COSINUS.

335. On s'est servi des formules précédentes pour calculer les chiffres de la table suivante, qui donnent les valeurs des sinus

et cosinus de tous les arcs, de degré en degré, depuis 0° jusqu'à 90°, en fonction du rayon supposé égal à l'unité.

SINUS.	COSINUS.	VALEURS.	SINUS.	COSINUS.	VALEURS.
0°	90°	0.0000000	46°	44°	0.7193398
1	89	0.0174524	47	43	0 7313537
2	88	0.0348995	48	42	0.7431448
3	87	0.0523360	49	41	0.7547096
4	86	0.0697565	50	40	0.7660444
5	85	0.0871557	51	39	0.7771460
6	84	0.1045285	52	38	0.7880108
7	83	0.1218693	53	37	0 7986355
8	82	0.1391731	54	36	0.8090170
9	81	0.1564345	55	35	0.8191520
10	80	0.1736482	56	34	0.8290376
11	79	0.1908090	57	33	0 8386706
12	78	0.2079117	58	32	0 8480481
13	77	0.2249511	59	31	0.8571673
14	76	0.2419219	60	30	0 8660254
15	75	0.2588190	61	29	0.8746197
16	74	0.2756374	62	28	0 8829476
17	73	0.2923717	63	27	0.8910065
18	72	0.3090170	64	26	0.8987940
19	71	0.3255682	65	25	0.9063078
20	70	0.3420201	66	24	0.9135455
21	69	0.3583679	67	23	0.9205049
22	68	0.3746066	68	22	0.9271839
23	67	0.3907311	69	21	0.9335804
24	66	0.4067366	70	20	0 9396926
25	65	0.4226183	71	19	0.9455186
26	64	0.4383711	72	18	0.9510565
27	63	0.4539905	73	17	0.9563048
28	62	0.4694716	74	16	0.9612617
29	61	0.4848096	75	15	0.9659258
30	60	0.5000000	76	14	0.9702957
31	59	0.5150381	77	13	0.9743701
32	58	0.5299193	78	12	0.9781476
33	57	0.5446390	79	11	0.9816272
34	56	0.5591929	80	10	0 984 078
35	55	0.5735764	81	9	0.9876883
36	54	0.5877853	82	8	0.9902681
37	53	0.6018150	83	7	0.9925462
38	52	0.6156615	84	6	0.9945219
39	51	0.6293204	85	5	0.9961947
40	50	0.6427876	86	4	0.9975641
41	49	0.6560590	87	3	0.9986295
42	48	0.6691306	88	2	0.9993908
43	47	0.6819984	89	1	0 9998477
44	46	0.6946584	90	0	1.0000000
45	45	0.7071068			

336. Soit A un nombre quelconque de degrés, et B un certain nombre de minutes ; pour trouver la valeur du sinus d'un arc compris entre A° et (A+1)° tel que A°+B', m étant un coefficient variable correspondant au nombre de minutes B', et donné par la table suivante, on pourra se servir de cette formule :

$$\sin.(A^\circ+B') = \left((1 + \frac{3m}{116} - \frac{B}{60}\right) \sin.\ A^\circ + \left(\frac{m}{116} + \frac{B}{60}\right) \sin.(A+1)^\circ.$$

NOMBRE DE minutes.	Coefficients correspondants.	NOMBRE DE minutes.	Coefficients correspondants.
0' ou 60'	0	16' ou 44'	$\frac{100}{133}$
1 59	$\frac{100}{1467}$	17 43	$\frac{100}{129}$
2 58	$\frac{100}{880}$	18 42	$\frac{100}{122}$
3 57	$\frac{100}{550}$	19 ... 41	$\frac{100}{116}$
4 56	$\frac{100}{400}$	20 40	$\frac{100}{110}$
5 55	$\frac{100}{338}$	21 39	$\frac{100}{107}$
6 54	$\frac{100}{275}$	22 38	$\frac{100}{106}$
7 53	$\frac{100}{244}$	23 37	$\frac{100}{105}$
8 52	$\frac{100}{220}$	24 36	$\frac{100}{104}$
9 51	$\frac{100}{191}$	25 35	$\frac{100}{103}$
10 50	$\frac{100}{183}$	26 34	$\frac{100}{102}$
11 49	$\frac{100}{169}$	27 33	$\frac{100}{101}$
12 48	$\frac{100}{157}$	28 32	$\frac{100}{100}$
13 47	$\frac{100}{155}$	29 31	$\frac{100}{100}$
14 46	$\frac{100}{142}$	30 30	$\frac{100}{100}$
15 45	$\frac{100}{137}$		

TABLE ABRÉGÉE DES LOGARITHMES DES SINUS ET DES COSINUS.

337. En examinant attentivement une table de logarithmes de sinus avec cinq décimales, on s'aperçoit aisément que les différences ne varient pas partout, de minute en minute, et qu'il est possible d'abréger la table, en prenant les minutes, vers le 3e degré, d'abord de 2 en 2, puis de 4 en 4, de 6 en 6, de 10 en 10, etc., attendu que dans ces intervalles les différences peuvent être considérées comme constantes. C'est d'après cette remarque que nous avons dressé la table suivante qui a le mérite d'être courte et de pouvoir servir, au besoin, aussi bien qu'une table complète, au moyen d'un calcul facile et peu long.

1° Si l'arc dont on veut connaître le logarithme du sinus est compris entre deux arcs indiqués par cette table, tels que $A^\circ+B'$, et $A^\circ+c'$; soit cet arc $= A^\circ+B'+n'$, et soit D la *différence* entre les logarithmes des sinus des arcs, de minute en minute, depuis $A^\circ+B'$ jusqu'à $A^\circ+c'$, le logarithme de l'arc $A^\circ+(B+n')$ sera donné par l'équation :

$$\text{L sin. } (A^\circ+(B+n') = \text{L sin. } (A^\circ+B')+n' D.$$

2° Soit donné un logarithme du sinus d'un arc quelconque que nous exprimerons par N, on remarquera les deux logarithmes, voisins l'un de l'autre, entre lesquels sa valeur sera comprise, d'après le tableau. Soit $A^\circ+B'$ et $A^\circ+c'$ les arcs auxquels ces logarithmes appartiennent, l'arc N sera égal à $A^\circ+B'+n'$, n' étant donné par l'équation :

$$n' = \frac{\text{L sin. N} - \text{L sin. } (A^\circ+B')}{D}$$

SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFFÉR.	SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFFÉR.
0° 0'	90° 0'	inf. nég.	»	0° 49'	89° 11'	8.15391	877
0 1	89 59	6.46373	30103	0 50	89 10	8.16268	860
0 2	89 58	6.76476	17609	0 51	89 9	8.17128	843
0 3	89 57	6.94085	12494	0 52	89 8	8.17971	827
0 4	89 56	7.06579	9691	0 53	89 7	8.18798	812
0 5	89 55	7.16270	7918	0 54	89 6	8.19610	797
0 6	89 54	7.24188	6694	0 55	89 5	8.20407	782
0 7	89 53	7.30882	5800	0 56	89 4	8.21189	769
0 8	89 52	7.36682	5115	0 57	89 3	8.21958	755
0 9	89 51	7.41797	4576	0 58	89 2	8.22713	743
0 10	89 50	7.46373	4139	0 59	89 1	8.23456	730
0 11	89 49	7.50512	3779	1 0	89 0	8.24186	717
0 12	89 48	7.54291	3476	1 1	88 59	8.24903	706
0 13	89 47	7.57767	3218	1 2	88 58	8.25609	695
0 14	89 46	7.60985	2997	1 3	88 57	8.26304	684
0 15	89 45	7.63982	2802	1 4	88 56	8.26988	673
0 16	89 44	7.66784	2633	1 5	88 55	8.27661	663
0 17	89 43	7.69417	2483	1 6	88 54	8.28324	653
0 18	89 42	7.71900	2348	1 7	88 53	8.28977	644
0 19	89 41	7.74248	2227	1 8	88 52	8.29621	634
0 20	89 40	7.76475	2119	1 9	88 51	8.30255	624
0 21	89 39	7.78594	2021	1 10	88 50	8.30879	616
0 22	89 38	7.80615	1930	1 11	88 49	8.31495	608
0 23	89 37	7.82545	1848	1 12	88 48	8.32103	599
0 24	89 36	7.84393	1773	1 13	88 47	8.32702	590
0 25	89 35	7.86166	1704	1 14	88 46	8.33292	583
0 26	89 34	7.87870	1639	1 15	88 45	8.33875	575
0 27	89 33	7.89509	1579	1 16	88 44	8.34450	568
0 28	89 32	7.91088	1524	1 17	88 43	8.35018	560
0 29	89 31	7.92612	1472	1 18	88 42	8.35578	553
0 30	89 30	7.94084	1424	1 19	88 41	8.36131	547
0 31	89 29	7.95508	1379	1 20	88 40	8.36678	539
0 32	89 28	7.96887	1336	1 21	88 39	8.37217	533
0 33	89 27	7.98223	1297	1 22	88 38	8.37750	526
0 34	89 26	7.99520	1259	1 23	88 37	8.38276	520
0 35	89 25	8.00779	1223	1 24	88 36	8.38796	514
0 36	89 24	8.02002	1190	1 25	88 35	8.39310	508
0 37	89 23	8.03192	1158	1 26	88 34	8.39818	502
0 38	89 22	8.04350	1128	1 27	88 33	8.40320	496
0 39	89 21	8.05478	1100	1 28	88 32	8.40816	491
0 40	89 20	8.06578	1072	1 29	88 31	8.41307	485
0 41	89 19	8.07650	1046	1 30	88 30	8.41792	480
0 42	89 18	8.08696	1022	1 31	88 29	8.42272	474
0 43	89 17	8.09718	999	1 32	88 28	8.42746	470
0 44	89 16	8.10717	976	1 33	88 27	8.43216	464
0 45	89 15	8.11693	954	1 34	88 26	8.43680	459
0 46	89 14	8.12647	934	1 35	88 25	8.44139	455
0 47	89 13	8.13581	914	1 36	88 24	8.44594	450
0 48	89 12	8.14495	896	1 37	88 23	8.45044	445
0 49	89 11	8.15391		1 38	88 22	8.45489	

SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFFÉR.	SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFEÉR.
1°38′	88°22′	8.45589	441	2°27′	87°33′	8.63091	294
1 39	88 21	8.45930	436	2 28	87 32	8.63385	293
1 40	88 20	8.46366	433	2 29	87 31	8.63678	290
1 41	88 19	8.46799	427	2 30	87 30	8.63968	288
1 42	88 18	8.47226	424	2 31	87 29	8.64256	287
1 43	88 17	8.47650	419	2 32	87 28	8.64543	284
1 44	88 16	8.48069	416	2 33	87 27	8.64827	283
1 45	88 15	8 48485	411	2 34	87 26	8.65110	281
1 46	88 14	8.48896	408	2 35	87 25	8.65391	279
1 47	88 13	8.49304	404	2 36	87 24	8.65670	277
1 48	88 12	8.49708	400	2 37	87 23	8.65947	276
1 49	88 11	8.50108	396	2 38	87 22	8.66223	274
1 50	88 10	8.50504	393	2 39	87 21	8.66497	272
1 51	88 9	8.50897	390	2 40	87 20	8.66769	270
1 52	88 8	8.51287	386	2 41	87 19	8.67039	269
1 53	88 7	8.51673	382	2 42	87 18	8.67308	267
1 54	88 6	8.52055	379	2 43	87 17	8.67575	266
1 55	88 5	8.52434	376	2 44	87 16	8.67841	263
1 56	88 4	8.52810	373	2 45	87 15	8.68104	263
1 57	88 3	8.53183	369	2 46	87 14	8.68367	260
1 58	88 2	8.53552	367	2 47	87 13	8.68627	259
1 59	88 1	8.53919	363	2 48	87 12	8.68886	258
2 0	88 0	8.54282	360	2 49	87 11	8.69144	256
2 1	87 59	8.54642	357	2 50	87 10	8.69400	254
2 2	87 58	8.54999	355	2 51	87 9	8.69654	253
2 3	87 57	8.55354	351	2 52	87 8	8.69907	252
2 4	87 56	8.55705	349	2 53	87 7	8.70159	250
2 5	87 55	8.56054	346	2 54	87 6	8.70409	249
2 6	87 54	8.56400	343	2 55	87 5	8.70658	247
2 7	87 53	8.56743	341	2 56	87 4	8.70905	246
2 8	87 52	8.57084	337	2 57	87 3	8.71151	244
2 9	87 51	8.57421	336	2 58	87 2	8.71395	243
2 10	87 50	8 57757	332	2 59	87 1	8.71638	242
2 11	87 49	8 58089	330	3 0	87 0	8.71880	239.5
2 12	87 48	8.58419	328	3 2	86 58	8.72359	237.5
2 13	87 47	8.58747	325	3 4	86 56	8.72834	234.5
2 14	87 46	8.59072	323	3 6	86 54	8.73303	232.0
2 15	87 45	8.59395	320	3 8	86 52	8.73767	229.5
2 16	87 44	8.69715	318	3 10	86 50	8.74226	227.0
2 17	87 43	8.60033	316	3 12	86 48	8.74680	225.0
2 18	87 42	8.60349	313	3 14	86 46	8.75130	222.5
2 19	87 41	8.60662	311	3 16	86 44	8.75575	220.0
2 20	87 40	8.60973	309	3 18	86 42	8.76015	218.0
2 21	87 39	8.61282	307	3 20	86 40	8.76451	216.0
2 22	87 38	8.61589	305	3 22	86 38	8.76883	213.5
2 23	87 37	8.61894	302	3 24	86 36	8.77310	211.5
2 24	87 36	8.62196	301	3 26	86 34	8.77733	209.5
2 25	87 35	8.62497	298	3 28	86 32	8.78152	208.0
2 26	87 34	8.62795	296	3 30	86 30	8.78568	205.5
2 27	87 33	8.63091		3 32	86 28	8.78979	

SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFFÉR.	SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFFÉR.
3°32′	86°28′	8.78979		5°20′	84°40′	8.96825	
3 34	86 26	8.79386	203.5	5 24	84 36	8.97363	134.50
3 36	86 24	8.79789	201.5	5 28	84 32	8.97894	132.75
3 38	86 22	8.80189	200.0	5 32	84 28	8.98419	131.25
3 40	86 20	8.80585	198.0	5 36	84 24	8.98937	129.50
3 42	86 18	8.80978	196.5	5 40	84 20	8.99450	128.25
3 44	86 16	8.81367	194.5	5 44	84 16	8.99956	126.50
3 46	86 14	8.81752	192.5	5 48	84 12	9.00456	125.00
3 48	86 12	8.82134	191.0	5 52	84 8	9.00951	123.75
3 50	86 10	8.82513	189.5	5 56	84 4	9.01440	122.25
3 52	86 8	8.82888	187.5	6 0	84 0	9.01923	120.75
3 54	86 6	8.83261	186.5	6 4	83 56	9.02402	119.75
3 56	86 4	8.83630	184.5	6 8	83 52	9.02874	118.00
3 58	86 2	8.83996	184.0	6 12	83 48	9.03342	117.00
4 0	86 0	8.84358	181.0	6 16	83 44	9.03805	115.75
4 2	85 58	8.84718	180.0	6 20	83 40	9.04262	114.25
4 4	85 56	8.85075	178.5	6 24	83 36	9.04715	113.25
4 6	85 54	8.85429	177.0	6 28	83 32	9.05164	112.25
4 8	85 52	8.85780	175.5	6 32	83 28	9.05607	110.75
4 10	85 50	8.86128	174.0	6 36	83 24	9.06046	109.75
4 12	85 48	8.86474	173.0	6 40	83 20	9.06481	108.75
4 14	85 46	8.86816	171.0	6 44	83 16	9.06911	107.50
4 16	85 44	8.87156	170.0	6 48	83 12	9.07337	106.50
4 18	85 42	8.87494	169.0	6 52	83 8	9.07758	105.25
4 20	85 40	8.87829	167.5	6 56	83 4	9.08176	104.50
4 22	85 38	8.88161	166.0	7 0	83 0	9.08589	103.25
4 24	85 36	8.88490	164.5	7 4	82 56	9.08999	102.50
4 26	85 34	8.88817	163.5	7 8	82 52	9.09405	101.50
4 28	85 32	8.89142	162.5	7 12	82 48	9.09807	100.50
4 30	85 30	8.89464	161.0	7 16	82 44	9.10205	99.50
4 32	85 28	8.89784	160.0	7 20	82 40	9.10599	98.50
4 34	85 26	8.90102	159.0	7 24	82 36	9.10990	97.75
4 36	85 24	8.90417	157.5	7 28	82 32	9.11377	96.75
4 38	85 22	8.90730	156.5	7 32	82 28	9.11761	96.00
4 40	85 20	8.91040	155.0	7 36	82 24	9.12142	95.25
4 42	85 18	8.91349	154.5	7 40	82 20	9.12519	94.25
4 44	85 16	8.91655	153.0	7 44	82 16	9.12892	93.25
4 46	85 14	8.91959	152 0	7 48	82 12	9.13263	92.75
4 48	85 12	8.92261	151.0	7 52	82 8	9.13630	91.75
4 50	85 10	8.92561	150.0	7 56	82 4	9.13994	91.00
4 52	85 8	8.92859	149.0	8 0	82 0	9.14356	90.50
4 54	85 6	8.93154	147.5	8 4	81 56	9.14714	89.50
4 56	85 4	8.93448	147.0	8 8	81 52	9.15069	88.75
4 58	85 2	8.93740	146.0	8 12	81 48	9.15421	88.00
5 0	85 0	8.94030	145.0	8 16	81 44	9.15770	87.25
5 4	84 56	8.94603	143.25	8 20	81 40	9.16116	86.50
5 8	84 52	8.95170	141.75	8 24	81 36	9.16460	86.00
5 12	84 48	8.95728	139.50	8 28	81 32	9.16801	85.25
5 16	84 44	8.96280	138.00	8 32	81 28	9.17139	84.50
5 20	84 40	8.96825	136.25	8 36	81 24	9.17474	83.75

SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFFÉR.	SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFFÉR.
8°36′	81°24′	9.17474	83.25	12°48′	77°12′	9.34547	55.33
8 40	81 20	9.17807	82.50	12 54	77 6	9.34879	55.00
8 44	81 16	9.18137	82.00	13 0	77 0	9.35209	54.50
8 48	81 12	9.18465	81.25	13 6	76 54	9.35536	54.00
8 52	81 8	9.18790	80.75	13 12	76 48	9.35860	53.67
8 56	81 4	9.19113	80.00	13 18	76 42	9.36182	53.33
9 0	81 0	9.19433	79.50	13 24	76 36	9.36502	52.83
9 4	80 56	9.19751	79.00	13 30	76 30	9.36819	52.33
9 8	80 52	9.20067	78.25	13 36	76 24	9.37133	52.00
9 12	80 48	9.20380	77.75	13 42	76 18	9.37445	51.67
9 16	80 44	9.20691	77.00	13 48	76 12	9.37755	51.17
9 20	80 40	9.20999	76.75	13 54	76 6	9.38062	51.00
9 24	80 36	9.21306	76.00	14 0	76 0	9.38368	50.33
9 28	80 32	9.21610	75.50	14 6	75 54	9.38670	50.17
9 32	80 28	9.21912	74.75	14 12	75 48	9.38971	49.83
9 36	80 24	9.22211	74.50	14 18	75 42	9.39270	49.33
9 40	80 20	9.22509	74.00	14 24	75 36	9.39566	49.00
9 44	80 16	9.22805	73.25	14 30	75 30	9.39860	48.67
9 48	70 12	9.23098	73.00	14 36	75 24	9.40152	48.33
9 52	80 8	9.23390	72.25	14 42	75 18	6.40442	48.00
9 56	80 4	9.23679	72.00	14 48	75 12	9.40730	47.67
10 0	80 0	9.23967	71.33	14 54	75 6	9.41016	47.33
10 6	79 54	9.24395	70.50	15 0	75 0	9.41300	47.00
10 12	79 48	9.24818	69.83	15 6	74 54	9.41582	46.50
10 18	79 42	9.25237	69.17	15 12	74 48	9.41861	46.50
10 24	79 36	9.25652	68.50	15 18	74 42	9.42140	46.00
10 30	79 30	9.26063	67.83	15 24	74 36	9.42416	45.67
10 36	79 24	9.26470	67.17	15 30	74 30	9.42690	45.33
10 42	79 18	9.26873	66.67	15 36	74 24	9.42962	45.17
10 48	79 12	9.27273	65.83	15 42	74 18	9.43233	44.83
10 54	79 6	9.27668	65.33	15 48	74 12	9.43502	44.50
11 0	79 0	9.28060	64.67	15 54	74 6	9.43769	44.17
11 6	78 54	9.28448	64.17	16 0	74 0	9.44034	43.80
11 12	78 48	9.28833	63.50	16 10	73 50	9.44472	43.30
11 18	78 42	9.29214	62.83	16 20	73 40	9.44905	42.90
11 24	78 36	9.29591	62.50	16 30	73 30	9.45334	42.40
11 30	88 30	9.29966	61.67	16 40	73 20	9.45758	42.00
11 36	78 24	9.30336	61.33	16 50	73 10	9.46178	41.60
11 42	78 18	9.30704	60.67	17 0	73 0	9.46594	41.10
11 48	78 12	9.31068	60.33	17 10	72 50	9.47005	40.60
11 54	78 6	9.31430	59.67	17 20	72 40	9.47411	40.30
12 0	78 0	9.31788	59.17	17 30	72 30	9.47814	39.90
12 6	77 54	9.32143	58.67	17 40	72 20	9.48213	39.40
12 12	77 48	9.32495	58.17	17 50	72 10	9.48607	39.10
12 18	77 42	9.32844	57.67	18 0	72 0	9.48998	38.70
12 24	77 36	9.33190	57.33	18 10	71 50	9.49385	38.30
12 30	77 30	9.33534	56.67	18 20	71 40	9.49768	38.00
12 36	77 24	9.33874	56.33	18 30	71 30	9.50148	37.50
12 42	77 18	9.34212	55.83	18 40	71 20	9.50523	37.30
12 48	77 12	9.34547		18 50	71 10	9.50896	

SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFFÉR.	SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFFÉR.
18°50	71°10′	9.50896	36.80	27°30′	62 30	9.66441	24.12
19 0	71 0	9.51264	36.50	27 45	62 15	9.66803	23.87
19 10	70 50	9.51629	36.20	28 0	62 0	9.67161	23.60
19 20	70 40	9.51991	35.90	28 15	61 45	9.67515	23.40
19 30	70 30	9.52350	35.50	28 30	61 30	9.67866	23.12
19 40	70 20	9.52705	35.10	28 45	61 15	9.68213	22.93
19 50	70 10	9.53056	34.90	29 0	61 0	9.68557	22.67
20 0	70 0	9.53405	34.60	29 15	60 45	9.68897	22.47
20 10	69 50	9.53751	34.20	29 30	60 30	9.69234	22.20
20 20	69 40	9.54093	34.00	29 45	60 15	9.69567	22.00
20 30	69 30	9.54433	33.60	30 0	60 0	9.69897	21.80
20 40	69 20	9.54769	33.30	30 15	59 45	9.70224	21.53
20 50	69 10	9.55102	33.10	30 30	59 30	9.70547	21.33
21 0	69 0	9.55433	32.80	30 45	59 15	9.70867	21.13
21 10	68 50	9.55761	32.40	31 0	59 0	9.71184	20.93
21 20	68 40	9.56085	32.30	31 15	58 45	9.71498	20.73
21 30	68 30	9.56408	31.90	31 30	58 30	9.71809	20.47
21 40	68 20	9.56727	31.70	31 45	58 15	9.72116	20.33
21 50	68 10	9.57044	31.40	32 0	58 0	9.72421	20.10
22 0	68 0	9.57358	31.10	32 20	57 40	9.72823	19.80
22 10	67 50	9.57669	30.90	32 40	57 20	9.73219	19.60
22 20	67 40	9.57978	30.60	33 0	57 0	9.73611	19.30
22 30	67 30	9.58284	30.40	33 20	56 40	9.73997	19.10
22 40	67 20	9.58588	30.10	33 40	56 20	9.74379	18.85
22 50	67 10	9.58889	29.90	34 0	56 0	9.74756	18.60
23 0	67 0	9.59188	29.60	34 20	55 40	9.75128	18.40
23 10	66 50	9.59484	29.40	34 40	55 20	9.75496	18.15
23 20	66 40	9.59778	29.20	35 0	55 0	9.75859	17.95
23 30	66 30	9.60070	28.90	35 20	54 40	9.76218	17.70
23 40	66 20	9.60359	28.70	35 40	54 20	9.76572	17.50
23 50	66 10	9.60646	28.50	36 0	54 0	9.76922	17.30
24 0	66 0	9.60931	28.30	36 20	53 40	9.77268	17.05
24 10	65 50	9.61214	28.00	36 40	53 20	9.77609	16.85
24 20	65 40	9.61494	27.90	37 0	53 0	9.77946	16.70
24 30	65 30	9.61773	27.60	37 20	52 40	9.78280	16.45
24 40	65 20	9.62049	27.40	37 40	52 20	9.78609	16.25
24 50	65 10	9.62323	27.20	38 0	52 0	9.78934	16.10
25 0	65 0	9.62595	27.00	38 20	51 40	9.79256	15.85
25 10	64 50	9.62865	26.80	38 40	51 20	9.79573	15.70
25 20	64 40	9.63133	26.50	39 0	51 0	9.79887	15.50
25 30	64 30	9.63398	26.40	39 20	50 40	9.80197	15.35
25 40	64 20	9.63662	26.20	39 40	50 20	9.80504	15.15
25 50	64 10	9.63924	26.00	40 0	50 0	9.80807	14.95
26 0	64 0	9.64184	25.80	40 20	49 40	9.81106	14.80
26 15	63 45	9.64571	25.47	40 40	49 20	9.81402	14.60
26 30	63 30	9.64953	25.20	41 0	49 0	9.81694	14.45
26 45	63 15	9.65331	24.93	41 20	48 40	9.81983	14.30
27 0	63 0	9.65705	24.67	41 40	48 20	9.82269	14.10
27 15	62 45	9.66075	24.40	42 0	48 0	9.82551	13.95
27 30	62 30	9.66441		42 20	47 40	9.82830	

SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFFÉR.	SINUS.	COSINUS.	LOGARIT.	DIFFÉR.
42° 20′	47° 40′	9.82830	13.80	65° 30′	24° 30′	9.95902	5.70
42 40	47 20	9.83106	13.60	66 0	24 0	9.96073	5.57
43 0	47 0	9.83378	13.50	66 30	23 30	9.96240	5.43
43 20	46 40	9.83648	13.30	67 0	23 0	9.96403	5.30
43 40	46 20	9.83914	13.15	67 30	22 30	9.96562	5.17
44 0	46 0	9.84177	13.00	68 0	22 0	9.96717	5.03
44 20	45 40	9.84437	12.85	68 30	21 30	9.96868	4.90
44 40	45 20	9.84694	12.75	69 0	21 0	9.97015	4.80
45 0	45 0	9.84949	12.50	69 30	20 30	9.97159	4.67
45 30	44 30	9.85324	12.30	70 0	20 0	9.97299	4.53
46 0	44 0	9.85693	12.10	70 30	19 30	9.97435	4.40
46 30	43 30	9.86056	11.90	71 0	19 0	9.97567	4.30
47 0	43 0	9.86413	11.67	71 30	18 30	9.97696	4.17
47 30	42 30	9.86763	11.47	72 0	18 0	9.97821	4.03
48 0	42 0	9.87107	11.30	72 30	17 30	9 97942	3.97
48 30	41 30	9.87446	11.07	73 0	17 0	9.98060	3.80
49 0	41 0	9.87778	10.90	73 30	16 30	9.98174	3.67
49 30	40 30	9.88105	10.67	74 0	16 0	9.98284	3.57
50 0	40 0	9.88425	10.53	74 30	15 30	9.98391	3.43
50 30	39 30	9.88741	10.30	75 0	15 0	9.98494	3.33
51 0	39 0	9.89050	10.10	75 30	14 30	9.98594	3.20
51 30	38 30	9.89354	9.97	76 0	14 0	9.98690	3.10
52 0	38 0	9.89653	9.80	76 30	13 30	9.98783	2.97
52 30	37 30	9.89947	9.60	77 0	13 0	9.98872	2.87
53 0	37 0	9.90235	9.43	77 30	12 30	9.98958	2.73
53 30	36 30	9.90518	9.27	78 0	12 0	9.99040	2.63
54 0	36 0	9.90796	9.10	78 30	11 30	9.99119	2.53
54 30	35 30	9.91069	8.90	79 0	11 0	9.99195	2.40
55 0	35 0	9.91336	8.77	79 30	10 30	9.99267	2.27
55 30	34 30	9.91599	8.60	80 0	10 0	9.99335	2.17
56 0	34 0	9.91857	8.47	80 30	9 30	9.99400	2.07
56 30	33 30	9.92111	8.27	81 0	9 0	9.99462	1.93
57 0	33 0	9.92359	8.13	81 30	8 30	9.99520	1.83
57 30	32 30	9.92603	7.97	82 0	8 0	9.99575	1.73
58 0	32 0	9.92842	7.83	82 30	7 30	9.99627	1.60
58 30	31 30	9.93077	7.67	83 0	7 0	9.99675	1.50
50 0	31 0	9.93307	7.50	83 30	6 30	9.99720	1.37
59 30	30 30	9.93532	7.37	84 0	6 0	9.99761	1.30
60 0	30 0	9.93752	7.23	84 30	5 30	9.99800	1.13
60 30	29 30	9.93970	7.07	85 0	5 0	9.99834	1.07
61 0	29 0	9.94182	6.93	85 30	4 30	9.99866	0.93
61.30	28 30	9.94390	6.77	86 0	4 0	9.99894	0.83
62 0	28 0	9.94593	6.67	86 30	3 30	9.99919	0.70
62 30	27 30	9.94793	6.50	87 0	3 0	9.99940	0.63
63 0	27 0	9.94988	6.37	87 30	2 30	9.99959	0.50
63 30	26 30	9.95179	6.23	88 0	2 0	9.99974	0.37
64 0	26 0	9.95366	6.10	88 30	1 30	9.99985	0.27
64 30	25 30	9.95549	5.97	89 0	1 0	9.99998	0.17
65 0	25 0	9.95728	5.80	89 30	0 30	9.99990	0.07
65 30	24 30	9.95902		90 0	0 0	10.00000	

A MONSIEUR LE RÉDACTEUR

DU JOURNAL DES SCIENCES MILITAIRES.

MONSIEUR,

Dans le numéro de mai 1836 du *Journal des sciences militaires*, je trouve, dans le cours d'un essai sur la construction des ponts, écrit avec un vrai talent et des connaissances pratiques incontestables, un article consacré aux ponts jetés par Xerxès sur l'Hellespont, il y a vingt-trois siècles. M. le capitaine Haillot s'est donné beaucoup de peine à éclaircir un texte embrouillé et presque inexplicable, tel que l'ont fait les traducteurs. S'il y est parvenu, ce n'a été qu'en donnant des preuves d'une sagacité fondée sur des connaissances positives, et qui lui a fait deviner ce que l'auteur grec *dit réellement*, et que les traducteurs n'ont pas su comprendre.

Qu'on ne croie pas cependant que je veuille taxer les traducteurs de nos classiques grecs et latins d'une ignorance absolue. Ils étaient ce que devaient être des savants qui ne sortaient pas de leur cabinet, ou des professeurs dont l'univers était renfermé dans les murailles de leurs colléges. Ils connaissaient avec toute la perfection grammaticale la langue qu'ils traduisaient et celle dans laquelle ils écrivaient, mais ils n'avaient aucune connaissance assez positive dans la politique gouvernementale, la législation, l'art militaire, en un mot, dans les sciences spéciales, pour rendre avec clarté tout ce que les anciens ont écrit sur ces

matières, surtout dans la langue grecque, très-pauvre en expressions techniques. Déjà de son temps Tacite se plaignait que le commun des historiens estropiait l'histoire *inscitiâ reipublicæ* (par ignorance du gouvernement), à quoi nous pourrions ajouter pour notre compte, *et inscitiâ rei militaris*.

J'ai déjà fait voir, à propos de ce que rapporte Polybe de l'instruction donnée par Scipion à sa cavalerie, et pour la marche d'Annibal qui précéda et amena la bataille de Thrasymène, combien les traductions, même les plus renommées, sont fautives, toutes les fois qu'il est question d'art ou d'opérations militaires. L'illustre Volney n'a pas prouvé moins clairement combien Hérodote avait été défiguré par un traducteur qui, en revanche, ne ménage pas les injures à ceux qui relèvent ses bévues. Folard, le consciencieux et studieux Folard, égaré par la pitoyable traduction de Polybe par Don Thuilier, a inventé sa fabuleuse et malencontreuse colonne, croyant ne faire que commenter et perfectionner une ordonnance autrefois en usage. Tel est le motif qui avait engagé avant moi les Guischard, les Maizeroy, les Ségrais et d'autres illustres compagnons d'armes, à étudier directement les textes originaux, en se servant de leurs propres connaissances dans la science de la guerre.

Mais, pour en revenir à l'objet de cette lettre, toute l'obscurité de la traduction dont s'est servi M. le capitaine Haillot, est causée par la fausse interprétation de quelques mots, non compris par des hommes qui n'étaient ni militaires, ni moins encore, pontonniers.

D'abord nous observerons que la largeur de 115 toises donnée, comme désignation précise, par le général Sébastiani à l'Hellespont, entre les deux châteaux de Kilid-Bahr

et Sultan Hissar, ne peut être attribuée qu'à l'élargissement du canal entre Sestos et Abydos. Au nord de ce dernier lieu, un promontoire forme un rétrécissement où la largeur n'est que d'environ 900 toises; au sud d'Abydos, cette même largeur se trouve, par une cause semblable, réduite à environ 750 toises. (Voyez la carte de Choiseul Gouffier.) La largeur de sept stades ou 650 toises, donnée par Hérodote, n'est donc qu'un à peu près. Mais ce que je viens de dire explique pourquoi le pont supérieur ayant 360 bateaux, 314 ont suffi pour le second. De même, de la disposition topographique des deux points que j'ai indiqués ci-dessus, il résulterait que les bateaux du premier pont avaient la proue tournée vers le Pont-Euxin (mer Noire), et que ceux du second, quoiqu'ils fussent placés dans le sens du courant (*kata rhoon*) de proue à poupe, se présentaient cependant obliquement au Pont-Euxin.

C'est en effet ainsi que l'exprime Hérodote (Polymnia 36), et ce que les traducteurs ont remplacé par un galimatias, duquel est né l'extravagante idée de mettre les bateaux bout à bout pour faire un pont. Le mot *épikarsias*, dont se sert Hérodote, ne signifie pas *transversus* (en travers), comme l'ont écrit les traducteurs, mais *ex obliquo* (obliquement). En second lieu, *tòna tà oplà*, que les traducteurs ont rendu par *funes armamentorum*, signifie simplement *funes tensæ*, des cordages tendus, des cinquenelles. De même *kormois xylôn kataprisantes* ne doit point être traduit par *codices lignorum discissos*, mais *codices serrâ resecatos*, des troncs équarris, refendus par la scie, c'est-à-dire des madriers. Enfin, un peu plus loin, le mot *hyli*, ne signifie pas dans le cas présent, *materia*, des branchages, ce que l'auteur aurait exprimé par *kla-*

dos ou *klôn*, mais des bâtons, des rondins, que les Perses placèrent l'un à côté de l'autre et recouvrirent de terre.

Le passage d'Hérodote, cité par M. Haillot d'après les traductions, se présente donc en réalité de la manière suivante :

« Les autres architectes s'y prirent ainsi pour construire » les ponts. Ils réunirent 360 Pentékontores et Trirèmes » du côté du Pont-Euxin, et de l'autre côté (au-dessous) » seulement 314, ces dernières se présentant obliquement » au Pont-Euxin, mais placées dans le sens du courant de » l'Hellespont, et les assurèrent par des câbles tendus. » Cela fait, ils les fixèrent par de fortes ancres, tant du côté » du Pont-Euxin, pour résister aux vents du dehors, » que du côté de la mer Egée pour l'Eurus et l'Auster, » laissant vers le courant trois ouvertures entre les Pen- » tékontores, pour le passage des petits bateaux. En- » suite ils tendirent à terre, en les tordant avec des crocs en » bois, les câbles, non pas simples, mais composés, les » uns de deux cordages de lin, et les autres de quatre » de byblus; ces câbles étaient de même grosseur, mais » ceux en lin étaient plus forts. Ayant ainsi formé le ta- » blier du pont, ils placèrent en travers des câbles, des » madriers d'une longueur égale à la largeur du passage, » et par-dessus cette rangée encore d'autres madriers. » Enfin ils placèrent, par-dessus tout, des parements de » fagots ou rondins serrés l'un contre l'autre et qu'ils re- » couvrirent de terre; ils établirent des deux côtés du » pont des balustrades de sûreté ou garde-fous, pour la » sûreté des chevaux et bêtes de somme. »

Il résulte de ce passage, que les ponts de Xerxès étaient construits comme on les établit encore aujourd'hui, excepté que le tablier, au lieu d'être formé sur des poutrelles

de longueur, l'était sur des cinquenelles probablement assez rapprochées.

L'exemple qui fait le sujet de cette lettre fera voir, je pense, que ce n'est pas par un vain esprit de pédanterie, mais par un désir actif d'instruction, que quelques militaires studieux ont cru devoir se mettre en état d'étudier les anciens classiques dans leur langue ; on y trouve, à la vérité, que nous avons copié beaucoup plus qu'on ne croit, que nous avons amélioré (sauf les modifications apportées par l'usage des armes à feu), peut-être moins qu'on ne le pense; mais on se persuade aussi, par cette lecture, qu'il y a encore beaucoup d'instruction à recueillir dans l'histoire des grands capitaines de l'antiquité, lorsqu'elle n'est pas défigurée par de mauvaises traductions. Le résultat console des difficultés du travail. La tactique a changé avec la nature des armes, la stratégie, fruit du génie des grands hommes, est restée et restera la même dans ses principes généraux.

Veuillez avoir la bonté de donner à cette lettre une place dans votre utile journal.

Recevez, monsieur, l'expression de ma considération distinguée.

Le général G. DE VAUDONCOURT.

la bouche duquel le boulet était placé. Il a fait varier la charge et a observé tantôt la durée de la chute du projectile, tantôt la hauteur d'ascension. Le mémoire est très-détaillé, et forme l'objet de deux articles dans les cahiers numéros 5 et 6 de 1834.

XI. *Observations sur les fusées de guerre, accompagnées de quelques notes sur les fusées autrichiennes.* Une lithographie qui accompagne ce mémoire représente : 1° un moule de fusées; 2e une fusée à projectile toute équipée; 3o le plan d'une salle d'artifices pour la confection des fusées, d'après le modèle des établissements de ce genre en Autriche.

XII. *Instruction pratique sur l'emploi des différentes espèces de projectiles, tant dans la guerre de campagne que dans la guerre des siéges, par C. de Decker.* Ce mémoire est très-détaillé et forme la matière de deux articles dans les huitième et neuvième cahiers de 1834.

XIII. *Des progrès faits dans la fabrication des canons de fonte de fer, en Suède.* Cet article a été communiqué par M. Du Vignau. Il y est question d'épreuves comparatives faites sur des canons de première et deuxième fusions, fabriqués en 1831 et 1832. L'on y trouve aussi les dimensions encore une fois diminuées des bouches à feu de campagne de ce pays.

XIV. *Extrait du rapport sur les expériences faites par le capitaine Callerström, avec le fusil de munition en usage dans l'armée suédoise.* Ces expériences, très-étendues, ont déjà quelques années de date, elles sont décrites dans tous leurs détails dans le quatrième cahier de l'année 1831 du Journal de l'Académie militaire de Suède.

XV. *Quelques mots* sur le but et sur la conduite des *tirailleurs et des flanqueurs dans les feux d'artillerie,*

lorsque les troupes sont dans la position normale dans les manœuvres. Cet article est de M. Du Vignau, qui paraît avoir eu pour but de faire sentir l'importance des formes tactiques, et la nécessité de la plus grande attention dans leur adoption et leur emploi.

XVI. *Sur le fusil d'infanterie, par L. Sternhelm.* Dans cet article, d'une cinquantaine de pages, l'auteur se montre au courant de l'état actuel de la question.

XVII. *Considérations sur la proportion des fusées de guerre aux armes à feu, sur leur usage et sur l'organisation des batteries de fuséains, par Du Vignau.* Ce mémoire, publié en deux articles, n'a pas moins de 70 pages; l'auteur écrivait en octobre 1834.

XVIII. *Sur l'organisation et le matériel de l'artillerie norwégienne, par Du Vignau.* Les bouches à feu en usage dans ce pays sont le canon de campagne de 6; l'obusier long de 12, les canons de 18 et de 24, enfin le canon à bombes de 7 pouces dont la construction est encore en expérience. L'obus à balles, dont on se sert avec l'obusier, long de 12, pèse, étant plein, 11 livres 10 onces de Norwège.

XIX. *Sur les signaux et leur emploi, par L. Sternhelm.*

XX. *Sur les obus à balles de l'artillerie norwégienne, par Du Vignau.* La traduction de cet article a paru dans le *Journal des armes spéciales* (cahier de mars et avril 1836).

XXI. *Progrès faits dans l'artillerie suédoise en* 1833. Nous donnerons prochainement la traduction de ce petit article, qui est extrait d'un rapport fait en 1834 à l'Académie des sciences militaires de Suède.

XXII. *Expériences faites en Suède :* 1° *sur l'effet du souffle des canons de* 24 *à la Helwig, contre les joues d'embrasures* ; 20 *sur le tir de bombes de* 40 *avec ces*

mêmes canons. Nous donnerons pareillement, sous peu, communication des résultats de ces expériences. Nous promettons également la traduction de quelques autres des articles précédents.

ON TROUVE CHEZ LE MÊME ÉDITEUR :

Aide-Mémoire de l'Ingénieur militaire, ou Recueil d'études et observations rassemblées et mises en ordre, par Grivet, capitaine du génie. — Livre Ier : personnel et administration. In-8°. Prix : 5 francs.
L'ouvrage entier sera composé de six livres.
Livre II. Sciences auxiliaires. — Livre III. Éléments et description des travaux de paix. — Livre IV. Exécution des travaux de paix. — Livre V. Éléments et description des travaux de guerre. — Livre VI. Exécution des travaux de guerre. — *Nota*. Deux livres formeront un vol. de 25 à 30 feuilles, enrichi de planches et de nombreux tableaux. Prix de chaque livre : 5 fr.

De la Vendée militaire, avec cartes et plans; par M. Roguet, chef de bataillon au 14e léger. Livres 1 et 2 avec un appendice. 1 vol. in-8°. Prix : 8 fr.

Des lignes de circonvallation et de contrevallation, par le même. 1 vol. in-8°, orné de planches. Prix : 4 fr.

De l'emploi de l'armée dans les grands travaux civils, par le même. In-8°, 2 fr.

Dissertations sur l'organisation actuelle du personnel de l'artillerie, par un officier supérieur de l'arme; brochure in-8°. Prix : 2 fr.

Éléments de législation militaire.— Améliorations des retraites anciennes et nouvelles avec amortissement de leurs charges au profit de l'État et de l'armée. Par Sainte-Chapelle, secrétaire particulier du maréchal Gouvion Saint-Cyr à la guerre et à la marine ; première livraison, in-8o, ornée de planches. Prix : 3 fr.

Essai d'une Instruction sur le passage des rivières et la construction des ponts militaires, à l'usage des troupes de toutes armes; par M. C. A. Haillot, capitaine commandant au bataillon de pontonniers. 1re livraison, in-8°, ornée de planches. Prix : 4 fr.

Nota. L'ouvrage entier sera composé de six livraisons.

1re Liv. — Essai d'une instruction sur le passage des rivières et la construction des ponts militaires.
2e Liv. — Suite et fin de l'essai.
3e Liv. — Examen critique des divers équipages de ponts menés à la suite des armées.
4e Liv. — I récis historique sur les passages des rivières les plus remarquables, exécutés jusqu'à nos jours par les armées.
5e Liv. — Hydrographie de l'Europe.
6e Liv. — Suite et fin de l'hydrographie de l'Europe.

Trois livraisons formeront un vol. de 20 à 25 feuilles, enrichi de planches et de tableaux. Prix de chaque livraison : 4 fr.

Essai sur l'organisation défensive militaire de la France, telle que la réclament l'économie, l'esprit des institutions politiques et la situation de l'Europe, par le général G. de Vaudoncourt. In-8°. Prix : 4 fr.

Essai théorique sur les guerres d'insurrection, ou suite à la Vendée militaire, par M. Roguet, chef de bataillon au 14e léger. Livre 4. 1 vol. in 8°. Prix : 7 fr. 50 c.

Explorations historiques. Les ministres de la guerre pendant et depuis la révolution. Par Sainte-Chapelle, secrétaire particulier du maréchal Gouvion-Saint-Cyr à la g. erre et à la marine. Première livraison, in-8°. Prix : 3 fr.

Idem. — 2e livraison. Prix : 3 fr.

Expériences sur la fabrication et la durée des bouches à feu en fer et en bronze, recueillies et mises en ordre par M. Moritz Meyer, attaché au ministère de la guerre en Prusse. Traduit de l'allemand et augmenté d'un grand nombre de notes relatives à cet art en général, et terminé par un résumé d'expériences, de 1785 à 1813; par Ravichio de Peretsdorf. 1 volume in-8° orné de planches. Prix : 5 fr. 50 c.

Expériences faites à Metz en 1834, par ordre du ministre de la guerre, sur les batteries de brèche, sur la pénétration des projectiles dans divers milieux résistants, et sur la rupture des corps par le choc, suivies du rapport fait, sur ces expériences, à l'Académie des sciences de Paris, le 12 octobre 1835, au nom d'une commission composée de MM. Dupin, Navier, et Poncelet rapproteur. Un vol. in-8°, avec 10 planches Prix : 7 fr. 50 c.

Histoire des Institutions militaires des Français, suivie d'un aperçu sur la marine militaire ; avec un atlas de 200 planches, représentant les uniformes anciens et modernes, les armures, les machines de guerre, etc, etc.; par M. Sicard. 4 vol. grand in-8°, de 5 à 600 pages chacun et d'un atlas. Chaque volume est enrichi d'un grand nombre de tableaux synoptiques. Prix de l'ouvrage entier, 50 fr. On peut se procurer l'Atlas séparément pour 10 fr.

Histoire philosophique et politique de Russie, par Esneaux et Chennechot. 5 vol. in-8°. Prix : 20 fr.

Mémoire sur les fortifications de Paris, avec plans : premier mémoire, comparaison du projet de Vauban avec celui des généraux Haxo et Valazé ; par Th. Choumara, ancien capitaine du génie. In-8°. Prix : 3 fr.

Moyen de diminuer de quinze millions de francs par an les dépenses publiques, départementales et communales, ou observations sur les logements gratuits, accordés à certains fonctionnaires publics. In-8°. Prix : 2 fr.

Notes sur les reconnaissances militaires, par le capitaine Chatelain ; brochure in-8° avec une planche. Prix : 2 fr.

Notice historique sur Vauban, par le général marquis de Chambray, de l'Académie royale des sciences de Prusse. In-8 . Prix : 3 fr.

Notice sur l'organisation de l'armée autrichienne, par Ravichio de Peretsdorf, maréchal-de-camp d'artillerie ; brochure in 8°. Prix : 5 fr. 50 c.

Notice (Suite de la) sur l'organisation de l'armée autrichienne ; par le même. in 8 . Prix : 2 fr. 50 c.

Notice sur l'organisation militaire du royaume de Sardaigne. In-8°. Prix : 2 fr. 50 cent.

Notice historique sur Guibert, par M. le général Bardin, In-8°. Prix : 2 fr.

Observations sur le nouveau système d'artillerie française, par le lieutenant-général Allix ; brochure in-8°. Prix : 2 fr.

Observations sur les applications du fer aux constructions de l'artillerie. In-8°, orné de planches. Prix : 3 fr.

JOURNAUX MILITAIRES.

Journal des Sciences Militaires des armées de terre et de mer. Ce recueil qui paraît depuis onze ans, est répandu en France et à l'étranger; il renferme tous ce qui a rapport aux sciences militaires, histoire, tactique, etc., etc. La rédaction en est confiée aux officiers de l'ancienne et de la nouvelle armée. Prix de la souscription : pour Paris, 42 fr., pour les départements, 48 fr., pour l'étranger, 54 fr.

Journal des Armes spéciales, paraissant le 25 de chaque mois, in-8 de trois feuilles, avec cartes, planches, dessins, machines de guerre, etc. Prix : 10 fr. par an ; 2 fr. en sus pour les départements, 4 fr. pour l'étranger.

Journal de l'Infanterie et de la Cavalerie, 1834 et 1835, 2 vol. in-8 avec cartes, plans, dessins, portraits, costumes militaires. Prix : 10 fr.

Annuaire des armées de terre et de mer, pour l'année 1836. Un vol. in-8 de 550 pages, petit texte avec plan. Prix : 7 fr. 50 c. et 5 fr. seulement pour MM. les officiers de l'armée française.

Cet ouvrage diffère essentiellement des autres annuaires militaires ; il embrasse complétement l'histoire des armées françaises et étrangères, et présente des notions étendues sur toutes les armées du monde.

JOURNAL



DES

ARMÉES DE TERRE ET DE MER.

LA FORCE ARMÉE MISE EN HARMONIE

AVEC L'ÉTAT ACTUEL DE LA SOCIÉTÉ.

PAR UN OFFICIER ÉTRANGER.

Chaque époque doit être considérée comme le résultat d'une époque passée et comme transition à une époque à venir. Rien n'arrête le mouvement progressif fort ingénieusement représenté par la courbe de l'hélice. Cependant l'homme observateur distingue des moments de repos comme si à certaines époques on s'occupait de préférence, à faire valoir de nouveaux principes, tandis que d'autres, au contraire, s'efforcent de coordonner tous les éléments sociaux d'après ces principes. C'est ainsi qu'on se plaît à regarder le développement et l'application des principes mis au grand jour par la révolution française, comme le problème que l'époque actuelle doit résoudre. Si telle est la mission de notre époque, nous croyons être utile en appelant l'attention sur l'organisation de la force armée, pour voir si elle a été mise en harmonie avec les principes de civilisation qui régissent actuellement l'Europe, et en donnant les développements généraux qui nous semblent devoir servir de base à une telle organisation. Nous savons que nous rencontrerons bien des obstacles pour faire valoir des principes qu'on regar-

la législation. Enfin, l'avidité cessera d'être la vertu citoyenne par excellence, et l'intégrité reprendra la valeur qu'elle mérite. La naissance était au moins quelque chose de plus fixe et de plus positif; elle pouvait être défendue jusqu'à un certain point, tandis que la limite tracée par la propriété matérielle est tout-à-fait illusoire.

On ne tardera pas à reconnaître que la naissance aussi bien que la richesse, posées comme limites du droit de citoyen, se trouvent en opposition avec la propriété morale et intellectuelle qui, chez des êtres pensants, doit se trouver au premier rang, et avoir dans ses concitoyens un jury appréciateur.

Au nombre des droits et des devoirs ainsi acquis par le peuple nouveau, doit être compté comme un des essentiels, celui de défendre l'état. Quand l'aristocratie composait seule le peuple politique, c'était elle qui s'en occupait. Quand, par l'invention de la poudre et par les armées permanentes, le bouclier de l'état sortit de ses mains, son existence fut compromise. Les gouvernements qui le ramassèrent devinrent plus ou moins absolus, en proportion de la force armée dont ils savaient s'entourer. Nous voyons donc que le peuple qui veut conserver sa liberté, doit savoir lui-même devenir son propre défenseur, et le devenir si bien, si complétement, que ni une caste militaire, ni une grande milice soudoyée, ne devienne nécessaire. Mais comme la grande possession de la classe ouvrière consiste dans son travail, ou, pour l'exprimer d'une manière commensurable, dans son temps, il est évident qu'il y aura toujours collision entre le désir d'économiser celui-ci pour son profit individuel, et d'en dépenser pour le bien public.

Il suit de ce qui précède, qu'une loi qui réglerait l'or-

ganisation de la force armée pour l'état social actuel devrait y admettre toute la population mâle en état de rendre service pour la défense du pays, de sorte que la force armée devienne partie intégrante du peuple, ce qui doit se faire avec le moins de dépense possible en temps pour chaque individu ; il faut enfin donner à l'organisation de la force armée une telle forme, que les chances de succès en cas de guerre soient en sa faveur.

Voilà le problème que nous voulons résoudre, énoncé d'une manière complète. Pour arriver à sa solution, commençons par faire voir quelles sont les conditions exigées par la dernière obligation qui nous est imposée.

Pour que la force armée d'un état puisse lutter contre celle d'un autre avec quelque chance de succès, il faut que par sa force physique, sa force morale et son intelligence elle soit au moins égale à son adversaire.

La force physique d'une armée dépend de sa composition en hommes et en matériel (nous employons ce mot dans un sens très-étendu), et de la capacité des premiers pour se servir du second.

Sa force morale dépend de la discipline et de la foi qu'elle a dans sa propre valeur.

Son intelligence dépend des connaissances solides que chaque homme qui en fait partie possède de son état, et de la plus ou moins grande facilité avec laquelle la capacité réelle trouve moyen de s'y faire valoir.

Il est évident que ces qualités principales dépendant beaucoup l'une de l'autre, jamais l'une d'elles n'existerait à un haut degré dans la force armée, sans que les autres n'y soient développées aussi ; ce qu'on ferait pour l'une profiterait toujours à l'autre ; de là l'impossibilité de traiter à part les moyens qu'on propose pour obtenir cha-

cune d'elles. Nous tâcherons cependant de suivre, autant que possible, dans le développement de ces moyens, l'ordre dans lequel nous les avons énoncés, ce qui nous conduira d'abord à montrer comment nous pensons procurer des hommes doués des qualités nécessaires pour bien remplir la place qu'on leur assigne dans la force armée.

La force armée, prise dans le sens où nous l'avons employée ici, comme renfermant tous les moyens nécessaires à la défense de l'état, ou mieux, tous ceux dont l'état se sert pour faire prévaloir sa volonté par la force, est composée d'éléments très-divers. Il faut les connaître avant de prononcer sur les moyens de les obtenir. Nous allons exposer ces éléments un à un.

La direction de la force armée est l'âme qui y porte le souffle de vie; sa bonne constitution est une question vitale. Sous diverses formes de gouvernements, on la trouve organisée différemment, le plus souvent c'est le chef de l'état, le roi, si l'on veut parler conformément à l'état actuel européen, qui lui-même a la direction de la force armée. Quelquefois il y a un ministre responsable (1). Quelquefois, enfin, c'est un comité directeur. Pendant la paix, qui toujours doit être regardée comme l'état normal, la seconde forme est celle qu'on doit préférer. C'est toujours un grand mal quand le roi, qui est la personnification de l'état dans son ensemble, se fait le directeur spécial d'une certaine branche; il se rend par-là le contrôleur de lui-même, et il élève sur le trône le directeur de cette branche. Un tel état de choses ne tarderait pas à

(1) Partout où le ministre n'est pas responsable, nous le regardons comme simple commis du roi.

conduire à la faiblesse et à l'arbitraire dans la gestion des affaires. Il ne faut pas oublier que la clémence est l'attribut du trône, et que la justice y doit trouver son dernier recours. Ce n'est que dans l'état de guerre qu'il peut être à désirer que le roi se mette lui-même à la tête de la force armée ; parce qu'alors celle-ci devient en quelque sorte l'expression de l'état, dont la première condition est d'avoir son existence assurée.

Le troisième moyen, celui de confier la direction de la force armée à un comité, a le grand inconvénient d'affaiblir la responsabilité, qui, éparpillée sur un être collectif, se trouve par ce fait complétement nulle. Les comités peuvent avoir leur utilité pour l'élaboration de principes généraux, et comme moyen conservatoire contre l'esprit d'innovation irréfléchie d'un homme ardent et ambitieux ; mais ils sont le plus souvent un fort mauvais moyen d'action pour le pouvoir exécutif ; employés comme tels, on les a presque toujours vus faibles et inactifs, ou opiniâtres et violents.

Après nous être prononcé pour l'unité dans la direction de la guerre, et avoir posé en principe que le chef de l'état ne doit pas avoir plus d'action sur cette partie de la machine gouvernementale que sur les autres, il nous reste à indiquer les moyens d'assurer à cette direction la force d'action nécessaire. Le moyen le plus simple, on pourrait même dire le moyen unique pour y arriver, est de donner au directeur une grande liberté, réunie à une grande responsabilité (1), de manière que cette place

(1) Nous croyons qu'on a tort quand, dans les états constitutionnels, on entre dans beaucoup de détails pour limiter l'action des ministres ; ceux-ci trouveront toujours moyen de se barricader derrière quelques

exige toute l'énergie d'un homme ferme et capable, et que l'homme à petits moyens soit écrasé sous son fardeau. C'est là la méthode la plus sûre pour exclure cette foule de compétiteurs avides et égoïstes qui ne veulent que des sinécures.

La force armée, qui se résume en unité dans la direction, se partage sous elle en deux branches, savoir : l'appareil ou les organes de la direction, et son objet direct, que nous pensons désigner plus simplement par le nom d'armée.

La direction prise dans le sens le plus spécial, comme organe de la direction supérieure, se divise en direction du personnel, qui s'occupe du recrutement, de l'instruction, de l'avancement, de l'entretien, de la dislocation, des mutations et de la force armée ; en direction du matériel, qui s'occupe des fournitures et de l'entretien du matériel et de sa distribution ; et en direction de comptabilité, qui s'occupe de la comptabilité générale en numéraire et en matières, y compris la vérification des comptes spéciaux ; il est bien entendu que dans notre opinion la révision emporte l'idée d'une vérification réelle faite sur les lieux mêmes.

Les directions du personnel et du matériel demandent

explications, et de faire confectionner les comptes rendus conformément aux règles prescrites. Rien n'est plus menteur que ces chiffres de comptes rendus, dont la révision atteint la forme beaucoup plus que la réalité. On doit s'en tenir aux principes généraux ; quant aux détails, on doit ou les prendre tels que le ministre les présente, sans y faire de modifications importantes, ou les rejeter tous, et refuser en même temps de donner sa confiance au ministre qui n'a pas su apprécier les exigences du pays, ou qui n'a pas eu la volonté de s'y soumettre. Un homme vraiment capable qui a de la probité politique, qualité la plus essentielle dans un homme d'état, ne peut pas avoir une conviction profonde et en adopter une autre comme règle de ses actions.

à leur tête des militaires qui possèdent des connaissances très-étendues de l'art militaire en général, et de l'état spécial de l'armée; des hommes qui, par conséquent, n'ont pas été trop longtemps hors des cadres, et qui ont eu un service, autant que possible, actif et pratique. Mais il y a dans leur ressort des branches qui exigent des connaissances toutes spéciales, telles que le service des vivres, des ambulances et hôpitaux, l'habillement, etc. Pour ces services, il faut des hommes spéciaux, mais qui doivent toujours être placés en sous-ordre, puisque tous ces services, malgré leur grande importance, ne sont qu'accessoires.

La direction de la comptabilité exige principalement les connaissances dont nous venons de parler en dernier lieu, et doit avoir à sa tête un homme qui a passé par les différentes directions, afin de les connaître toutes dans leur mécanisme pratique la partie militaire se trouve comme accessoire dans cette branche; les hommes qui l'y représentent doivent s'y trouver en sous-ordre.

Avant d'abandonner ce court aperçu de la direction de la force armée, il serait opportun de dire quelques mots sur la justice militaire. Comme l'indépendance doit être le caractère distinctif de la justice, il semblerait que les tribunaux supérieurs militaires devraient être placés tout à fait en dehors de l'action de la direction supérieure du service, qu'on devrait plutôt, les regarder comme une branche spéciale de la justice ordinaire du pays, et qu'il serait à propos, enfin, de limiter autant que possible les cas portés devant ces tribunaux. Plus l'armée devient nationale, plus la force armée peut être considérée comme la nation elle-même sous les armes, plus il nous semble qu'on doit tâcher d'arriver à ce but pour simplifier au-

tant que possible les notions que chaque citoyen doit avoir de la justice du pays, et fortifier la foi qu'on doit désirer qu'il ait en elle.

Passant à l'objet de la direction, qui est l'armée, nous y trouvons deux éléments distincts, quoique existant l'un par l'autre et l'un pour l'autre; ce sont les troupes et l'organisation du commandement, que nous pourrions peut-être comprendre sous le nom d'état major.

L'état actuel de l'art de la guerre exige différentes espèces de troupes et un nombre d'hommes aptes à faire différents métiers.

Pour qu'une armée soit prête à entrer en campagne, il faut qu'elle puisse disposer d'un nombre suffisant de chaque espèce de troupes; ces différentes espèces se distinguent par l'arme qu'elles emploient et par la manière dont elles s'en servent.

L'infanterie est la partie la plus essentielle de l'armée, comme elle est maintenant la plus nombreuse, c'est elle aussi qui tient de plus près au peuple, puisque c'est dans l'infanterie où l'homme exerce la plus grande influence personnelle, indépendamment de toute machine. C'est comme infanterie, quoique dans un état très-imparfait, que la masse d'un peuple, animée du plus grand enthousiasme, s'armant d'instruments les plus divers, s'est jetée quelquefois avec succès sur les troupes régulières. C'est l'infanterie qui peut recevoir la plus grande impulsion de la force morale; c'est elle qui en a le plus besoin; c'est elle aussi qui, chez un peuple guerrier, peut le plus se passer d'instruction spéciale : c'est donc cette arme qui peut le mieux être formée par le peuple armé. Mais, pour qu'une institution s'achemine toujours vers la perfection, il faut qu'elle puisse s'essayer sous les formes les plus con-

venables pour l'atteindre ; de là dérive la nécessité d'avoir des corps d'infanterie normale, formés et entretenus à peu près de la même manière qu'elle existe en temps de guerre ; des écoles pour propager l'instruction dans les grandes masses, et des cadres pour maintenir et surveiller l'instruction acquise et pour en cimenter les éléments épars.

Les qualités essentielles à une bonne infanterie sont de savoir manier son arme dans l'attaque, dans la défense et dans la marche, de savoir l'entretenir, de savoir se mouvoir en ordre, tant dans la marche que sur le champ de bataille ; d'être disciplinée, c'est-à-dire savoir suivre le régime d'ordre et d'obéissance qui soumet les volontés individuelles au profit de tous ; d'être capable de supporter les fatigues de la guerre et d'employer ses forces avec avantage aux travaux qu'elle exige.

On a dans quelques armées une espèce particulière d'infanterie sur laquelle on compte beaucoup, et qui, dans quelques circonstances, a rendu d'assez grands services : ce sont les carabiniers (tireurs à carabine rayée). C'est une espèce d'artillerie légère, dont l'effet dépend surtout de la dextérité de chaque individu et de la bonté de son arme. Dans les pays où l'art de tirer est poussé assez loin, rien n'est plus facile que de baser l'organisation de cette arme sur un armement du peuple, comme on l'a fait en Suisse.

La cavalerie est après l'infanterie la partie la plus essentielle de l'armée ; c'est une infanterie dont le choc a été augmenté par la masse et la vitesse du cheval. La cavalerie exige donc l'habitude du cheval, tant pour le monter que pour le soigner; le nombre d'hommes chez lesquels on peut espérer de trouver cette habitude, ou tout au moins quelque facilité pour l'obtenir, ne peut être que très-restreint, surtout dans les pays où l'on n'élève pas de chevaux. De là

une plus grande difficulté pour baser l'organisation de la cavalerie sur l'armement du peuple, et la nécessité d'avoir un plus grand élément permanent de cavalerie. Dans les pays où l'on élève des chevaux, les difficultés diminuent beaucoup; on y a vu assez souvent une bonne cavalerie de milice, et l'on pourrait même tirer parti d'une telle institution pour améliorer la production des chevaux.

Il est clair que la cavalerie, comme l'infanterie, doit savoir manier les armes et se mouvoir avec ordre, être disciplinée et faite aux fatigues de la guerre; mais elle doit en outre, et presqu'avant tout, savoir soigner et manier le cheval.

L'artillerie est généralement comptée pour la troisième arme, elle a pour objet le maniement et l'entretien des grosses armes à feu, et même de toutes les machines de guerre en général. Si l'on regarde de plus près le service de cette troupe, on voit qu'il se compose de deux éléments bien distincts : l'un exige un grand savoir et une grande dextérité; l'autre n'a qu'à y prêter sa force matérielle avec un certain degré d'ensemble. Le premier élément doit être regardé comme tenant essentiellement à l'industrie, et assimilé au travail des mécaniciens, qui ont besoin d'un exercice continuel pour ne pas perdre l'habitude de leur métier compliqué. Cette obligation exclut l'idée d'une organisation de milice ou de peuple armé pour cet élément de l'artillerie. Le second élément n'exige qu'un corps robuste, l'habitude d'employer les forces physiques au travail et la soumission à la discipline. Rien de plus facile que de trouver cet élément, même très-bon, dans les rangs du peuple, qui exerce tant de métiers dont l'exécution exige les mêmes qualités.

Les troupes du génie, le service des ponts (en supposant qu'il ne soit pas fait par l'artillerie), celui de l'état

major, des vivres, des hôpitaux, se trouvent dans le même cas que l'artillerie; tous ont besoin d'un certain nombre d'hommes initiés dans les détails minutieux du service, et d'un nombre de manœuvres intelligents et disciplinés qu'on peut facilement tirer des arts et des métiers correspondants.

La marine, encore, plus qu'aucune autre partie de la force armée, se trouve dans le cas sus-mentionné; mais elle a l'avantage de trouver dans une bonne marine marchande des hommes tout formés pour la partie du service le plus difficile. Il serait bon de choisir les manœuvres pour ce service dans la population des côtes; elle craint moins la mer, et devenir marin est pour elle un état.

Pour commander à ces troupes, et arriver à l'ensemble d'exécution si nécessaire pour obtenir de grands résultats, on a besoin d'un nombre d'individus doués des diverses qualités. Ces qualités dépendent beaucoup d'une disposition heureuse de la nature. Elles consistent en une intelligence assez forte pour saisir les dangers et les moyens d'y obvier, réunie à un caractère assez ferme pour ne pas fléchir dans les moments difficiles. Ces dispositions peuvent être fortifiées, peut-être même acquises, jusqu'à un certain degré, par l'instruction et par l'habitude. On a besoin de trouver dans un bon chef l'expérience et la prévoyance de l'âge mûr réunies à la vigueur et à la confiance de la jeunesse; il doit connaître les détails du service, sans cependant se laisser entraîner à des détails trop minutieux. Il est très-difficile en temps de paix de former de pareils chefs, ou plutôt de les distinguer parmi le grand nombre de ceux qui se mettent sur les rangs; mais plus cela est difficile, plus il devient nécessaire d'avoir des institutions qui puissent vaincre autant que possible la difficulté.

On appelle ordinairement état major et corps d'état major, l'ensemble des personnes qui s'occupent du commandement supérieur et du service qui en dépend. Le corps d'état major forme en même temps l'école des généraux. La bonne organisation de l'état major devient encore plus nécessaire dans une armée basée sur l'armement général, que dans celle composée de corps permanents; il doit être pour elle ce que sont le cœur et les poumons dans l'organisation animale, auxquels le sang reflue après sa grande circulation pour être refait et lui être rendu. L'état major doit être le centre de l'intelligence et des lumières, qui de là se répandront ensuite dans l'armée, où les divers membres viennent se retremper de temps en temps, en y rapportant ses observations et son expérience. Il doit être nombreux, et jamais sans emploi. Tels sont les différents éléments pour lesquels nos institutions doivent procurer des hommes.

Dans le développement de l'homme, chaque âge a une aptitude différente qu'il faut faire ressortir avant de fixer les exigences. Depuis dix-douze ans jusqu'à seize-dix-huit, l'on apprend avec la plus grande facilité tout ce qui est exercice, qui parle aux sens, et qui est l'objet de la mémoire; le corps est flexible, et se prête facilement à tous les mouvements, la volonté se plie facilement à une volonté supérieure. Aucune habitude n'a été tellement contractée, qu'elle ne donne facilement place à une autre. C'est à cet âge que le temps a le moins de valeur, où par conséquent sa perte est la moins grande. C'est en général à cet âge que l'on prépare l'homme pour sa position sociale.

De seize à vingt ans, le jeune homme réunit à la faculté d'apprendre celle de réfléchir. Dans cet âge, l'homme se forme pour sa spécialité, dans laquelle le plus grand

nombre est déjà entré tout-à-fait avant la vingt ou vingt-unième année. Un petit nombre, seulement, qui vise à une position plus élevée, se trouve ici dans un cas exceptionnel. La perte du temps à cet âge est une perte considérable que le jeune homme lui-même sait apprécier. On peut compter sur son énergie, si on lui laisse la faculté d'économiser son temps en travaillant pour arriver à un but proposé. Depuis vingt jusqu'à vingt-cinq ans, l'homme est fait pour agir comme homme ; s'il n'est pas toujours arrivé au maximum de sa force, il possède à un haut degré la faculté de se remettre promptement d'une grande fatigue. Il n'éprouve pas encore le besoin de se cramponner à un avenir dont il sent déjà l'élément principal en lui, il ne craint pas de remettre à une époque plus avancée l'accomplissement de ses desseins ultérieurs ; il est assez disposé à une vie aventureuse.

Depuis vingt-cinq jusqu'à trente-cinq, même quarante ans, l'homme est arrivé à la plus grande force ; il pense à s'assurer une existence certaine, à se marier, à élever une famille. Il est assez disposé à faire des sacrifices pour défendre ce qu'il a, ou ce qu'il espère obtenir, mais il n'aime plus à s'éloigner de chez lui pour des périodes très-longues ; le plus souvent il ne le pourrait même pas quand il le voudrait.

Depuis trente-cinq quarante jusqu'à quarante-cinq cinquante, l'homme peut encore avoir assez de force pour supporter des fatigues qui ne soient pas d'une trop longue durée : il est plus qu'aucun autre disposé à maintenir et à conserver l'état social tel qu'il est ; car le plus souvent il a déjà vaincu les plus grandes difficultés de la vie, et il désire jouir en paix des fruits récoltés. Ses illusions sont passées, ses espérances mêmes se sont beau-

coup affaiblies : il a pris des habitudes dont il n'aime pas à se défaire.

Passé l'âge de quarante-cinq, à cinquante ans, l'homme n'est guère actif que dans les affaires où il a l'habitude de se mouvoir. Hors de cette sphère, il n'est fait que pour un travail réglé et sédentaire.

Il est évident que les limites tracées ici ne sont pas des limites rigoureuses ; que les individualités, les localités et les positions peuvent les changer ; aussi doit-on laisser une certaine latitude dans les dispositions qu'on voudrait baser sur ces considérations.

C'est sur ce classement de la population mâle que notre organisation de la force armée doit s'appuyer. Chaque classe doit, d'après sa nature, lui fournir quelqu'élément.

Quand on réduit l'instruction de la partie la plus essentielle de l'armée (l'infanterie), à sa forme la plus simple (1), on doit admettre qu'elle consiste principalement dans une certaine agilité du corps, tels que le maniement des armes et le pas militaire, qu'un garçon de douze à quatorze ans apprendra facilement. On peut donc exiger que le jeune homme apporte aux écoles ou aux dépôts de l'armée, une instruction préparatoire qui rende l'école beaucoup plus facile et épargne un temps précieux. Mais, objectera-t-on, comment obtenir une instruction pareille, tandis que dans le plus grand nombre des pays, on n'est pas encore parvenu à procurer les moyens d'in-

(1) Nous prions d'observer qu'un très-grand nombre d'exercices et manœuvres de l'infanterie, tels qu'on les trouve actuellement dans presque tous les états, ont été inventés pour donner de l'occupation à une armée permanente et désœuvrée, et pour faire parade, plutôt que dans un but utile.

struction primaire ? n'est-ce pas s'appuyer sur une base chimérique ! Bien au contraire, les cadres des bataillons de milice vont nous procurer les moyens d'arriver à ce résultat sans difficulté. Ils serviront à donner une puissante impulsion à l'instruction primaire, puisque sans nouvelles dépenses leur organisation permettra de répartir, sur toute la surface du pays, des hommes soldés par le gouvernement et en état de donner cette instruction.

Mais, dira-t-on encore, ce n'est pas tant l'instruction, que la discipline qu'il est difficile d'inculquer au jeune militaire. A cet égard nous ferons observer qu'une des raisons pour lesquelles on trouve une aussi grande difficulté à introduire dans quelques armées une bonne discipline, tient précisément à ce qu'on s'occupe seulement d'une discipline d'habitude, et qu'on ne fait rien pour obtenir une discipline de volonté. Cependant cette dernière est la seule qui puisse se maintenir dans les temps difficiles. Si l'on se donnait plus de peine à instruire le jeune soldat de ses devoirs ; si l'on s'occupait davantage, non pas d'appels et de parades qui le fatiguent et le dégoûtent, mais de choses utiles ou avantageuses pour lui-même ; on verrait bientôt la discipline faire de grands progrès. On sait que les plus grands actes d'indiscipline ont été commis par les troupes où la discipline d'habitude, qu'on vante tant, était portée au plus haut degré. Pour prendre un exemple tout récent, nous citerons la révolte des gardes russes à Saint-Pétersbourg, et celle de plusieurs des meilleurs régiments de la ligne dans les environs de Moscou, à l'avènement au trône de l'empereur Nicolas.

Il n'est pas douteux, au reste, que cette instruction militaire donnée aux enfants, et jointe à quelques expli-

car il y a beaucoup de places à remplir pour lesquelles les jeunes gens apportent une capacité assez complète et n'ont besoin que de peu d'instruction : ainsi, par exemple, pour le service de santé, les jeunes chirurgiens et étudiants en médecine ; pour le service des vivres, les commis-marchands et employés de différents genres, bouchers, boulangers, et bien d'autres; pour le train, les garçons de postes, cochers et rouliers ; pour les troupes du génie, les mineurs, maçons, tailleurs de pierres, charpentiers etc.; pour l'artillerie, les ouvriers en bois et en fer, les bâteliers et les diverses professions qui y correspondent. Toutes les fois qu'un trop grand nombre se présentera pour une place vacante, on la mettra en concurrence ; pour que chacun sache sur quoi roule la concurrence, il faut avoir des règlemens sur tous les genres de service.

On fera en même temps le triage pour les tireurs de carabine et la cavalerie. On n'admettra pour le premier service que les bons tireurs, et on prendra les meilleurs sur le nombre qui se présente. Les sociétés de tireurs, tels qu'on en trouve en Suisse et en Tyrol, donnent un bon moyen pour faciliter ce choix.

On n'admettra pour la cavalerie que les jeunes gens qui se sont procuré des notions sur le pansage, et qui montrent des dispositions pour monter à cheval ; ceux qui en savent déjà quelque chose, ou qui se présentent avec un cheval à eux pour l'apprendre. Si ce nombre est insuffisant, on prendra les autres parmi la population agricole et celle des villes qui s'occupent de chevaux. Le reste des jeunes gens sera distribué dans les cadres de l'infanterie du premier ban. Dans le cas où un homme appartenant à une classe désirerait se faire remplacer par un homme de la classe suivante, il doit en avoir la faculté, sous la

charge d'être responsable de la conduite du remplaçant choisi sans l'intervention du corps dans lequel il devait servir. Si c'est le corps qui se charge de le faire remplacer, toutes ses obligations doivent être regardées comme remplies. Cette condition si simple, tirée de la nature même du remplacement, donnera au corps un moyen précieux de conserver de bons sujets plus longtemps dans les cadres, et d'en former de bons sous-officiers.

Ayant ainsi posé les principes de recrutement pour les différents genres de services de l'armée permanente et de premier ban, nous devons rendre compte des principes généraux de son organisation intérieure.

Pour l'infanterie, nous proposons de conserver le bataillon comme unité de force, et de le composer de 1000 hommes environ, distribués en cinq compagnies, dont quatre de ligne et une légère. Chaque bataillon serait commandé par un colonel, et aurait son état-major nécessaire. Dans les compagnies, on compterait un officier par cinquante hommes, et un sous-officier par vingt. Les soldats du train, domestiques, vivandiers et autres, nécessaires au service de campagne, compteraient dans les compagnies.

Pour l'infanterie permanente ou les bataillons normaux, nous pensons qu'il suffit de conserver sous les drapeaux, en temps de paix, la moitié des hommes : ce nombre est suffisant pour donner de l'occupation aux officiers et sous-officiers qu'on conservera. On aurait deux ou trois de ces bataillons par million d'habitants, plus ou moins, selon que le reste de l'organisation serait assimilé aux mœurs du peuple. En temps de guerre, les bataillons seront portés au complet par des hommes tirés des premiers bans de la localité où ils se trouvent alors. Pour faciliter l'exécution de cette opération, il doit se trouver

un certain nombre d'hommes attachés aux bataillons de ces bans, au-delà du nombre complet, désignés sous le nom de soldats supplémentaires, et pris surtout parmi les plus jeunes.

On doit autant que possible tenir ces bataillons hors des villes et des garnisons ; les faire beaucoup marcher et les faire travailler pendant l'été à quelque but utile, comme à la confection et à l'entretien des routes, canaux, etc. Pendant l'hiver, on doit les employer à entretenir leurs armes et uniformes, à en confectionner, et surtout à étendre leurs connaissances, de sorte que le service dans l'armée permanente puiss devenir un moyen pour le pauvre de se procurer de l'éducation, en même temps qu'il sert son pays. Le payement doit être réglé sur ce qu'un ouvrier peut gagner, terme moyen ; et si l'on craint pour la discipline en payant trop le soldat, on doit former pour lui un fonds de réserve qu'il pourra emporter quand il quittera les drapeaux, de la même manière qu'un honnête ouvrier s'amasse un petit capital pour se faire un état.

Les cadres des bataillons du premier ban sont distribués sur toute la surface du pays, en se conformant pour cette distribution, le plus possible, aux localités. Chaque cercle de bataillon doit être assez étendu pour fournir le nombre d'hommes nécessaires au bataillon, après que les autres services ont reçu leur contingent. On ne pourrait pas arriver à une rigoureuse exactitude, mais aussi n'est-elle pas nécessaire. L'état major qui, à l'exception de quelques subalternes, est permanent, et par conséquent soldé par l'État, doit être placé, autant que possible, au milieu du cercle. Les compagnies doivent être distribuées de manière à avoir leurs hommes le moins dispersés pos-

sible. On doit toujours avoir égard aux localités, et ne pas trop prétendre à égaliser les compagnies, car rien n'est plus facile que de corriger ces petites différences quand le bataillon se forme pour entrer en campagne. Chaque compagnie doit avoir un capitaine, un lieutenant, et la moitié des sous-officiers comme élément permanent, ou soldés ; les autres officiers et sous-officiers doivent être tirés de la milice. On trouvera presque partout de très-bons sujets qui préféreront se soumettre à une instruction plus complète pour obtenir un grade, qu'à servir dans les rangs. On peut d'ailleurs prendre différentes mesures pour faciliter cette instruction.

On doit être en droit de rassembler les bataillons de milice douze jours par an, sans compter les rassemblements extraordinaires d'après ordre supérieur, pour faire des exercices, des promenades militaires, monter la garde, etc., et on doit avoir la faculté de l'étendre à vingt-quatre jours pour ceux dont l'instruction n'est pas assez avancée, ou qui ne remplissent pas leurs devoirs (1). S'il y a encore des hommes trop peu instruits après que ce moyen a été épuisé, on devra les regarder comme le résultat d'une instruction incomplète, et les renvoyer à l'école ou à un bataillon normal, jusqu'à ce qu'ils aient appris, ou que leur incapacité soit bien constatée. Un moyen très-efficace d'augmenter le zèle, sera d'établir qu'aucun individu ne passera d'une classe à l'autre sans avoir prouvé qu'il est encore au fait de son métier. Pour maintenir la discipline, on doit assujettir les hommes de la milice à une certaine

(1) On profitera de ces jours d'exercice pour suppléer aux garnisons des places fortes en y appelant les populations dans un rayon de trois à quatre lieues pour y faire l'exercice.

surveillance de la part de leurs chefs, de sorte que ceux-ci puissent les envoyer servir dans les corps permanents, si par leur conduite ils montrent qu'ils ne sont pas bien imbus des principes de discipline. Un homme qui fait partie de cette classe ne pourra quitter son cercle pour un certain temps (le temps doit être fixé) sans en avertir son chef, et sans se présenter dans le cercle où il va séjourner.

Outre le service dans le bataillon même, et la surveillance sur tous les hommes supplémentaires des autres corps qui se trouvent dans le cercle, les officiers des cadres doivent tenir un registre des jeunes gens qui se trouvent dans leur cercle, et veiller à ce que les sous-officiers se prêtent à leur instruction dans les exercices et règlements militaires. Pour y arriver, ils doivent se mettre en communication avec les institutions d'instruction publique, et prêter tous leurs secours pour propager l'instruction du peuple. Par cela, ils gagneront une grande influence sur les populations, et rendront visibles l'utilité des institutions militaires, et les dépenses qu'elles occasionnent en temps de paix. Si l'on ne parvient pas à leur donner une occupation suffisante par les services ci-dessus mentionnés, on doit encore leur en fournir d'autres dans un but d'utilité publique, car la dépense de l'état doit toujours être remboursée en travail utile, et l'homme qui perd l'habitude d'un travail assidu, cesse d'être aussi apte au service de campagne.

On voit que calculant sur l'esprit militaire, éveillé par l'instruction préparatoire reçue dans l'enfance, et par la nécessité où chaque homme se trouve de déposer de son aptitude à défendre le pays, avant de devenir majeur, nous n'avons laissé qu'un temps assez restreint aux exercices de détail. Mais comme nous savons bien que les ba-

taillons qui n'ont eu que cette instruction, ne sont pas encore bien préparés pour entrer en campagne, et y lutter dès le premier jour avec des soldats de métier qui laisseront l'enthousiasme en désordre venir se briser contre leurs rangs bien serrés, nous voulons encore qu'on fasse de temps en temps des rassemblements de ces bataillons et escadrons dans des camps d'exercice, où l'on fera vivre le soldat comme en campagne, et où il exécutera de grands mouvements combinés. Nous proposons de joindre à ces mouvements militaires, l'exécution de quelque ouvrage d'utilité publique qui donne lieu à remuer de la terre, car nous croyons utile de montrer que le métier de soldat n'exclut pas un travail de ce genre, et de lier les travaux de la paix aux exercices de la guerre. On doit toujours appeler à ces réunions quelques troupes de l'armée permanente, pour que ces troupes normales puissent servir d'exemple à celles de la milice, et puissent elles-mêmes prendre l'habitude d'agir en commun avec cette dernière. Il faut éviter toute espèce de distinction en uniforme et en apparence entre les milices et les troupes normales.

Pour la cavalerie, nous proposons de prendre pour unité l'escadron, d'environ deux cents hommes, partagé en demi-escadrons.

Comme pour l'infanterie, nous pensons ne conserver sous les armes, dans la cavalerie normale, qu'un certain nombre d'hommes, et en remplir les vides, en cas de besoin, par des hommes supplémentaires tirés des cercles de la cavalerie du premier ban. Il est très-difficile, presque impossible même, d'émettre aucune opinion sur le nombre qu'on doit avoir de ces escadrons. Il y a des pays qui offrent de telles facilités pour la formation d'une bonne cavalerie de milice, qu'on pourrait se contenter d'un assez

petit nombre d'escadrons normaux, tandis que d'autres, ne présentant pas les mêmes facilités, exigent une cavalerie permanente très-nombreuse. Nous devons observer que dans les pays où l'on élève des chevaux, on peut s'assurer d'une remonte facile en payant une petite prime annuelle à chaque personne qui tient un cheval prêt pour le service, sauf à contrôler les mutations qui peuvent avoir lieu. La dépense serait toujours bien inférieure à la dépense annuelle de la nourriture d'un cheval, et la qualité des chevaux, ainsi obtenus, très-supérieure à celle obtenue par un achat subit, en présence d'une guerre. Il y a des pays où un système pareil a été établi avec un assez grand succès.

Il y aura dans la cavalerie un officier par cinquante hommes, et un sous-officier par seize à vingt. On doit, autant que possible, promener la cavalerie normale dans toutes les parties du pays, surtout dans celles où la cavalerie milice est nombreuse, pour rendre les populations familières avec le service. Par cette même raison, on doit souvent mettre la cavalerie en cantonnement; on gagnera ainsi d'accoutumer les soldats à bien panser les chevaux, sans être sous le régime sévère de la caserne. Ce régime a souvent le défaut de dégoûter le cavalier de son cheval, au lieu de l'intéresser à son bon entretien. L'achat des fourrages devient aussi moins dispendieux, puisque l'on va, pour ainsi dire, les chercher sur les lieux.

La grosse cavalerie doit composer la plus forte partie de la cavalerie permanente. On doit la réunir de temps à autre en corps de cavalerie de deux à six escadrons, sous un chef, avec son état major. Pour cela, il doit y avoir quelques états-majors de cavalerie tout formés.

Les cadres des escadrons de premier ban seront distri-

bués dans les parties du pays les plus propres à la formation d'une cavalerie de milice. Chaque escadron a son cercle tout à fait indépendant des cercles de bataillons. On ferait entrer dans cette cavalerie tous les hommes de bonne volonté qui se présenteraient avec un cheval, et on leur accorderait l'indemnité fixée pour cela. Si l'on n'obtenait pas ainsi un assez grand nombre d'hommes, on choisirait ceux qui ont de bonnes dispositions, et qui ont été à même de s'occuper du cheval. On tâchera d'obtenir les chevaux par le moyen indiqué ci-dessus, toujours prêts à être fournis au service; lorsque ce moyen restera sans effet, il faut se soumettre à avoir un petit nombre de chevaux appartenant à l'état, pour maintenir les hommes dans l'usage de monter à cheval, et de faire le pansement. Le plus grand nombre des officiers, et plus que la moitié des sous-officiers devront être soldés et en service permanent. Les officiers sont distribués dans le cercle, et exercent plus ou moins de pouvoir indépendant, selon leur éloignement du chef-lieu On aurait pour la cavalerie, comme pour l'infanterie, un certain nombre de jours d'exercice; et de temps à autre, des rassemblements en corps plus nombreux.

Les officiers et sous-officiers doivent, comme pour l'infanterie, se prêter à l'instruction des jeunes gens; ils doivent, en outre, prendre des notes sur les chevaux qui se trouvent dans le cercle, et seconder l'autorité dans ses efforts pour l'amélioration des races.

Nous avons déjà remarqué qu'il doit y avoir des écoles pour l'épreuve et pour l'instruction des jeunes gens qui doivent servir dans l'une des branches de la force armée. Ces écoles doivent être pourvues d'instructeurs, et d'un matériel suffisant. A plusieurs époques de l'année, on y

doit accueillir les recrues qui se présentent. A la sortie de l'école, ils doivent être munis d'un livret qui rende compte de leur séjour à cette école. Ces écoles ne doivent pas seulement être montée pour l'infanterie et la cavalerie, il faut que tous les hommes supplémentaires puissent y trouver de l'instruction , et être soumis à l'épreuve. On doit, en outre, y trouver les moyens d'instruction pour les sous-officiers sans fortune qui, après avoir servi dans les bataillons et escadrons normaux, désirent obtenir de l'avancement, car, en admettant le droit d'avancement du soldat, concurremment avec l'élève des écoles supérieures, nous prétendons qu'il ne doit avoir lieu en temps de paix qu'après que le candidat a démontré, par une épreuve, qu'il possède les connaissances qu'on exige de tout homme de bonne compagnie. Agir autrement n'est nullement dans l'intérêt de la classe qu'on se donne l'air de protéger ; c'est faciliter l'arrivée aux grades à de jeunes gens qui n'ont pu être admis dans une autre carrière, mais qui, cependant, sont protégés par des personnes influentes. Il est de l'intérêt de la discipline de n'admettre au grade d'officier que des hommes ayant une certaine instruction, car l'instruction donne une supériorité non contestée ; elle en est même la seule base réelle dans notre siècle. A la guerre, la chose est bien différente, là on a une autre mesure pour le mérite.

Ces écoles forment une partie très-essentielle de l'organisation. On ne pourrait prendre assez de soin pour bien les constituer. Leur nombre ne peut pas se fixer en proportion de la population ; car dans les pays fort peuplés, on a besoin d'une plus petite proportion que dans les pays peu peuplés. Il faut éviter de les multiplier trop, à cause de la dépense.

Les corps spéciaux, comme l'artillerie, le génie, le corps d'état major, la marine, etc., doivent avoir des écoles spéciales pour l'instruction des troupes permanentes, et pour le développement du métier. Nous pensons qu'il y aurait un grand avantage pour l'armée, et une grande économie pour l'état, de réunir les écoles, et peut-être même les deux corps du génie et de l'artillerie. Nous ne proposons pas de formation tactique pour ces corps, mais simplement de les former en dépôts auprès des écoles, car on a vu que toutes les combinaisons tentées jusqu'à ce jour, ont été rompues aussitôt qu'on a appelé ces troupes à un service actif. Une armée destinée à une guerre dans des montagnes, a besoin de batteries peu nombreuses : plutôt de deux que de dix pièces ; de petits détachements d'hommes du génie et de pontonniers. Une armée destinée, au contraire, à exécuter dans la plaine de grands mouvements stratégiques, et à livrer des batailles rangées, se trouve mieux des grandes batteries et d'un train de pontons tout complet. Veut-on faire un siége, on veut des compagnies d'artillerie, des parcs considérables de matériel, et de nombreuses troupes du génie; tantôt une batterie se trouve dispersée par sections de deux pièces, tantôt on forme des batteries de pièces qui se trouvent ensemble pour la première fois. Rien n'est plus nuisible alors que ces unités illusoires qui ne font qu'entraver les mutations nécessaires.

Si l'on regarde de près les organisations des corps spéciaux de presque tous les états, on voit bientôt qu'on a créé des combinaisons pour cacher un grand nombre d'officiers et surtout d'officiers supérieurs, aux yeux des critiques de l'administration, et souvent pour les cacher à l'administration même, qui, n'entendant pas le véritable service dans ces

corps, les assimilant toujours à l'infanterie et à la cavalerie, ne voudrait pas entendre raison, mais refuserait tout net d'accorder un grand nombre d'officiers sans emploi apparent. On placerait dans les dépôts le nombre d'officiers et de sous-officiers nécessaires, à peu près, dans les proportions déjà mentionnées pour les autres armes, pour maintenir la discipline, et accoutumer les officiers et sous-officiers à ce genre de service; on réunirait les officiers et sous-officiers excédants aux états majors du corps et des écoles, pour être employés d'après les dispositions des autorités supérieures, tant pour leur instruction que pour le service de l'état. Pour que tout officier et sous-officier ne perde pas l'usage de commander aux hommes, on fait alterner le service dans les dépôts, et celui aux états majors, et on ne donne de l'avancement qu'à condition d'un certain temps de service prescrit dans chaque branche. Pour les exercices, et pour un service actif, on forme les unités que les circonstances exigent.

Nous avons parlé des troupes du corps d'état major. Là-dessus nous devons donner quelques explications. Depuis que le service de ce corps devient de plus en plus distinct, il a besoin d'instruments exécuteurs. Ces moyens lui ont été fournis par les autres corps de l'armée, qui en ont souffert plus ou moins, sans que le service ait été bien fait. Ne vaudrait-il pas mieux former un corps exprès pour ce service, et y admettre toutes les branches nécessaires, savoir : des pontonniers et des pionniers pour ouvrir les passages, des guides pour aider à faire des reconnaissances, des troupes de police, des ordonnances, etc.

De même que nous croyons devoir réunir dans un corps les troupes nécessaires au service du corps d'état major, nous pensons aussi qu'il faut réunir dans un corps les

troupes nécessaires à l'entretien de l'armée. Il est bien possible qu'il y ait avantage à réunir ces deux corps ensemble, ou au moins à leur donner une école commune, comme pour l'artillerie et le génie. Quoi qu'on en fasse, ce serait une première expérience d'après laquelle on pourrait mieux fixer les idées.

Il est étonnant que jusqu'à ce jour on ait pris si peu de soin de bien préparer ces différentes branches du service militaire, pendant la paix; et cependant le peu de succès qu'on a eu au début des campagnes, a souvent tenu plus à des négligences et à des fautes, venant de l'administration, qu'il n'a tenu aux troupes.

Nous n'avons parlé jusqu'ici que des écoles pratiques. Pour l'éducation des officiers, ou du moins d'une partie des officiers, on a aussi besoin d'écoles théoriques. On doit, autant que possible, les mettre en harmonie avec les autres écoles du pays, quant à l'admission des élèves, et en fixer les conditions, de telle sorte à éviter les capacités médiocres. Les connaissances spéciales s'acquièrent facilement par celui qui réunit l'intelligence à la bonne volonté et à l'habitude du travail.

Nous avons déjà dit comment les corps spéciaux trouveront leurs manœuvres dans la milice de premier ban; comment les bataillons et escadrons normaux ont des hommes supplémentaires qui ont été instruits dans les écoles. Ces hommes doivent surtout être choisis dans les villes fortifiées, et autour des grandes écoles de l'arme.

Après ce que nous avons dit de l'organisation du premier ban, il ne nous reste pas beaucoup à dire sur le second. Il doit se composer de tous les hommes valides de 26 à 35 ans, et de ceux qui, ayant été remplacés dans le premier, ont passé de suite dans le second. La cavalerie

ne serait que peu nombreuse, puisqu'on n'y admettrait que ceux qui, préférant le service à cheval, se procureraient eux-mêmes des chevaux ; et tous les hommes ayant servi dans la cavalerie normale et de premier ban, lesquels seront regardés comme des suppléants pour le deuxième ban, en cas de service actif.

Les hommes qui ont servi dans les corps spéciaux, passeront dans le second ban, formant réserve pour les mêmes services.

Le reste est formé en bataillons d'infanterie, dont chacun a un cercle, comme pour le premier ban, et quelque peu d'officiers et de sous-officiers en permanence, tous les autres, de la milice. Cette partie de la force armée a besoin d'être plus ou moins fortement organisée, d'après la grandeur de l'état. Un grand état n'aurait guère besoin que d'en tirer quelques hommes pour remplir les vides dans les rangs du premier ban, ou pour les renforcer de quelques hommes plus âgés. L'armée permanente ou normale, réunie au premier ban, lui fournira déjà une masse assez grande pour l'opposer à ses ennemis. Un petit état, au contraire, est forcé à l'appeler tout entier sous les armes, pour résister aux siens.

La troisième classe, celle de 36 à 45 ans, doit former une garde nationale pour le maintien de l'ordre à l'intérieur. Peut-être vaut-il mieux, dans un grand état, à faire passer plutôt les hommes de la seconde classe à la troisième.

Il se présente ici deux questions très-essentielles : doit-on laisser les armes entre les mains de la milice? Quel uniforme doit-on lui donner?

Tant que l'organisation sera encore nouvelle, il y aurait peut-être des inconvénients à distribuer des armes aux hommes de la milice; mais, plus tard, quand elle aura

pris plus de consistance, quand la population aura été élevée avec des idées de discipline et de respect pour ses devoirs militaires, on pourra bien laisser les armes entre les mains des miliciens, et les retirer seulement à ceux qui, par leur conduite, perdraient la confiance. On devrait toujours tâcher d'arriver à rendre les armes la propriété du milicien : ce serait le moyen de l'intéresser davantage à leur entretien. On peut y arriver avec un petit secours aux indigents, en forme de prêt. L'exemple a été donné dans plusieurs pays, entre autres dans le canton de Waud en Suisse. L'uniforme doit être le même, autant que possible, pour toute la force armée; il doit être très-simple et d'une forme telle, qu'il puisse sans difficulté servir pour l'usage ordinaire. L'uniforme doit nécessairement être la propriété du milicien; toute autre méthode entraînerait une plus grande dépense.

Expliquer en détail comment on peut parvenir à un tel résultat, serait une tâche difficile, même impossible, puisqu'on doit employer des moyens différents pour chaque localité. Dans les grands états, on serait forcé de les modifier d'après la situation des provinces; comme on serait obligé de le faire pour toute autre grande mesure gouvernementale; car il faut toujours subir cette loi générale, que, pour atteindre un même but par des forces différentes, on doit varier les méthodes de leur emploi; en rendant ces méthodes constantes, on arriverait évidemment à des résultats divers.

Nous arrivons enfin à l'organisation de l'élément qui doit commander à toutes ces forces, qui doit leur donner le mouvement et la vie. Nous l'avons désigné plus haut sous la dénomination de l'état major. D'après les diverses fonctions auxquelles sont appelés les fonctionnaires compris

sous cette dénomination, on doit considérer séparément le généralat, c'est-à-dire les hommes qui commandent ; et le corps spécial d'état major, c'est-à-dire tous les hommes qui servent d'instruments aux généraux, pour communiquer leur volonté, multiplier leur présence, etc.

Le nombre des généraux qu'on doit maintenir sur le cadre de paix doit être calculé d'après la force de l'armée qu'on pense mettre en campagne dans un cas de guerre ordinaire. On aurait grand tort de compter sur le maximum de la force armée, car cela donnerait un nombre accablant pour le trésor, et empêcherait d'éliminer un grand nombre de généraux par des retraites forcées ou volontaires; ce qui, cependant, est un des moyens les plus efficaces pour écarter ceux que l'âge, la fatigue, les maladies, la mollesse, le service à la cour, rendent faibles de corps et d'esprit. Une fois le chiffre de l'armée arrêté, et nous croyons qu'on peut le fixer de 15 à 20,000 par million d'habitants, le nombre des généraux doit être calculé à raison de cinq par vingt mille hommes, dont les quatre cinquièmes d'un grade inférieur, et tous les autres du même grade, afin d'avoir un grand choix pour les commandements en chef.

C'est peut-être la partie la plus difficile de l'organisation, en temps de paix, que celle qui regarde le généralat; car la paix offre très-peu de moyens pour développer et apprécier les véritables qualités d'un officier général. Si l'on s'en tient à l'ancienneté de service pour arriver à ce grade, on tue le génie et l'émulation ; si l'on procède par choix, il devient très-difficile d'éviter la faveur, puisque les personnes dont il s'agit se trouvent en liaison avec les sommités influentes de la société. En proposant des mesures de restriction pour mettre un frein à la faveur, on risque de nuire à la hiérarchie militaire; et après avoir trouvé les meilleures formes pour procéder à la nomination

des généraux, on est encore dans l'embarras, quant à l'appréciation des personnes. Nous reviendrons sur cet objet plus tard, en parlant de l'avancement.

Pour mettre le général à même de bien commander, il faut l'initier, autant que possible, dans le mécanisme de l'armée, dans son esprit, dans les ressources du pays et des pays voisins, dans la conformation de ces pays comme théâtres de la guerre, etc. Comme chef des différents corps de la force armée, il a déjà dû acquérir une grande partie de ces connaissances. Pour les étendre encore davantage, on doit envoyer les officiers généraux en inspection dans les différentes parties du pays; et en reconnaissance, dans le pays même, et dans les pays limitrophes. On doit maintenir le même général trois ans au moins, et cinq ans au plus dans la même inspection, et envoyer, s'il se peut, son successeur une fois en mission avec lui. On éviterait par là: d'un côté, la stagnation occasionnée par la trop longue continuation en office des mêmes hommes; d'un autre côté, les changements trop fréquents amenés par des idées souvent mal digérées, résultant d'une connaissance imparfaite du sujet, et de la crainte de ne pas avoir le temps de soumettre ces idées à un examen plus mûr.

On ne doit pas laisser les généraux trop longtemps dans les commandements territoriaux, car on les accoutumerait à une activité factice et sans résultats.

On doit les placer alternativement dans les différentes commissions et comités formés pour la direction et le développement de la force armée, et les appeler souvent à faire des mémoires sur des objets qui regardent le métier.

Il est important surtout de profiter des rassemblements des troupes pour l'instruction des généraux. Pour cela, il faut faire exécuter des marches et des mouvements com

binés, en y employant des corps de troupes un peu nombreux; donner des ordres subits pour développer les colonnes en ordre de bataille contre un ennemi supposé; éviter les fictions des simulacres de guerre, là où un simulacre devient impossible, et se tenir autant que possible à ce qui est réel. On ne doit pas craindre d'appeler l'attention du public sur ces affaires, afin de le rendre juge des personnes et des choses. La haine que tant de personnes en place montrent contre la publicité, ou le dédain qu'elles affectent pour elle, ne doivent pas nous influencer, il ne faut pas perdre de vue qu'un général a besoin d'être connu du public, puisqu'il doit posséder la confiance de ses troupes et celle du pays.

Former la force armée en temps de paix, par brigades, divisions et corps d'armées, comme nous le voyons chez quelques puissances, nous paraît une méthode nuisible, puisqu'on prendrait l'habitude d'une formation qui se romprait toutes les fois qu'on appellerait les troupes à un service actif. Comme il est rare qu'on emploie toute la force armée au premier appel, puisqu'on rassemble le plus souvent des armées d'observation et de démonstration, on serait injuste si on laissait peser toute la charge sur une province, pour avoir un corps d'armée entier. On est donc forcé de prendre des bataillons, quelquefois même des hommes isolés dans les différents corps d'armée, et d'en former de nouvelles brigades, divisions, etc. La formation dont nous parlons serait donc plus nuisible qu'utile; chacun se trouvant surpris, et mécontent de sortir de la réunion à laquelle il se croyait indissolublement attaché.

Le corps d'état major, cet instrument du commandement des troupes, joue un rôle très-essentiel dans toutes les armées modernes, et surtout dans une armée basée sur

l'armement du peuple; là, il n'a pas seulement les devoirs de son service, il est encore le foyer d'où doivent jaillir les lumières sur toutes les branches de l'institution. L'officier d'étatmajor doit avoir toute l'instruction nécessaire pour bien remplir lui-même ses fonctions, et pour éclairer ceux avec lesquels il se trouve en contact; ce qui rend nécessaire une instruction spéciale. Il doit connaître les hommes pour les bien diriger, et les institutions pour s'en servir avantageusement. Pour arriver à ce but, il doit être mis fréquemment en contact avec les différentes espèces de troupes, ce qui s'effectuera mieux si on ne lui donne pas d'avancement sans le faire passer par les corps de troupes. Il doit avoir une grande et infatigable activité, et la facilité du travail. Pour l'obtenir, il ne doit jamais rester sans occupation; nous n'entendons pas parler ici de cette espèce d'occupation qui l'appelle 4 à 5 heures par jour, dans un bureau à ne rien faire, tout en ayant l'air de faire quelque chose, mais bien un travail dont on voie les résultats, qui demande de l'assiduité, et qui le soumette aussi, s'il est possible, à des fatigues du corps. Si on ne trouve pas assez d'occupations militaires pour ces officiers, on doit les faire voyager pour étudier d'autres pays et d'autres armées, ou les employer à l'administration intérieure afin de les initier dans le jeu de toute la machine de l'état, et d'employer leurs loisirs pour le bien public. Le directeur de la force armée, et le chef de l'état major ne peuvent pas se donner trop de peines pour occuper et pour utiliser ce corps. On doit, afin d'avoir un grand choix pour les grades supérieurs, y appeler le plus grand nombre d'officiers possible, par une libre concurrence et par une rotation continuelle. Ce moyen servira, en outre, à faire disparaître la jalousie qui est entretenue dans beau.

coup d'armées contre les officiers de l'état major, qu'on regarde comme des ambitieux, formant une espèce d'aristocratie dans l'armée, et profitant de leur position auprès des hommes influents pour en obtenir des avantages. On doit aussi, par la même raison, séparer de l'armée et de son corps d'état major, les aides de camp du roi et des princes. Ces places sont, en temps de paix, des emplois de la cour, et ils doivent être payés par elle. Si le roi ou un prince prend un commandement dans l'armée, en temps de guerre, on lui formera, durant le temps de son commandement, un état major de guerre tout distinct de celui de la cour.

Comme la bonté de toute la force armée, telle que nous l'avons instituée, dépend surtout de l'élément qui la dirige et la commande, et que cet élément dépend du mode d'avancement, il devient nécessaire d'en dire quelques mots.

Ce qui rend si difficile la confection et l'exécution d'une bonne loi d'avancement, c'est qu'on demande d'un chef militaire les qualités les plus diverses, qualités qui, dans le plus grand nombre des cas, s'excluent mutuellement.

La guerre ne peut pas se faire sans énergie, sans passions; et, si souvent on parle du sang-froid comme de la plus belle qualité d'un bon chef, on ne doit pas croire que ce sang-froid soit le résultat d'un flegme naturel, il est plutôt le résultat de fortes passions compensées ou domptées. Il faut donc que l'avancement ouvre la carrière aux passions fortes et profondes, mais il doit en même temps donner le moyen de leur mettre un frein; il doit nourrir l'émulation et briser l'ambition démesurée, et surtout la pernicieuse vanité; il doit assurer l'obéissance, sans amener une soumission rampante, sans volonté et sans conviction; il doit favoriser le dévouement, sans re-

pousser tout à fait la fierté qui brave. Dans la guerre, qui est la véritable pierre de touche, les difficultés cessent, mais où est l'échelle qui puisse servir en temps de paix ?

Dans toute organisation de la force armée basée sur l'armement général, on doit reconnaître le droit de tous les membres à l'avancement. Ce droit reconnu, il faut trouver le moyen le plus juste pour éliminer ceux qui ont le moins de mérite. Si nous regardons bien l'époque dans laquelle nous vivons, surtout celle vers laquelle nous nous dirigeons, nous devons reconnaître que l'instruction et l'éducation y exercent l'influence la plus réelle. La propriété matérielle même, quoique reconnue presque exclusivement par les lois, s'approprie l'une et l'autre avec une grande assiduité pour se faire valoir. C'est donc l'instruction et l'éducation qui doivent tracer la première limite pour l'avancement. On doit, en temps de paix, exiger une certaine masse de connaissances, et une certaine conduite de ceux qui aspirent à l'avancement de soldat à sous-officier, de sous-officier à officier, et de là à officier d'état major. Pour que celui qui a de l'aptitude pour apprendre ne soit pas mis de côté, nous avons déjà dit que l'organisation doit pourvoir à l'instruction de ceux qui ne possèdent pas assez de fortune pour en acquérir par eux-mêmes.

Mais l'instruction et l'éducation ne doivent être que la limite négative. Un homme peut être un savant, et très-bien élevé sans être capable de commander ; car il faut pour cela un certain don de la nature et une certaine habitude du commandement. Pour apprécier cette capacité de commander, il ne peut y avoir que trois moyens : un certain temps de service, l'appréciation des supérieurs, et celle des égaux. Le temps du service, pour monter au premier degré de l'échelle du commandement, ne peut

être que négatif. Il peut y avoir un terme avant lequel on saurait qu'un homme qui n'est pas doué de qualités extraordinaires, ne pourrait acquérir assez bien l'habitude du service pour être capable de commander; mais jamais on ne saurait dire, qu'à la longue, chacun arriverait à ce point. Plus tard, quand la question n'existe qu'entre des personnes déjà toutes reconnues capables de commander, le temps du service peut devenir une raison plus positive pour régler l'avancement.

Nous avons donc à regarder les deux autres moyens d'appréciation. Le premier, celui des supérieurs, porte souvent sur la soumission, plus que sur aucune autre qualité, et là où la soumission n'est pas le résultat d'un sentiment profond des devoirs, elle tend souvent à affaiblir le caractère, et à rendre plus tard l'individu tout à fait incapable de commander. Les supérieurs se trouvant peu en contact avec les inférieurs, sont souvent trompés par des hypocrites; cependant il ne faut pas perdre de vue combien leur influence augmente par le pouvoir qu'ils exercent sur l'avancement. On doit donc leur en laisser un très-grand, et les contrôler fortement.

L'appréciation des égaux se trompe quelquefois, en prenant de l'obstination pour de la fermeté; quelquefois peut-être serait-elle portée à se décider en faveur de la bonhomie, pour se créer un supérieur doux et facile. Mais les camarades voient les hommes de beaucoup plus près, et peuvent en juger avec plus de certitude. Si l'on peut admettre les camarades à influer par élection sur les nominations, dans quelle proportion peut-on leur accorder ce droit? Cela dépend du degré de civilisation où se trouve le pays, et de la discipline de l'armée. Il est clair que le premier avancement est plutôt basé sur une présomption

des bonnes qualités de la personne, que sur un jugement bien fondé. On ne peut guère juger de la capacité avant qu'elle n'ait été mise à l'épreuve ; le premier degré devient ainsi la pierre de touche dont on ne doit pas manquer de profiter. Pour que l'épreuve soit suffisante, on peut encore fixer un terme au minimum de temps de service, comme on doit fixer une limite pour les connaissances et la conduite, en prenant pour base ce qu'on exige dans le pays, en minimum, de tout homme bien élevé. Parti de là, on doit encore avoir recours à l'appréciation des qualités spéciales. Tant que l'officier reste dans les grades où l'activité et l'habitude du service sont les qualités les plus exigées, et où le génie ne trouve que peu d'occasions de se montrer, le temps du service peut bien obtenir une influence plus positive. Dans ces limites, il serait même juste d'en faire dépendre le plus grand nombre d'avancements ; mais dès qu'on passe aux grades supérieurs, on doit revenir à l'appréciation. C'est surtout ici qu'on doit penser à donner sa part à l'appréciation des égaux, qui doivent tous être censés juges compétents. Ce serait une grande garantie pour les caractères forts, francs et prononcés, de savoir qu'ils n'auront qu'un veto à subir de la part des préposés avec lesquels ils se sont peut-être trouvés en opposition, et qu'en tous cas le suffrage de leurs égaux appellera sur eux l'attention des autorités supérieures, et celle du public. Nous croyons qu'on aurait tort de craindre pour la discipline en employant ce moyen. C'est l'injustice et l'arbitraire qui introduisent une indiscipline dangereuse ; tout moyen juste et légal, établi pour contrebalancer leur influence, sans donner lieu ni à des réclamations, ni à des querelles, doit au contraire fortifier cette discipline.

Une loi de retraite est un supplément nécessaire à la loi sur l'avancement. Pour qu'elle soit bonne et économique, il faut y joindre quelques règles pour l'emploi, dans le civil, des militaires retraités.

Nous voulons donc, en résumé, que la loi d'avancement pour la paix fixe des limites d'admissibilité aux différents grades, en exigeant certaines connaissances en rapport avec les exigences du grade et de la position sociale, et en ouvrant pour tous une libre concurrence pour faire valoir leurs prétentions; que d'un autre côté elle fixe le temps du service en minimum, par grade, et qu'ensuite elle distribue l'avancement en diverses proportions, d'après l'ancienneté, selon le choix des supérieurs et celui des égaux, en se réglant pour ces proportions sur le degré de civilisation de l'état, et sur le degré de discipline de l'armée.

Ici se termine l'exposé général des principes de l'organisation que nous proposons. En l'embrassant dans son entier, elle peut se résumer ainsi :

Profiter de l'enfance pour préparer les jeunes gens au service militaire, et réunir cette instruction à l'instruction primaire, qu'on faciliterait en même temps en usant des moyens fournis par l'organisation militaire. Exiger un certain degré d'aptitude pour le service militaire, obligatoire pour chaque homme, avant qu'il n'arrive à l'âge où il est sensé devenir membre de la société citoyenne. Avoir pour cela des écoles qui statuent sur l'habileté de ceux qui se présentent, et qui instruisent les personnes qui n'en ont pas assez. Employer chaque individu, autant que possible, dans la branche militaire qui a le plus de rapport avec celle qu'il occupait dans la vie privée, et utiliser ainsi le savoir des individus Baser le recrute-

ment sur l'égalité des devoirs, et faire aussi peu d'exceptions que possible ; mais admettre les remplacements, et les utiliser surtout pour les troupes permanentes. Former l'armée de troupes permanentes ou normales, qui servent à développer l'art militaire, à former les sous-officiers et les officiers, et d'une milice divisée en classes d'après l'âge et la convenance des citoyens. Organiser les cadres de la classe la plus jeune, de manière à ce qu'elle soit assez complète pour faire une réserve en état de marcher au premier signal. Organiser les cadres des deux autres classes, plus ou moins fortement, d'après la grandeur et l'exigence de l'état. Prendre un soin tout particulier des corps spéciaux, de l'état major, et surtout du généralat. Entretenir l'aptitude pour le service militaire par des jours d'exercice dans le courant de l'année, et surtout par de fréquents rassemblements de corps de troupes. Le mécanisme de toute cette organisation est assez facile à saisir. Dans le cas où l'on n'aurait besoin que d'un corps de troupes assez restreint, n'employez que les troupes permanentes, renforcées, s'il le faut, d'hommes supplémentaires, et dont on forme, s'il le faut, un nombre de cadres doubles qu'on remplit d'hommes tirés de la première classe de milice. A-t-on besoin de forces plus formidables? Alors on peut appeler en activité une partie de cette classe de la milice. Si l'on est menacé sur un point seulement, on renforce les cadres de la milice près de ce point, et on prépare les troupes de toutes les classes à être mises en activité ; de manière que, sans faire venir des troupes de loin, on peut faire face aux exigences, en épargnant les dépenses d'armées d'observation, et une grande perte de temps à la classe ouvrière.

Ces principes, beaucoup de personnes les taxeront de

précédé; il en résulte plus de clarté et plus de facilité pour retrouver les objets que chacun peut avoir intérêt à y rechercher. La forme alphabétique, qu'avait paru préférer le général Gassendi, aurait été selon nous beaucoup moins avantageuse qu'un classement qui réunit pour chacune des branches du service de l'artillerie, tous les principes et les détails auxquels un officier peut avoir besoin de recourir. C'est ce qu'on trouve dans l'ouvrage dont nous nous occupons. Quoique plus particulièrement dédié aux officiers de l'artillerie helvétienne, il n'est pas resté étranger aux progrès qu'a fait l'artillerie dans les autres pays; on y trouve avec plaisir un tableau abrégé il est vrai, mais fidèle de l'état général de cette arme en Europe.

Nous n'entreprendrons pas l'analyse de l'aide-mémoire du prince Louis Bonaparte; un ouvrage de ce genre, qui réduit à leur plus simple expression les faits et les principes qu'il réunit, n'en est pas susceptible. Mais nous ne pouvons pas nous dispenser de signaler à l'attention des lecteurs les parties qui traitent de la tactique et du service de l'artillerie en campagne, de la théorie du tir et de celle du pointage des bouches à feu.

Un manuel n'étant pas un traité d'artillerie, nous n'aurons pas à nous occuper de l'examen critique de quelques uns des principes qui y sont établis, surtout à l'occasion du service de l'artillerie en campagne.

Dans un ouvrage, destiné à rappeler aux officiers d'artillerie le service qu'ils doivent faire, et les principes sur lesquels il est fondé, il ne peut se rencontrer que des principes sanctionnés par le règlement et des faits existants, dont l'auteur n'est nullement solidaire.

Mais nous ne croyons pas pouvoir nous dispenser de faire quelques observations qui nous paraissent devoir

trouver leur place ici, à propos d'un ouvrage élémentaire. L'auteur de celui dont nous nous occupons répète ce qu'ont déjà écrit avant lui d'autres officiers distingués de son arme, au sujet de l'influence de l'artillerie, qu'ils regardent comme la partie la plus importante des armées, et qu'ils proposent d'employer toujours dans des proportions qu'on pourrait appeler presque gigantesques. D'un autre côté les officiers du génie recommandent tant qu'ils peuvent d'augmenter le nombre et le développement des forteresses. En sorte que si l'on voulait obéir à cette double tendance et aux exagérations qui suivraient naturellement leur libre action, bientôt la plus grande partie des armées serait renfermées dans des forteresses, et le peu qui tiendrait encore la campagne serait à peu près réduit à servir d'escorte à d'énormes batteries de canon. Nous ne voulons pas blâmer dans ces officiers un zèle pour leur arme, que justifie le motif le plus louable, celui de prendre la plus grande part possible dans les dangers et la gloire de leurs compagnons d'armes; mais celui qui étudie la science de la guerre dans ses principes généraux, et dans ses relations avec les moyens, les ressources et l'intérêt de nation, ne saurait la voir sous le même point de vue que celui qui ne l'envisage seulement que dans les rapports avec une seule branche.

L'exagération dans l'emploi des forteresses, rendant inutile toute la science des manœuvres de la guerre, nous ramène directement à l'enfance de l'art; au temps où les guerres n'étaient que des invasions rapides pendant lesquelles la population, dont le pays était envahi, se tenait enfermée dans ses villes. L'exagération dans l'emploi de l'artillerie n'est pas un moindre obstacle aux mouvements et aux manœuvres stratégiques des armées,

et tend à ramener la science de la guerre à la simple tactique des batailles, où cette arme a joué un si grand rôle dans les derniers temps; mais une bataille, même gagnée, est-elle le véritable but de la guerre, et la meilleure preuve de la supériorité du génie du vainqueur?

Nous ne sommes pas à beaucoup près les seuls qui professions une opinion contraire et qui croyons que le véritable but de la guerre, pour un général d'armée, est de procurer au pays qu'il sert les plus grands avantages possibles, en lui épargnant autant qu'il pourra les pertes et les sacrifices. Il cherchera donc dans les ressources de son génie le moyen de se rendre supérieur à son adversaire en ménageant le sang des soldats qui lui sont confiés; ce moyen ne peut lui être fourni que par la combinaison et souvent par la rapidité de ses manœuvres. Que faire alors d'une artillerie formidable, qui l'arrête à chaque pas? Quant à l'homme d'état, il se rappellera que l'artillerie, par la nature et la quantité de son matériel, est l'arme la plus dispendieuse et que son exagération jette dans des frais qu'aucun pays ne pourrait supporter pendant longtemps. Qu'on ne se laisse pas entraîner par l'exemple de nos voisins! Il ne serait pas difficile de prouver qu'en augmentant leur artillerie, ils n'ont fait que rendre un hommage tacite à la supériorité de notre infanterie; et que lorsque nous les avons imités, ce n'a été que parce que, la guerre ayant moissonné nos vétérans, il ne restait presque plus que des recrues inexpérimentées sous les drapeaux.

Employons l'artillerie dans les batailles, selon les principes que retrace l'auteur du manuel; mais gardons-nous de nous contraindre, par un emploi trop étendu de cette arme, à ne faire de la guerre qu'une série de

batailles. On se saigne trop et on se ruine à ce jeu, et l'on finit par succomber d'épuisement. La grande catastrophe de 1814 doit être un avertissement utile.

Au reste, nous le répétons, ces observations ne touchent en rien l'auteur du Manuel. Il s'est imposé la tâche d'être utile à ses compagnons d'armes, en leur facilitant les moyens de remplir les devoirs qui leur sont imposés, et il s'en est acquitté d'une manière digne d'éloge.

Le général G. DE VAUDONCOURT.

ESSAI SUR L'ORGANISATION

DE L'ARTILLERIE

ET SON EMPLOI DANS LA GUERRE DE CAMPAGNE.

Première partie.

Matériel (2e article).

SYSTÈME DE GRIBEAUVAL.

Telle était la situation des choses, lorsque Louis XV rappela en France le général Gribeauval, qui joignait à une connaissance parfaite de l'ancien état de l'artillerie, l'expérience la plus complète des changements que les Autrichiens et les Prussiens avaient jugé à propos de faire dans la leur, puisqu'il venait de commander celle des premiers pendant plusieurs campagnes, et qu'il avait toujours eu en tête celle des autres (1).

Sur les divers changements qu'il proposa, l'on ordonna des épreuves. Elles commencèrent à Strasbourg en 1764, sous la direction d'officiers choisis dans l'élite de l'arme, et qui tous y apportèrent le tribut de vastes connaissances dans la théorie et dans la pratique de l'artillerie.

Le premier objet de ces épreuves était de déterminer à quel point il était possible d'alléger les pièces qui sont né-

(1) Mémoires d'artillerie recueillis par M. de Scheel.

cessaires à la suite des armées, pour se composer une artillerie aussi mobile que celle des puissances avec lesquelles on venait de faire la guerre, en laissant d'ailleurs à cette artillerie toute la solidité requise pour le service et pour l'effet en général qu'on devait en attendre. Cette question était d'autant plus importante à résoudre, que les changements opérés jusqu'alors dans l'artillerie des diverses puissances de l'Europe, ayant été amenés plutôt par le besoin des circonstances que par l'examen approfondi des conditions que doit remplir une bonne artillerie de campagne, il était indispensable de discuter d'abord ces conditions, de les poser en principes, afin d'en déduire des bases fixes pour l'établissement des différentes parties du système.

Sur ce premier article, les membres de la commission, prenant conseil du raisonnement et de leur expérience, convinrent facilement :

1° Que la destination des pièces d'artillerie qu'on mène en campagne étant en général de renverser des troupes et rarement des murailles, la grosseur du calibre n'était pas ce à quoi on dût s'attacher principalement ; qu'il suffisait d'en avoir de capables d'ouvrir des retranchements ou de forcer des postes de peu d'importance ; que le calibre de 12 pouvant remplir cet objet, était le plus fort qu'on dût employer à la suite des armées, afin de ne pas en ralentir inutilement la marche ;

2° Qu'en conséquence, les canons susceptibles d'entrer dans la composition des équipages de campagne, devaient se borner aux trois calibres de 12, 8 et 4.

La commission sentit également :

1° Que les coups tirés au delà de la distance où il est possible d'assurer la direction (ou au moins à peu près),

causent une consommation inutile de munitions, exposent à en manquer dans le moment décisif, et donnent de la confiance à l'ennemi en lui apprenant à braver l'effet du canon.

2° Qu'ainsi, on ne devait pas s'attacher à conserver ou à donner aux pièces une portée plus forte que la distance à laquelle on peut tirer avec quelque justesse.

3° Que cette portée pouvait à la rigueur être limitée à 300 toises, mais qu'on la fixerait à 500, afin qu'elle satisfît et au delà à toutes les exigences du service, malgré toutes les causes susceptibles d'influer sur son étendue.

Cette portée de 500 toises devenant donc la base de toute l'opération, il ne fut plus question que de l'assurer à toutes les pièces par lesquelles on prétendait remplacer les anciennes.

D'après l'expérience que Gribeauval avait des pièces de campagne autrichiennes et des pièces courtes prussiennes, ayant, les unes 16 calibres, les autres 14 de longueur, il n'hésita pas à proposer de réduire les nôtres à 18 calibres (1). Pour compléter leur allègement, tout en leur laissant la solidité désirable, il régla le poids de la matière à raison de 150 livres au plus par livre de balle que porterait chaque calibre : c'était réduire toutes les pièces à la moitié de leur poids actuel. Mais ce général s'étant assuré, par l'expérience de la guerre qu'il venait de faire, que les pièces autrichiennes résistaient à deux et même à trois campagnes, quoiqu'elles n'eussent par

(1) Cette longueur comprend depuis le listel du bouton jusqu'à la tranche de la bouche; celle de l'âme est de 16,827 calibres. (Aide-mémoire, à l'usage des officiers d'artillerie, par le général Gassendi.)

livre de balle qu'environ 120 livres de matière, et que les pièces prussiennes suffisaient de même à leur service quoique n'en ayant que 100, il ne craignit pas d'outrer un allègement qui pouvait paraître excessif au commun des officiers (1).

C'est d'après ces idées et pour les vérifier, qu'on commença les épreuves sur le degré de mobilité qu'on pouvait donner aux calibres destinés à former l'artillerie de bataille.

Il résusta de ces épreuves :

1° Que, dans chaque calibre, les pièces anciennes n'avaient aucun avantage sur les pièces nouvelles relativement à la justesse du tir et à la régularité des portées, les unes et les autres étant tirées avec leurs charges de poudre, avec les mêmes boulets et pointées à la même élévation.

2° Que toutes les pièces nouvelles avaient au moins la portée de 500 toises, même celles du calibre de 4.

3° Qu'enfin elles avaient une solidité suffisante pour l'objet qu'elles avaient à remplir.

Ces résultats, qui parurent décisifs à la commission et à tous les esprits non prévenus, firent proposer l'adoption des nouveaux canons des calibres de 12, de 8 et de 4. Pour faciliter le pointement de ces pièces, on fixa sur la culasse la petite règle mobile et graduée qu'on appelle hausse de bataille.

Pour compléter les bouches à feu nécessaires à la composition des équipages de campagne, il restait à s'occuper des obusiers.

(1) Il réduisit aussi à 1 lig. le vent du boulet, ce qui devait produire: 1° plus de justesse dans les portées; 2° plus d'étendue dans les portées; 3° moins de fatigue pour les affûts.

Ceux que les Français avaient employés dans ces derniers temps, étaient du calibre de 8°, très-embarrassants et lourds à la manœuvre.

Pour en obtenir un plus maniable, on réfléchit que l'objet de l'obus étant de brûler les maisons derrière lesquelles l'ennemi se retranche, de l'inquiéter derrière des abris où le boulet ne peut pénétrer, cet objet pouvait être rempli aussi bien avec l'obus de 6 pouces qu'avec celui de 8 pouces, ce qui permettrait l'emploi d'une bouche à feu beaucoup plus légère et plus maniable.

En conséquence, on se détermina à adopter, pour le service de campagne, un modèle d'obusier de 6°, dont les proportions, le poids et tous les éléments en général furent réglés avec le même soin que pour les canons. La longueur de cet obusier fut fixée à 4 calibres 1/3, et son poids à 650 livres : on lui donna une chambre cylindrique.

Quand on eut bien assuré aux pièces de bataille la légèreté qu'on crut pouvoir concilier avec la solidité nécessaire à leur service, on chercha à procurer à leurs affûts la réunion des mêmes qualités.

On parvint à les alléger beaucoup, en les raccourcissant et les diminuant d'échantillon dans toutes leurs parties, ainsi que les roues et les avant-trains. On obvia à l'excédant de recul qui pouvait en résulter, en cintrant les flasques autant qu'il était nécessaire. Mais ces diverses modifications devant tendre à affaiblir les affûts, on leur rendit une solidité au moins égale à celle des anciens (1), par des assemblages plus précis, des sous-bandes et d'au-

(1) Mémoires d'artillerie recueillis par M. de Scheel.

tres ferrures distribuées avec beaucoup d'intelligence.

Parmi les changements qui rendaient ces affûts tout à fait différents des anciens et qui leur assuraient une grande supériorité dans le service, on doit noter :

1° La substitution de la vis de pointage aux coins de mire dont on s'était servi jusqu'alors en France;

2° Le délardement des flasques (au côté intérieur), pour y loger un coffret à munitions;

3° La faculté d'avoir deux leviers (au lieu d'un) placés à la crosse, et un seau d'eau pendu au côté droit de l'affût;

4° La construction d'un encastrement de route (dans les affûts de 12 et de 8) destiné à partager le poids de la pièce sur les deux trains;

5° L'emploi des essieux en fer et des boîtes de moyeu en cuivre;

6° Enfin, l'augmentation de hauteur donnée aux roues d'avant-trains, qui autrefois tournaient sous l'affût.

Les trois premiers changements étaient favorables au service de la pièce : les trois autres augmentaient beaucoup la facilité du tirage, auquel on ajouta encore par la substitution de l'attelage de front à l'attelage de file, et des timons aux limonières (1).

Une autre innovation importante et qui acheva d'améliorer beaucoup l'usage de la nouvelle artillerie, fut l'emploi de la prolonge, que Gribeauval introduisit à la même époque (2).

Ce n'eût été remplir qu'imparfaitement le but qu'on s'était proposé, si, rendant les pièces beaucoup plus

(1) Mémoires d'artillerie recueillis par M. de Scheel.

(2) *Ibid.*

mobiles, on n'eût pas en même temps allégé et perfectionné les caissons, qui doivent pouvoir suivre les pièces dans toutes les manœuvres, et qui forment ainsi un élément très-essentiel des équipages de campagne. Mais on n'eut à cet égard qu'à modifier ceux dont Gribeauval avait proposé l'adoption dès l'année 1754, et dont la forme avait subi avec avantage l'expérience de la guerre. On se contenta de quelques corrections qui rendirent ces voitures plus solides, d'une distribution plus commode, et surtout d'une clôture plus exacte, ce qui est l'objet important pour la conservation des munitions.

Quant aux autres voitures de parc, elles restèrent avec les proportions qu'on leur avait données dans les deux dernières campagnes, et qui étaient encore ce qu'on avait trouvé de meilleur.

Après avoir achevé tout ce qui avait rapport à la composition du matériel de campagne (1), on s'occupa de ce qui concerne l'artillerie destinée à l'attaque et à la défense des places.

Les canons de 24 et de 16 furent définitivement considérés comme devant faire le fonds principal des équipages de siége, puisque c'est d'elles qu'on doit attendre le plus d'effet, soit pour la destruction des défenses, soit pour ouvrir des brèches.

On leur laissa toutes leurs dimensions extérieures, se bornant à la suppression des ornements et de quelques moulures. On supprima aussi les petites chambres qui existaient au fond de l'âme dans les modèles de 1732, et qui avaient été destinées à la conservation des lumières,

(1) On conserva aussi provisoire le canon de troupes légères et son affût, destinés pour la guerre de montagne.

l'expérience ayant prouvé qu'elles retardaient l'inflammation de la charge, et qu'on les écouvillonnait difficilement, ce qui pouvait occasionner des accidents très-graves : on remédia à la prompte destruction des lumières au moyen de masses de cuivre rouge vissées à froid. Enfin on rendit à ces canons, comme aux pièces de bataille, les visières et les boutons de mire.

Le choix des calibres destinés pour la défense des places fut déterminé par des motifs différents de ceux énoncés plus haut. En effet, la supériorité que les pièces placées derrière de bons parapets de fortification, ont nécessairement sur celles de l'assiégeant, que couvrent de simples épaulements en terre nouvellement remuée et à profondes embrasures, permet de résister à celui-ci, en employant un plus faible calibre. Cette considération, jointe à celle d'une forte économie dans les approvisionnements, et surtout à la nécessité de déplacer souvent le canon dans les diverses périodes de la défense, firent destiner aux canons de 16 le principal rôle dans ce genre de service. On pensa également pouvoir leur adjoindre avec avantage les pièces longues de 12 et de 8, qui seraient surtout utiles pour protéger les ouvrages trop avancés ou trop menacés pour qu'on pût y tenir de grosses pièces, ou pour soutenir des postes nouvellement repris qu'on ne pourrait de suite pourvoir de gros canon. Quant aux pièces de 4, comme elles ne pouvaient évidemment servir dans la défense que pour des sorties, des escortes, des fourrages et autres expéditions qui demandent de la légèreté, service qui convient parfaitement aux pièces de bataille, on pensa que le 4 long devait être supprimé comme tout à fait inutile.

On laissa aux canons de 12 et de 8 de place, la lon-

gueur et les épaisseurs que leur avait données l'ordonnance de 1732, en leur faisant d'ailleurs subir les légères modifications déjà indiquées pour les canons de siége. Le vent du boulet fut fixé à 1 lig. 1/2, tant pour ces pièces que pour celles de 24 et de 16.

Ayant ainsi déterminé les canons propres à l'attaque ou à la défense des places, il restait à s'occuper des autres bouches à feu qui servent également dans l'une et l'autre circonstance, telles que les obusiers, les pierriers et les mortiers des divers calibres.

Les obusiers furent jugés comme indispensables pour ces deux genres de service, parce que leurs projectiles participent aux propriétés du boulet et à celles de la bombe. En effet, comme le premier, ils frappent et ricochent, comme la seconde, ils éclatent au milieu des troupes, mettent le feu aux maisons et aux magasins, labourent les retranchements, s'enfoncent dans le massif des terres, et les éparpillent de manière à ruiner promptement les parapets. On pensa que l'obus de 8° suffisait pour remplir ces divers objets; et en conséquence on adopta, pour les obusiers de siége, l'ancien modèle d'obusier de 8 pouces, auquel on fit d'ailleurs subir quelques modifications de détail, pour le mettre en rapport avec le nouveau système.

La détermination des espèces et des calibres de mortiers exigeait une attention beaucoup plus sérieuse; elle était nécessitée par l'expérience de la guerre de 1741, pendant laquelle on avait fait beaucoup de siéges. On avait remarqué que les mortiers de l'ordonnance de 1732, surtout ceux de 12 pouces, devenaient, en très-peu de temps, d'un mauvais service; qu'ils égaraient leurs bombes, qu'ils les cassaient, et qu'ils ne tardaient pas eux-mêmes à être entièrement ruinés.

On fit beaucoup d'expériences pour déterminer les proportions qu'il faudrait donner à un mortier de 12 po. pour qu'il pût porter ses bombes à 1200 toises. On fit varier la forme et la capacité de la chambre, ainsi que l'épaisseur du métal. On parvint bien à obtenir les portées que l'on désirait; mais les mortiers furent constamment mis hors de service après un petit nombre de coups.

Après bien des tâtonnements, on fut conduit à diminuer le poids et le diamètre des bombes, et l'on adopta enfin le calibre de 10 po. Ces mortiers lançaient leurs bombes au delà de 1200 toises, et duraient trois fois plus que les mortiers de 12 po. à grande portée.

La bombe de 10 po. étant moins propre que celle de 12 po. à écraser les édifices sur lesquels elle tombe, on a pensé que l'on pourrait remédier en partie à cet inconvénient en tirant le mortier sous un angle plus élevé.

On distingua deux espèces de mortiers de 10 pouces; toutes deux avaient des chambres cylindriques, mais qui différaient par leur capacité : celle du mortier destiné à fournir les grandes portées pouvait contenir environ 7 livres de poudre, et celle du mortier à petite portée n'en pouvait contenir que 3 à 4 livres.

L'axe des tourillons de ces mortiers correspond à peu près au milieu de la profondeur de la chambre, de manière qu'on n'a pas besoin d'élever autant la bombe que lorsque les tourillons sont placés à l'extrémité du ventre, comme dans les anciens mortiers. On a donné aux tourillons des embases, ce qui fait que le mortier joint mieux entre les flasques, d'où résulte plus de justesse dans le tir.

Les anciens mortiers de 12 po. sont restés pour consommer les bombes de ce calibre et fournir aux portées moyennes de 800 toises; mais pour leur donner au moins

quelque solidité, on a décidé que ceux qu'on pourrait être obligé de couler dorénavant de ce calibre, pour la consommation des bombes, recevraient une augmentation de métal.

Les mortiers de 8 po. ayant toujours assez bien soutenu la fatigue peu considérable qu'ils reçoivent de leurs charges, on n'a pas jugé nécessaire de leur faire subir aucun changement, trouvant d'ailleurs leur portée suffisante.

Quant au pierrier de l'artillerie de Gribeauval, il diffère très-peu de celui de 1732. La chambre est seulement un peu plus grande et terminée par une portion de demi-sphère.

Pour compléter ce qui était relatif à l'artillerie de siége et à celle de place, il ne restait plus qu'à s'occuper des affûts les plus propres aux diverses bouches à feu qui les composent.

Les anciens affûts de 24 et de 16 parurent nécessiter peu de changement pour bien remplir le service dans l'attaque des places. On se contenta d'augmenter leur solidité en donnant plus d'exactitude à l'assemblage des parties qui les composent, ce qui permit de diminuer un peu leur poids et, par suite, de les rendre plus mobiles.

Il en fut de même pour les affûts d'obusiers de 8 pouces.

Quant aux affûts qu'on voulait établir pour les canons destinés à la défense des places, ils devaient remplir des conditions particulières et qui consistaient principalement :

1° A donner le moyen de tirer la nuit comme le jour, sur les travaux de l'assiégeant ;

2° A permettre d'élever suffisamment les pièces pour pouvoir réduire à 18 po. la profondeur des embrasures,

ce qui est essentiel pour la conservation des parapets;

3° A se servir de rouages moins élevés et moins en but aux ricochets que ceux des affûts ordinaires;

4° A n'exiger pour la manœuvre qu'un petit nombre d'hommes bien couverts et peu exposés.

Comme ces conditions étaient loin de se trouver réunies dans les affûts qu'on employait alors pour ce service, la commission jugea nécessaire d'en créer un nouveau modèle; et l'on adopta celui que Gribeauval avait proposé dès l'année 1749, et qui avait été d'un très-bon usage dans la défense de Schweidnitz. C'est celui qu'on a employé jusqu'à ces derniers temps, et dont l'expérience avait confirmé les principaux avantages.

Les changements qu'on venait d'introduire dans les calibres et dans les dimensions des mortiers, devaient nécessairement en amener dans la construction de leurs affûts. C'est ce qui donna lieu aux épreuves faites en 1765 sur des affûts en fer coulé, et par suite desquelles on régla les modèles de ces affûts pour les mortiers des divers calibres.

On arrêta en même temps les modèles de toutes les autres voitures qu'on emploie dans les équipages de siége ou dans les places, telles que les chariots à canon, les charrettes à munitions, les camions, les triqueballes, etc., ainsi que les principales machines qui servent aux différents travaux de l'artillerie.

Un objet important dont il restait encore à s'occuper, était d'établir le matériel le plus convenable pour l'armement des côtes. La commission pensa que pour satisfaire à toutes les exigences de ce service, il était nécessaire d'employer des canons de 24, de 16 et de 12, auxquels on adjoignit les canons de 36 et de 18 empruntés à la

marine : pour les trois premiers calibres on pouvait même indifféremment faire usage de canons en fonte de fer et de canons en bronze, et les affûts devaient être modifiés en conséquence.

Quant aux conditions que devaient remplir ces derniers, on jugea que les batteries de côte ayant à tirer sur des vaisseaux qui sont généralement à la voile, ne pouvaient remplir leur objet que par beaucoup de célérité dans le pointement des pièces, puisque le but changeait constamment de place. Les affûts bâtards à 4 roulettes, que l'on avait employés communément sur les côtes, répondaient mal à cet effet, à cause des difficultés que l'on éprouvait à les mouvoir latéralement; inconvénient qu'offraient aussi les autres affûts à 2 roues ou roulettes. On imagina donc de placer les affûts bâtards sur un châssis semblable à celui de l'affût de place, en facilitant beaucoup les mouvements latéraux de ce cadre. Ce modèle d'affût, perfectionné dans les détails, à diverses époques, mais toujours simple dans sa construction et d'un entretien facile, a fait sur les côtes un assez long usage pour mettre à même d'apprécier tous ses avantages.

Indépendamment des changements opérés dans les bouches à feu, dans les affûts et dans les autres voitures d'artillerie, la commission en apporta aussi de très-utiles sur divers objets d'approvisionnements. Elle étendit à tous les canons en général la réduction des charges au tiers du poids du boulet. Elle améliora la confection des gargousses et des cartouches à canon. Elle supprima les grappes de raisin ainsi que les boîtes remplies de balles de fusil, qu'on avait employées jusque-là pour le tir à mitraille, et qui lui donnait peu d'efficacité. On les remplaça par le système des boîtes à balles qui nous a servi dans toutes les

dernières guerres et dont on ne peut contester le bon usage.

Les résultats aussi favorables qu'authentiques des épreuves de Strasbourg ayant été mis à la connaissance de M. de Choiseul, alors ministre de la guerre, le décidèrent à ordonner, dès l'année 1765, la fonte de 150 canons de campagne de la nouvelle espèce. Toutefois, la réforme complète de l'ancien système éprouva beaucoup d'opposition, et les débats auxquels elle donna lieu opérèrent une scission dans le corps de l'artillerie. Les partisans de l'ancien système finirent même par l'emporter, et, dans le courant de 1772, les nouveaux canons furent entièrement rejetés.

Cependant deux ans après on rappela de cette décision; et à la suite d'une discussion qui eut lieu en présence de plusieurs maréchaux de France, les avantages du nouveau système furent une seconde fois proclamés. Dès lors il fut introduit, maintenu définitivement, et la direction supérieure de l'artillerie fut confiée à Gribeauval.

Si ce système fut, pour l'époque surtout, admirable dans sa conception, il le fut également par la méthode parfaite et par l'esprit de recherches qui avaient présidé à l'examen de tous ses détails. Dans les objets les plus simples, tout avait été prévu, tout calculé, et réglé d'après les principes d'une saine théorie ou de l'expérience la plus éclairée. On avait surtout apporté dans l'ensemble du travail des vues de simplification et d'uniformité inconnues jusqu'alors, et qui, jointes à l'extrême précision qu'on assigna aux formes et aux dimensions de toutes les parties du système, facilitèrent extrêmement les rechanges et les réparations qu'on effectue dans les parcs.

Pour que ce système ne pût pas être altéré par les différences de construction semblables à celles qui avaient

existé jusqu'alors, d'un arsenal à l'autre, on dressa des plans et des tables, qui furent établis avec l'exactitude la plus rigoureuse et envoyés à tous les établissements d'artillerie, avec l'injonction de s'y conformer, en tous points, dans l'exécution des prochaines commandes.

Ce fut par l'immense perfectionnement ainsi introduit dans notre matériel, et par d'heureux changements faits à la même époque dans l'organisation du personnel, que Gribeauval donna à l'artillerie française une très-grande supériorité sur celles des autres puissances, supériorité qui a tant contribué à nos victoires, et que la plupart des nations de l'Europe ont reconnue en cherchant à nous imiter.

Depuis l'introduction du système de Gribeauval jusqu'à l'époque de la révolution française, il n'y eut aucune innovation bien remarquable dans le matériel de l'artillerie; seulement les Autrichiens créèrent en 1778 les caissons appelés wurst pour le transport de leur artillerie légère, les Français adoptèrent en 1785 les mortiers qui portèrent le nom du général Gomer, leur inventeur. Ces derniers, qui, par leur construction, ne laissent autour de la bombe aucun vide pour le passage du fluide élastique, ont, toutes choses égales d'ailleurs, des portées plus considérables que les mortiers à chambre cylindrique : on en fabriqua des trois calibres de 12, de 10 et de 8 pouces.

Système de l'an XI.

Malgré tous les avantages que présentait le système de Gribeauval, on avait cependant reconnu la possibilité d'y apporter quelques modifications tendant à simplifier en-

core ce système. On travaillait à opérer ces simplifications, lorsque l'arrêté du 12 floréal an XI vint bouleverser entièrement le système de l'artillerie, en y substituant des innovations irréfléchies qui presque toutes ont été bientôt abandonnées.

Voici les principales dispositions de cet arrêté.

On supprimait, comme ne devant plus être compris dans les équipages d'artillerie, savoir :

1° Les canons de campagne de 8 et de 4 ;

2° Les canons de 16 ;

3° Les canons longs de 8 et de 4 ;

4° Les obusiers de 6 et de 8 pouces ;

5° Enfin, les mortiers de 10 pouces.

Les équipages d'artillerie devaient être composés, savoir :

Ceux de campagne.	de canons de 12. . . . . . de canons de 6.	ayant 17 calibres de longueur d'âme, et pesant à raison de 150 kilog. de métal par kilog. de poids du boulet.
	d'obusiers de 5° 7 l. 2 p.	ayant 5 calibres de longueur d'âme.
Ceux de montagne.	de canons de 6, pesant en totalité 360 livres ;	
	de canons de 3, pesant *id.* 160 *id.* ;	
	d'obusiers de 5° 7 l. 2 p.	
Ceux de siége et de place.	de canons de 24, longs. de canons de 16, longs.	Ces deux canons étaient moins longs que les anciens d'environ 17 pouces.
	de canons de 6, longs ;	
	de mortiers de 12 pouces ;	
	de mortiers de 8 *id.* ;	
	de mortiers de 5 po. 7 lig. ;	
	de pierriers de 15 pouces.	

De plus, on devait employer à la suite de chaque armée un équipage de siége mobile composé de canons de 24 ayant seulement 16 calibres de longueur, et pesant à raison de 120 kil. par kilog. du poids du boulet.

L'armement des côtes ne devait plus comprendre que des canons de 36 et de 24 en fonte de fer.

Tous les canons devaient être coulés sans renforts ni moulures, et avoir la forme tronc-conique depuis la plate-bande de culasse jusqu'à la tulipe : par cette construction, on ne pouvait donner aux pièces, vers les embases de tourillons, l'épaisseur qu'avaient les pièces correspondantes du système de Gribeauval, ce qui affaiblissait cette partie qui reçoit pourtant la plus grande fatigue du tir.

Les mortiers devaient tous avoir la même forme d'âme que ceux à la Gomer. Quant au modèle de pierrier, il était le même que celui du système Gribeauval.

Il résulte des détails que nous venons d'exposer, que les canons de l'an XI ne promettaient pas la même solidité que ceux de Gribeauval, tant à cause de leur forme tronc-conique, qui ne distribuait pas le métal de la manière la plus favorable à la résistance, qu'à cause de la moindre quantité de matière que comportait le poids de la pièce relativement au poids du projectile. En effet, des expériences faites dans le but de déterminer ce rapport, ont prouvé que les pièces de 18 calibres de longueur, doivent, pour bien supporter les charges du tiers du poids du boulet, avoir au moins 150 kilogrammes de métal pour chaque kilogramme du poids du projectile (1), c'est-à-dire, 20 kilogrammes de plus qu'on n'avait laissé aux canons de 12 et de 6 de campagne, et 25 à 30 kilogrammes de plus (proportion gardée) qu'on avait laissé aux canons de 24 courts. Il faut même observer que ce dernier canon étant, par la nature de son service, dans le cas de

(1) Traité élémentaire d'artillerie, par Decker.

tirer avec des charges de la moitié du poids du boulet, aurait dû conséquemment porter 200 kilogrammes de matière par kilogramme du poids de son projectile, d'après les données fournies par les mêmes expériences.

On aurait prouvé par des considérations analogues que les canons longs, des calibres de 12 et de 6, ne portaient pas non plus la quantité de métal nécessaire, eu égard à leur longueur et aux conditions exigées pour leur service (1).

Indépendamment du vice que nous venons de signaler, le canon de 24 court en avait un autre qui eût offert de graves inconvénients à la guerre : son peu de longueur aurait non-seulement diminué les portées ainsi que la justesse du tir, mais encore amené la prompte destruction des embrasures (2). Il en aurait été de même, quoiqu'à un moindre degré, pour les canons allongés de 24, qui se trouvaient à environ 18 calibres de longueur d'âme, si l'on n'avait pas ajouté au delà de la tulipe un cylindre plus évasé en dedans que l'âme de la pièce, et que l'on nommait *parasouffle* : cette dernière modification, qui avait plusieurs inconvénients, était si ridicule qu'on n'osa couler aucune pièce de 24 sur ce modèle.

Les canons de 6 et de 3 destinés aux équipages de montagne, étaient trop faibles pour avoir de la durée : le dernier n'eût produit que peu d'effet.

L'obusier de 5° 7 lig. 2 p. était à la vérité préférable à l'ancien obusier de 6 pouces, comme ayant plus de justesse dans le tir, et surtout un approvisionnement plus lé-

(1) Traité élémentaire d'artillerie, par Decker.

(2) Dans les expériences de Lafère, en 1820 et 1821, les canons en fonte de fer, tant suédois qu'à la suédoise, qui avaient 17 calibres de longueur, détruisaient si promptement les embrasures, qu'on était obligé de faire d'assez fortes réparations après chaque séance de tir.

ger, ce qui donnait de l'avantage dans la guerre de campagne. Mais la faiblesse de son calibre le rendait très-inférieur à l'obusier de 8 po. dans l'attaque, dans la défense des places, et même à celui de 6 po. dans l'armement des côtes. Il fallait donc nécessairement créer un nouvel obusier d'un plus fort calibre, pour le remplacer dans ces dernières circonstances.

La suppression des mortiers de 10 po. était une des plus mauvaises dispositions de l'arrêté, puisqu'il était prouvé que les bombes de 10 po. détruisaient assez promptement les édifices qu'on avait à ruiner dans les siéges et, à plus forte raison, les vaisseaux ; ce qui aurait dû faire préférer les mortiers de 10 po. à ceux de 12 po., plus lourds et moins économiques.

On avait eu tort de rejeter de l'armement des côtes les canons de 18, de 16 et de 12 en fer, qui sont utiles dans bien des localités peu étendues, où leur effet est d'ailleurs suffisant.

Enfin, une dernière disposition très-vicieuse pour l'emploi des canons destinés à l'attaque et à la défense des places, était la réduction du vent du boulet à 1 ligne, comme pour les pièces de bataille. Par ce moyen, on n'aurait pu utiliser, ainsi qu'on le faisait jusqu'alors, pour les pièces de siége et de place, les boulets légèrement forts de calibre ou trop oxidés par suite de leur long séjour en plein air. On aurait aussi éprouvé beaucoup de difficultés pour le tir à boulets rouges, puisque ces derniers, en se dilatant, reçoivent toujours une légère augmentation de diamètre.

Les changements opérés dans les affûts et dans les autres voitures n'étaient pas moins grands ni plus heureux.

Les affûts de campagne devaient primitivement être

à flasques droits ; mais on leur donna ensuite un cintre moins fort de moitié que celui des affûts de Gribeauval. Le coffret fut placé sur l'avant-train, en avant de l'essieu ; il était très-lourd, très-élevé, s'ouvrait du côté des chevaux, et ne pouvait être retiré que très-difficilement de dessus l'avant-train, à cause de la manière dont il y était retenu. La cheville ouvrière destinée à réunir les deux trains, était portée par une sassoire, qui assemblait les bouts d'armonts très-allongés. Il résultait de ces dispositions que le timon éprouvait constamment, pendant la marche, des mouvements de bascule, et qu'il heurtait avec force, tantôt la jambe du soldat du train, tantôt la ganache des chevaux (1). D'un autre côté, le servant chargé d'approvisionner la pièce, était obligé, pour pouvoir tirer les charges, de se placer dans les traits des chevaux, et en avant des roues de l'avant-train ; et si les chevaux s'effarouchaient par le feu, ce qui arrive souvent, il devait être nécessairement estropié.

Le nouveau caisson, que le système de l'an XI substituait au caisson Gribeauval, devait être disposé de manière à ce que son changement y fût mis dans des caisses, ce qui devait remplir le double but de mieux conserver les munitions, et de rendre l'expédition des approvisionnements beaucoup plus prompte, plus facile. Les roues de l'avant-train devaient tourner sous les brancards, sans être moins élevées et sans donner plus de hauteur au caisson : cette condition n'ayant pu être obtenue que par la brisure des brancards, rendait le caisson

(1) Aide-mémoire à l'usage des officiers d'artillerie, par le général Gassendi.

très-peu solide, quoiqu'il fût très-pesant et couvert de ferrures.

Dans le chariot à munitions, on avait allongé les brancards d'environ 3 pieds, et augmenté leur écartement de 5 pouces : il en était résulté une voiture énorme, qui eût toujours été trop chargée et trop lourde en campagne, aurait écrasé les chevaux et ralenti les marches (1).

La nouvelle forge de campagne était d'une construction très-compliquée, ayant brancards supérieurs, brancards inférieurs et petits brancards, avec une charge mal distribuée, le tout pour faire tourner l'avant-train sous la forge, changement fort inutile pour ce genre de voiture.

Toutes les nouvelles voitures de l'artillerie de campagne devaient être disposées de manière à avoir deux voies : cette innovation jugée impraticable, ne fut jamais sérieusement essayée.

Il en fut ainsi de la disposition qui prescrivait d'employer, pour toutes les roues, des moyeux de métal.

Une pensée très-bonne en elle-même, et qu'on avait voulu mettre en pratique dans la création de cette nouvelle artillerie, était d'opérer toutes les réductions possibles dans le nombre des modèles d'essieux et de roues ; mais cette opération avait été faite avec si peu de discernement et de réflexion, qu'elle introduisait de graves inconvénients, sans produire beaucoup d'avantages (2).

On devait construire pour les équipages de montagne :

(1) Aide-mémoire à l'usage des officiers d'artillerie, par le général Gassendi.

(2) *Ibid.*

1° Des affûts-traîneaux pour la pièce de 6 courte et pour l'obusier de 5° 7 lig. 2 p.;

2° Un affût pour la pièce de 3 } portatifs à dos de mulet.
3° Des caisses à munitions. . } portatifs à dos de mulet.
4° Une forge. . . . . } portatifs à dos de mulet.

Les affûts-traîneaux étaient à peu près conformes à celui qui est indiqué dans les mémoires de Saint-Remy; l'affût de 3 et les caisses à munitions étaient établis d'après le mode piémontais. Il y aurait eu peu de choses à dire contre ces innovations, qu'on eût pu admettre, sans les inconvénients signalés pour les bouches à feu.

Les changements faits relativement aux affûts, dans l'artillerie de siége et de place, ainsi que dans l'armement des côtes, étaient au moins aussi extraordinaires et aussi impraticables que ceux déjà mentionnés pour l'artillerie de campagne.

On avait supprimé l'affût de siége et l'affût de place modèle de Gribeauval, qui étaient remplacés par l'affût dit à flèche, mais que les artilleurs contemporains appelèrent affût-chameau.

C'était une invention originairement barbare, apportée d Égypte, et qui, dans ces climats, pouvait être motivée sur le dénûment des bois de longueur. L'affût se nommait affût à flèche, parce qu'en Égypte il consistait en deux flasques peu élevés, accolés à une pièce de bois, qui servait en effet de flèche lorsqu'on voulait mouvoir cette espèce d'affût. En France, on avait mis une de ces pièces de bois sous chaque flasque, ce qui formait un brancard qu'on mettait sur l'avant-train, pour faire voyager l'affût.

Cet affût, excessivement lourd, devait porter sa pièce

en route ; et malgré qu'on l'eût contourné dans le haut pour abaisser l'encastrement de route, la pièce se trouvait très-élevée sur un affût porté lui-même par des roues de 4 pi. 10 po. de hauteur. Le système était donc trop lourd, trop versant pour pouvoir être transporté facilement d'un point à un autre (1).

D'un autre côté, sa trop grande élévation le rendait d'un emploi très-dangereux dans l'attaque des places, parce qu'elle mettait les hommes et le matériel trop à découvert, et les exposait trop au feu de l'assiégé. Le même inconvénient se présentait comme si l'on voulait employer cet affût dans la défense des places. Tous ces vices, joints à une complication générale de moyens qu'on était obligé de mettre en œuvre, tels que :

1° L'emploi d'un escabeau pour élever les canonniers pendant le chargement de la pièce;

2° Celui des roulettes, qu'il fallait mettre ou retirer, suivant qu'on tirait haut ou bas ;

3° Celui d'une chevrette destinée à d'autres usages ;

4° Enfin, une manœuvre difficile et dangereuse pour changer la pièce d'encastrement,

En faisaient un affût éminemment défectueux, et qui ne remédiait à aucun des inconvénients reprochés aux affûts qu'il devait remplacer.

Les innovations ne furent pas meilleures en ce qui concerne les affûts des côtes, puisqu'on substitua à celui de Gribeauval un affût plus court, d'un usage moins sûr, et qui augmentait beaucoup la difficulté de la manœuvre.

(1) Aide-mémoire à l'usage des officiers d'artillerie, par le général Gassendi.

Dispositions qui ont suivi le rejet du système de l'an XI.

D'après ce qu'on vient d'exposer relativement au système de l'an XI, on voit qu'il ne pouvait soutenir un examen approfondi. Aussi, toutes les innovations qu'il avait introduites, furent-elles successivement abandonnées, et plusieurs même avant qu'on les eût soumises à l'expérience. On doit toutefois en excepter ce qui concerne les canons de campagne de 12 et de 6, ainsi que l'obusier de 5° 7 lig. 2 p. (ou de 24), qu'on fit entrer dans la composition des équipages pendant les guerres qui suivirent cette époque : encore les canons de 12 n'y figurèrent-ils qu'afin de consommer les pièces qui avaient été fondues lors de la création du système.

Les canons de 6 continuèrent de faire partie de notre artillerie de campagne jusqu'en 1818 ; quant aux obusiers de 24, ils n'ont cessé d'être employés que depuis l'introduction définitive de nos obusiers allongés.

Pour éviter la complication qui aurait pu résulter de cette multiplicité de calibres, on avait, lors des campagnes de 1808 à 1814, admis en principe que les équipages d'artillerie de bataille, destinés pour les armées d'Espagne et de Portugal, seraient formés exclusivement avec les bouches à feu du système de Gribeauval, tandis que les canons de 6 seraient employés préférablement aux canons de 8 et de 4 dans les équipages qui devaient servir aux autres armées, notamment à celles d'Allemagne : outre le motif allégué ci-dessus, cette disposition avait encore l'avantage qu'on pouvait utiliser, sur les lieux mêmes, les munitions prises à l'ennemi.

Le rejet presque complet du système de l'an XI ayant forcé de revenir au système de Gribeauval, on chercha à donner à celui-ci tout le perfectionnement désirable; ce qui fit essayer, à diverses époques, un grand nombre de modifications, tant aux affûts qu'aux autres voitures. Elles portaient en général sur des objets de détail. On fit, il est vrai, plusieurs fois, dans les armées, des constructions plus importantes créées par le besoin des circonstances : mais ces constructions, faites à la hâte et sans avoir été mûries par l'expérience, ne laissèrent que peu de traces, et n'altérèrent pas l'ensemble du système.

Pendant cette période, qui s'étend jusqu'à 1814 (1), on fabriqua en France trois espèces de bouches à feu nouvelles, savoir :

1° En 1808. . { Des mortiers de 6 po., remplaçant ceux de 5° 7 l. 2 p. du système de l'an XI, et sur le même modèle;

2° En 1812. . { Des canons en fer du calibre de 48, destinés pour la défense des côtes;

3° En 181 . . { Des obusiers de 6 po. à longue portée, à l'instar des Prussiens.

Cette dernière bouche à feu avait 4 calibres 1/3 de longueur d'âme, et pesait 1380 livres. On la destinait à servir, concurremment avec le canon de 12, dans les batteries de position.

On avait aussi fondu, pour le siége de Cadix, des obusiers, qu'on appelait obusiers-canons, et dont l'objet était de fournir de très-fortes portées. Il y en eut de plusieurs dimensions. Leur calibre variait de 9 à 11 pouces; leur

(1) Pendant cette même période, les autres puissances de l'Europe avaient aussi amélioré et simplifié leur système d'artillerie : les Prussiens n'avaient plus que quatre espèces de bouches à feu dans leurs équipages de campagnes, savoir : des canons de 6 et de 12, et des obusiers de 5 po. 3/4 et de 6 po. 1449.

longueur d'âme, de 6 à 8 calibres; la charge, de 30 à 50 livres; leur portée moyenne allait au delà de 2,500 toises.

L'emploi des canons de 6 et des obusiers de 24 s'étant considérablement accru pendant les campagnes de 1812 et de 1813, où ils entraient en très-forte proportion, dans les équipages d'artillerie de bataille, on sentit le besoin d'améliorer leurs affûts. Au mois de janvier 1814, on arrêta un nouvel affût commun à ces deux bouches à feu, et qui portait, comme ceux de Gribeauval, le coffret dans le délardement des flasques. On ne fit point, à la même époque, de changement notable aux caissons, ni aux autres voitures.

En 1816 et 1817, on fit quelques changemens aux caissons et des modifications à leur chargement. La suppression du canon de 6 fut décidée dans le courant de 1818, ainsi que le retour aux anciens calibres; mais on conservait provisoirement les obusiers de 24 et de 6 po. à longue portée, dans l'impossibilité où l'on était encore de leur en substituer de meilleurs.

Tous les changements opérés jusqu'alors, ne portant que sur des objets de détail, ne constituaient pas un progrès réel, et ne donnaient point au matériel de campagne les qualités qu'avait fait souvent désirer l'expérience des dernières guerres, et que quelques puissances de l'Europe commençaient à obtenir dans leur artillerie.

On paraissait reconnaître aux obusiers russes, nommés licornes, une grande supériorité sur les nôtres, relativement à l'étendue des portées et à la justesse du tir.

D'un autre côté, les affûts et autres voitures de campagne de l'artillerie anglaise offraient des avantages incontestables, et remplissaient des conditions regardées de-

puis longtemps comme moyens d'amélioration dans notre matériel.

En effet, le service des pièces anglaises, notamment la manœuvre pour mettre en batterie, était rendue très-prompte et très-facile par la grande légèreté de l'affût, et surtout par la perfection du mode de réunion des deux trains, qui, laissant à ceux-ci une indépendance réciproque, se prêtait admirablement à tous les changements de direction, à tous les passages des fossés ou des autres obstacles qu'on peut rencontrer à la guerre. Cet avantage, d'autant plus grand qu'il était partagé par les caissons et les forges, contribuait puissamment à la grande mobilité de ce système de campagne, mobilité à laquelle ajoutait encore l'égalité de hauteur des roues dans les deux trains. Cette qualité, si précieuse devant l'ennemi, permettait aux batteries anglaises d'exécuter les mouvements les plus apides, en transportant les canonniers sur les coffrets des avant-trains d'affûts et des caissons, faculté tout-à-fait interdite à l'artillerie à pied française, comme à celle des autres puissances de l'Europe.

Il faut observer en outre que les voitures de campagne du système anglais, n'employant qu'une seule espèce de roues et qu'un même avant-train, il en résultait une simplicité extrême dans les attirails, et beaucoup de facilités pour les rechanges.

A tous ces avantages se joignait peut-être un inconvénient, celui de l'attelage à limonière, qu'on avait cru devoir supprimer lors de l'établissement du système de Gribeauval. A la vérité, les Anglais avaient corrigé en partie ce que ce mode d'attelage offre de défectueux, en fournissant les moyens de remettre les chevaux de front lorsqu'on le jugeait nécessaire : d'ailleurs, n'était-il pas pos-

sible d'adopter en France les principales dispositions du système, tout en conservant l'attelage à timon, et en introduisant les autres modifications indiquées par l'expérience?

Système actuel.

C'est pour atteindre ce but, et tâcher en même temps de donner à l'artillerie française de bons obusiers de campagne, qu'on a, dès l'année 1819, commencé différentes séries d'épreuves, qui ont ensuite été continuées pendant les années suivantes, avec autant de soin que de persévérance. Nous allons donner successivement leurs résultats, en commençant par ce qui concerne les obusiers de campagne.

Indépendamment de la longueur dans les portées et de la justesse dans le tir, on voulait encore faire remplir à ces obusiers une condition très-importante pour la simplification des attirails, celle de pouvoir être montés sur les affûts des canons de campagne avec lesquels ils devaient concourir pour la formation des batteries : ainsi les obusiers de 6 po. devaient avoir un affût commun avec le canon de 12, et l'obusier de 24 un affût commun avec le canon de 8. Il fallait donc régler en conséquence les dimensions principales des deux espèces d'obusiers, ainsi que leurs poids, qui devaient peu différer de ceux des bouches à feu correspondantes.

Les expériences ayant pour objet de reconnaître l'étendue des portées et la justesse du tir, amenèrent à essayer successivement les différentes formes qu'on pouvait donner aux chambres, à constater leur influence, enfin à dé-

terminer celle qui paraissait la plus convenable tant pour l'effet à obtenir, que pour la facilité du service : elles amenèrent aussi à fixer le poids des charges donnant le plus grand effet sans fatiguer le matériel, ainsi que le meilleur mode de chargement à introduire.

Celles qui étaient plus particulièrement destinées à constater la solidité du système, mirent à même de juger des épaisseurs qu'il était nécessaire de donner aux différentes parties de ces bouches à feu, pour répartir le métal de la manière la plus convenable, ainsi que le poids moyen que chacune d'elles devait avoir pour ne pas fatiguer son affût avec les charges réglées par l'expérience.

Les dernières épreuves, faites en 1828, ayant donné des résultats tout-à-fait satisfaisants, ont provoqué l'adoption définitive de ces obusiers allongés, des calibres de 6 po. et de 24, laquelle a été arrêtée par décision ministérielle du 21 juin 1828.

Ces obusiers ont 10 calibres de longueur d'âme, et pèsent {celui de 6°... 885 k. / celui de 24... 588.} Leur chambre est de forme cylindrique, raccordée par des arcs de cercle, tant avec le fond qu'avec le cylindre de l'âme.

Les poids des charges, déterminées par l'expérience, sont :

Pour l'obusier de 6°..	Grande charge........	1 k. 50.
	Petite charge.........	0, 75.
Pour l'obusier de 24.	Grande charge........	1, 00.
	Petite charge.........	0, 50.

Les épreuves qui ont servi à l'établissement des affûts et des caissons de la nouvelle artillerie de campagne, ont aussi été nombreuses ; et elles ont plusieurs fois varié dans leur marche et dans leur objet. En effet, ces voitures devaient remplir tant de conditions différentes, par

suite de toutes les exigences du service, que leur examen devait pouvoir embrasser successivement tous ces détails, surtout ceux qui pouvaient influer sur l'ensemble du système. A la vérité, l'excellent usage fait par l'artillerie anglaise dans plusieurs campagnes de la Péninsule, aurait pu convaincre d'avance de l'effet avantageux de la plupart des dispositions communes à ses voitures et aux nôtres, si l'expérience n'était encore venue y ajouter des résultats très-satisfaisans sous plusieurs rapports. Mais un objet qui a fortement attiré l'attention de toutes les commissions chargées des épreuves sur ces voitures, était la difficulté d'alléger le poids du bout du timon, et de le maintenir constamment à la hauteur convenable pour ne pas gêner les chevaux ni les conducteurs, en leur faisant sentir l'effet des réactions dans les terrains accidentés. Lors des premières épreuves, on avait cherché à maintenir le timon par la pression de l'arrière-train sur une espèce de sassoire en fer, qui était susceptible de s'accrocher ou de se décrocher à volonté; mais ces sassoires ayant des inconvéniens graves, entre autres, celui de se fausser très-facilement dans les passages d'obstacles, on essaya successivement plusieurs autres modifications tendant au même but, et qui ne furent pas plus heureuses.

Voyant donc la grande difficulté de soutenir le timon, en faisant usage d'un contrepoids exercé en arrière de l'essieu, on chercha à se procurer en avant de celui-ci un point de suspension, comme l'avaient fait les Anglais: mais il était presque impossible de s'en procurer un bien convenable, en évitant l'emploi de la limonière. On essaya toutefois en 1826 divers modes de support, qui tous offrirent des résultats plus ou moins désavantageux, notamment sous le rapport des blessures qu'ils occasionnaient

à l'encolure des chevaux, mais encore relativement à la gêne qu'ils causaient à ces derniers dans les chemins difficiles, très-accidentés, surtout quand la différence de niveau était très-grande entre les roues de l'avant-train.

Ces résultats ayant forcé de recourir à de nouvelles épreuves, il en fut fait encore dès l'année 1827, et l'on trouva, cette fois, un mode de support exempt d'une grande partie des inconvénients qu'on reprochait aux autres. On profita des mêmes expériences pour faire renforcer les flèches des caissons par l'emploi de nouvelles ferrures, ce que les épreuves précédentes avaient fait juger indispensable. Ces changements, joints à d'autres modifications de détail, complétèrent les perfectionnements qu'on croyait devoir introduire dans les affûts et les caissons, nouveau modèle, qui furent définitivement adoptés par décision ministérielle du 27 mai 1827.

Pour que toutes les voitures attachées aux divisions d'artillerie fussent en parfaite harmonie relativement à la mobilité et à la facilité des rechanges, il fallait créer une forge et un chariot de batterie établis d'après le mode de réunion des deux trains déjà employé pour les affûts et les caissons. Les modèles qu'on arrêta à cet effet, furent aussi approuvés le 27 mai 1827. La forge est restée telle qu'elle a été conçue à cette époque : quant au chariot de batterie, dont la capacité avait depuis été jugée trop faible, on lui a fait subir de nouvelles modifications par décision du 28 mai 1833.

Outre ces deux voitures destinées à suivre tous les mouvements des batteries, il en fallait une particulière, pour recevoir les objets d'approvisionnements et autres encombrants de fortes dimensions. L'objet de cette voiture exigeant ainsi qu'elle eût une grande longueur, il

fallut la construire sur le système des avant-trains à sassoire; cette voiture appartient d'ailleurs aux équipages de siége, comme à ceux de campagne.

Tel est le système de voitures de campagne qui remplace celui dont on avait fait usage depuis la création du système de Gribeauval. On voit combien il est supérieur à ce dernier sous le rapport de la simplicité dans les attirails, puisqu'il ne comprend que deux modèles d'affûts, un seul modèle de caisson, un modèle de forge et un modèle de chariot de batterie, qui tous emploient la même roue et le même avant-train : il lui est encore éminemment supérieur relativement à la mobilité et à la facilité avec laquelle il se prête à toutes les manœuvres; ainsi qu'aux passages d'obstacles. Il a d'ailleurs toute la solidité qu'on peut exiger de son service; mais il laisse encore à désirer relativement au mode d'attelage : c'est à l'expérience de la guerre qu'il appartiendra de le perfectionner sous ce rapport.

Pendant qu'on s'occupait ainsi de changer le système d'artillerie de campagne, on cherchait également à introduire dans le matériel de siége toutes les modifications dont il pouvait être susceptible. On désirait un affût, qui, par la nature de sa construction, offrît :

1° Plus de facilité dans le choix des bois, plus d'économie dans le prix et dans la qualité des matériaux;

2° Plus de mobilité, soit en route, soit dans les tranchées;

3° Une solidité suffisante pour résister, soit au tir, soit au transport;

4° Enfin, la possibilité de suppléer, en cas de besoin, le chariot à canon.

Des affûts construits sur ces données, et de formes

analogues à celles des nouveaux affûts de campagne, furent soumis à des épreuves pendant les années 1823 et 1824.

Il résulta de ces épreuves :

1° Que les manœuvres de force s'effectuaient avec ces affûts aussi facilement qu'avec ceux de Gribeauval;

2° Que l'exécution de la pièce était plus facile;

3° Que le transport à bras d'homme dans les tranchées présentait une économie de temps et d'efforts;

4° Que le recul ne nuisait pas sensiblement à la célérité de la manœuvre;

5° Qu'enfin ces affûts satisfaisaient réellement aux conditions qu'on s'était proposé de remplir.

En conséquence, ces affûts de siége, auxquels on fit subir quelques corrections de détails, furent définitivement adoptés en 1825.

On adopta aussi dans la même année :

1° Le nouveau chariot porte-corps;

2° La nouvelle charrette.

On donna à cette dernière voiture les roues du nouveau matériel de campagne. Quant au chariot porte-corps et aux deux affûts de 24 et de 16, ils ont le même avant-train et les mêmes roues, ce qui simplifie beaucoup les attirails de l'artillerie de siége.

Pour achever ce qui concerne l'artillerie de siége, nous parlerons immédiatement du nouvel obusier de siége du calibre de 8 pouces, qui a été adopté le 11 juillet 1829, en remplacement de l'ancien obusier de ce calibre, auquel on reprochait l'insuffisance des portées et le manque de justesse dans le tir.

Le nouvel obusier de siége, de forme analogue aux obusiers de campagne, n'a cependant que trois calibres et

demi de longueur, et pèse 1235 kilogrammes. Sa chambre est cylindrique, terminée par une portion de sphère.

La charge ordinaire est de 500 grammes.

On emploie pour cet obusier l'affût de siége qui sert aux canons de 24.

Depuis longtemps on désirait un affût qui pût servir à la fois pour la défense des places et pour celle des côtes, qui offrît la possibilité de conserver la direction du tir pendant la nuit, mais qui pût, au besoin, tirer sur un objet mobile et avec autant de facilité au moins que cela se pratiquait avec les affûts de côtes.

Pour pouvoir satisfaire à ce double service, l'affût devait être assez léger pour pouvoir être transporté facilement d'un lieu à un autre, quoique chargé de sa pièce. Il devait occuper, avec son grand châssis, le moins d'espace possible en arrière du parapet et au-dessus de la plate-forme, afin de se trouver moins en prise au feu du ricochet. Enfin, il ne devait nécessiter pour sa construction que des bois d'un échantillon modéré, peu coûteux et faciles à rencontrer.

L'affût actuel, qui a été adopté en 1828, après avoir subi diverses épreuves pendant les trois années précédentes, remplit une grande partie de ces conditions, notamment celles qui concernent la facilité du service, la conservation de la fixité dans le tir, la mobilité, enfin la diminution de volume, qui donne moins de prise aux ricochets, exige moins d'espace pour la mise en batterie et permet d'économiser le bois dans les constructions. Toutefois, pour obtenir ce dernier avantage sans trop diminuer la force de l'affût, on a été obligé d'avoir recours à une combinaison d'assemblages très-bien entendue, mais d'une exécution délicate : on a aussi été forcé de multiplier les

ferrures, dont plusieurs sont d'une forme compliquée. Il en résulte que l'affût sera d'un entretien dispendieux et souvent très-difficile sur les côtes, où l'on rencontre peu d'ouvriers experts pour ce genre de travail. On est d'ailleurs porté à craindre que les intempéries de l'air ne le détruisent plus promptement que ceux de Gribeauval, parce que ces derniers trouvaient dans le fort échantillon de leurs diverses parties une force intrinsèque qui était une garantie de durée.

Il y a trois modèles pour les nouveaux affûts : ils sont destinés aux canons de 24, de 16 et de 12 en bronze.

Le grand et le petit châssis, ainsi que les roues, sont communs pour les trois affûts.

L'affût de 24 en bronze est commun aux canons de 18 et de 16 en fer; celui de 16 en bronze sert aussi pour le canon de 12 en fer.

Des modifications ont été ajoutées aux tables pour le cas où l'on voudrait employer l'affût de 24 pour recevoir un canon en fer de ce calibre.

Pour compléter ce qui a rapport au nouveau système d'artillerie, il reste à parler de ce qui concerne les équipages d'artillerie de montagne.

Avant les guerres de 1792, il n'y avait encore rien de décidé en France relativement à ce genre d'artillerie, parce que la situation politique de cet état avec ses voisins, ne lui faisait pas présumer qu'on pût en avoir besoin. Dans la conquête de la Corse, faite vingt ans auparavant, on n'avait employé que peu d'artillerie dans les montagnes (1): on s'était servi de traîneaux pour y porter quelques pièces

(1) Aide-mémoire à l'usage des officiers d'artillerie, par le général Gassendi.

de 4, on avait fait usage de quelques pièces anciennes à la Rostaing; et l'on en était resté là, sans perfectionner les attirails dont on s'était servi, et sans rien arrêter sur leur construction.

Dans les guerres de 1792, l'armée d'Italie eut principalement besoin d'artillerie de montagne, mais, faute de données précises, on ne fit que tâtonner dans des constructions exécutées à la hâte, et l'on n'obtint aucun résultat satisfaisant.

Les bouches à feu dont on fit usage consistaient en canons de campagne, des calibres de 3, de 4, de 8 et de 12, en obusiers de 6 po. et en mortier de 8 po.

De ces six espèces de bouches à feu, deux furent peu employées, savoir, les canons de 12 et de 8 ; on les trouvait trop lourdes, d'un service pénible et d'un approvisionnement difficile. Le mortier fut aussi bientôt abandonné, parce qu'il exigeait deux voitures, dont un affût en bois pour le tir, et un traîneau à bascule et à limonière pour le transport (1): en sorte que l'on ne fit réellement usage que des canons de 3 et de 4, et de l'obusier de 6 po. Les canons de 3 furent servis, tantôt avec des affûts à chèvrette pris sur les Piémontais, tantôt sur des affûts à rouages construits par les Français; quant aux canons de 4 et aux obusiers de 6 po., ils étaient transportés et tirés sur des affûts-traîneaux; on reprochait à ce dernier d'user très-vite son affût et d'être difficile à approvisionner (2).

En l'an XI, on chercha à remplacer cette artillerie de

(1) Aide-mémoire à l'usage des officiers d'artillerie, par le général Gassendi.

(2) *Ibid.*

montagne par une autre qui fût en rapport avec le système adopté pour les autres équipages ; mais nous avons vu quel fut le sort de cette innovation.

Ainsi, nous étions arrivés jusqu'à ces derniers temps sans avoir encore d'artillerie de montagne; seulement on en sentait la nécessité, et l'on reconnaissait déjà en principe, que les obusiers étaient la seule bouche à feu qu'on pouvait employer avec avantage pour ce service. En effet, dans les pays de montagne, l'ennemi qu'on peut avoir à combattre est rarement exposé aux feux directs de l'artillerie ; il est presque toujours couvert par des rochers, par des bouquets de bois, ou posté dans des ravins inaccessibles à la trajectoire des boulets : il faut qu'on puisse fouiller derrière ces abris et y porter la destruction, objet qui ne peut être rempli que par l'usage des obus, dont les éclats augmentent encore l'efficacité.

C'est dans cet esprit qu'on a entrepris les recherches sur la bouche à feu à introduire dans les équipages d'artillerie de montagne. Après beaucoup d'expériences pour régler le calibre, les dimensions les plus convenables, on s'est arrêté au modèle d'obusier de 12 actuel, qui a six calibres de longueur d'âme et pèse 102 kilogrammes. La portée de cet obusier lui permet de tirer avec quelque justesse jusqu'aux distances de 600 à 800 mètres. Sa charge ordinaire est de 306 grammes. Il a été adopté avec tous ses attirails, le 15 mars 1828. Ces attirails consistent en un affût à limononière, un arçon de bât et dix caisses à munitions, destinées à recevoir l'approvisionnement complet, qui est de 80 coups.

Chaque obusier de montagne exige, pour son transport et celui de l'approvisionnement, 7 mulets, dont 1 pour la pièce, 1 pour l'affût, 1 pour chaque paire de caisse à munitions. Le bât est toujours le même.

Tels sont les innovations et les changemens qui se sont graduellement opérés dans le matériel de l'artillerie française (1) : nous allons examiner maintenant ce qui a rapport à l'organisation du personnel dans les diverses périodes de notre histoire militaire.

LE BOURG, chef d'escadron d'artillerie.

(1) Pour compléter l'exposé des modifications successives apportées dans le matériel de l'artillerie, il eût sans doute été convenable de traiter de ce qui concerne les ponts militaires ; mais nous n'avons pas cru devoir nous occuper de cette partie intéressante du service, parce qu'elle fait l'objet d'une instruction spéciale.

AIDE-MÉMOIRE

DE

L'INGÉNIEUR MILITAIRE.

LIVRE SECOND.

SCIENCES AUXILIAIRES.

CHAPITRE PREMIER. (*Suite.*)

Mathématiques.

GÉOMÉTRIE A TROIS DIMENSIONS.

338. Nous avons dit qu'un triangle sphérique était une partie de la surface d'une sphère comprise entre trois arcs de grands cercles. Ces arcs sont les *côtés* du triangle sphérique. Ils peuvent se couper sous tous les angles possibles. Dans l'application, on les suppose toujours plus petits que la *demi-circonférence*, parce que la détermination des parties des triangles compris dans de plus grands côtés peut toujours se réduire à celle des parties des triangles qui remplissent cette condition.

339. La résolution des triangles sphériques présente beaucoup d'analogie avec celle des triangles rectilignes. Il faut remarquer toutefois, 1° que les triangles sphériques que l'on considère, étant supposés appartenir tous à la même sphère ou à des sphères égales, deux triangles ne peuvent être semblables sans être égaux, et que, par conséquent, la connaissance des trois angles d'un triangle suffit pour le déterminer, aussi bien que celle de trois autres quelconques de ses parties; 2° qu'un triangle sphérique peut avoir un, deux, ou même trois angles droits (comme il arrive lorsque la sphère est partagée en huit parties égales), tandis qu'il ne peut y en avoir qu'un seul dans un triangle rectiligne; 3° enfin, que dans un triangle sphérique

les côtés ou arcs se mesurent en degrés aussi bien que les angles, et donnent lieu, comme eux, à des expressions de sinus et autres lignes trigonométriques.

340. On distingue, parmi les triangles sphériques, ceux qui ont au moins un angle droit, de ceux qui n'en possèdent point. Les derniers se nomment *obliquangles*, et les premiers *rectangles*. Le côté opposé à un angle droit s'appelle *hypoténuse*, comme dans les triangles rectilignes. Un triangle rectangle peut donc avoir un, deux ou trois hypoténuses : toutefois, comme un seul angle droit suffit pour lui donner la qualification de triangle rectangle, on n'y considère qu'un seul angle droit et une seule hypoténuse, et on agit à l'égard des autres angles comme s'ils étaient *obliques*.

341. Soit R le rayon de la sphère donnée (*fig*. 3 (1)), et HAB un triangle sphérique, rectangle en H. La résolution de ce triangle dépend des six principes exprimés ci-après par une ou deux équations. Les limites de cet ouvrage ne nous permettant pas de démontrer ces principes, nous nous bornerons à les énoncer.

1°.... $R \sin. a = \sin. h \sin. A$; $R \sin. b = \sin. h \sin. B$.

2°.... $R \operatorname{tang}. a = \operatorname{tang}. h \cos. B$; $R \operatorname{tang}. b = \operatorname{tang}. h \cos. A$.

3°.... $R \cos. h = \cos. a \cos. b$.

4°.... $R \cos. A = \sin. B \cos. a$; $r \cos. B = \sin. A \cos. b$.

5°.... $R \operatorname{tang}. a = \sin. b \operatorname{tang}. A$; $r \operatorname{tang} b = \sin. a \operatorname{tang}. B$.

6°.... $R \cos. h = \cot. A \cot. B$.

On sait, en outre, que, dans une formule quelconque, on peut toujours remplacer la tangente d'un arc par le carré du rayon divisé par la cotangente, et réciproquement.

Les dix équations précédentes, modifiées quelquefois par le rapport que nous venons de rappeler, contiennent toutes les relations qui peuvent exister entre trois des cinq élémens A, B, *h*, *a*, *b*, d'un triangle rectangle, de sorte que deux de ces quantités étant connues avec l'angle droit H, on connaîtra immédiatement la troisième par son sinus, son cosinus, sa tangente ou sa cotangente.

342. Il faut remarquer que si l'élément est déterminé par son cosinus, sa tangente ou sa cotangente, il sera plus petit ou plus grand que 90°, suivant que ce cosinus, cette tangente ou cette cotangente sera affectée du signe + ou du signe —. Dans ce cas, il n'y a donc aucune indécision. Si, au contraire, il est donné

(1) Nous donnerons les *fig*. à la fin du chapitre premier.

par son sinus, il y aura nécessairement deux solutions, c'est-à-dire deux triangles qui satisferont à la question.

343. Avant de donner les formules qui servent à la résolution des triangles rectangles, nous ferons observer qu'un triangle sphérique peut avoir trois angles droits, et alors ses trois côtés sont de 90°; il peut avoir deux angles droits seulement, alors les côtés opposés sont tous deux de 90°, et il reste un angle avec le côté opposé, qui sont mesurés l'un et l'autre par le même nombre de degrés. Ces deux sortes de triangles ne peuvent, comme on voit, donner lieu à aucun problème : on peut donc faire abstraction de ces cas particuliers, pour ne considérer que les triangles qui ont un angle droit seulement.

344. Soit H l'angle droit (*fig.* 3), A et B les deux autres angles (appelés angles obliques); soit *h* l'hypoténuse opposée à l'angle H, *a* et *b* les côtés opposés aux angles A et B : étant donné deux des cinq quantités A, B, *h*, *a*, *b*, la résolution du triangle se réduira toujours à l'un des six cas indiqués dans la table suivante :

Nos des cas.	Étant donnés.	Trouver.	FORMULES.	*OBSERVATIONS.*
1°	h, a	A	$\sin. a = \frac{R \sin. a}{\sin. h}$	L'angle A doit être de même espèce que le côté a ; c'est-à-dire, aigu ou obtus, suivant que le côté a le sera.
		B	$\cos. B = \frac{\text{tang}. a \cot. h}{R}$	
		b	$\cos. b = \frac{R \cos. h}{\cos. a}$	
2°	a, b	A	$\text{tang}. A = \frac{R \text{ tang}. a}{\sin. b}$	»
		B	$\text{tang}. B = \frac{R \text{ tang}. b}{\sin. a}$	
		h	$\cos. h = \frac{\cos. a \cos. b}{R}$	
3°	h, A	a	$\sin. a = \frac{\sin. h \sin. A}{R}$	Le côté a doit être de même espèce que l'angle A.
		b	$\text{tang}. b = \frac{\text{tang}. h \cos. A}{R}$	
		B	$\cot. B = \frac{\cos. h \text{ tang}. A}{R}$	
4°	a, A	h	$\sin. h = \frac{R \sin. a}{\sin. A}$	Il y a ici double solution. Néanmoins b et B doivent être de même espèce. L'espèce de a et de b détermine celle de h par l'inspection de la formule $\cos. a \cos. b = R \cos. h$.
		b	$\sin. b = \frac{\text{tang}. a \cot. A}{R}$	
		B	$\sin B = \frac{R \cos. A}{\cos. a}$	
5°	a, B	h	$\cot. h = \frac{\cot. a \cos. B}{R}$	»
		b	$\text{tang}. b = \frac{\sin. a \text{ tang}. B}{R}$	
		A	$\cos. A = \frac{\cos. a \sin. B}{R}$	
6°	A, B	h	$\cos. h = \frac{\cot. A \cot. B}{R}$	»
		a	$\cos. a = \frac{R \cos. A}{\sin. B}$	
		b	$\cos. b = \frac{R \cos. B}{\sin. A}$	

NOTA. Dans les formules qui précèdent, partout où il y a A et a on peut mettre B, b, et réciproquement, en ayant soin de faire ce changement dans les trois colonnes qui appartiennent au même cas.

345. Dans la figure 3, à la place de H, h, mettons les lettres C, c, et supposons que ce triangle ABC, ait ou n'ait pas d'angle droit. Les principes sur lesquels reposent la résolution des triangles sphériques *quelconques*, sont exprimés par les formules suivantes :

1°.... $\cos. A = \dfrac{R^2 \cos. a - R \cos. b \cos. c}{\sin. b \sin. c}$

2°.... $\dfrac{\sin. A}{\sin. a} = \dfrac{\sin. B}{\sin. b} = \dfrac{\sin. C}{\sin. c}$

3°.... $\cot. A \sin. C + \cos. C \cos. b = \cot. a \sin. b$

4°.... $\cos. a = \dfrac{R^2 \cos. A + R \cos. B \cos. C}{\sin. B \sin. C}$

5°.... $\sin. \frac{1}{2} A = R \sqrt{\left\{\dfrac{\sin. \dfrac{a+b-c}{2} \sin. \dfrac{a+c-b}{2}}{\sin. b \sin. c}\right\}}$

6°.... $\sin. \frac{1}{2} a = R \sqrt{\left\{\dfrac{-\cos. \dfrac{A+B+C}{2} \cos. \dfrac{B+c-A}{2}}{\sin. B \sin. C}\right\}}$

7°.... $\text{tang.} \frac{1}{2} (A+B) = \cot. \frac{1}{2} C \dfrac{\cos. \frac{1}{2} (a-b)}{\cos. \frac{1}{2} (a+b)}$

8°.... $\text{tang.} \frac{1}{2} (A-B) = \cot. \frac{1}{2} C \dfrac{\sin. \frac{1}{2} (a-b)}{\sin. \frac{1}{2} (a+b)}$

9°.... $\text{tang.} \frac{1}{2} (a+b) = \text{tang.} \frac{1}{2} c \dfrac{\cos. \frac{1}{2} (A-B)}{\cos. \frac{1}{2} (A+B)}$

10°.... $\text{tang.} \frac{1}{2} (a-b) = \text{tang.} \frac{1}{2} c \dfrac{\sin. \frac{1}{2} (A-B)}{\sin. \frac{1}{2} (A+B)}$.

Dans toutes ces formules, à la place de A, a, on peut mettre B, b, ou C, c, et réciproquement; et elles demeurent également vraies, pourvu qu'on change en même temps les autres quantités d'une manière convenable. Ainsi de la troisième on déduirait :

$$\cot. A \sin. B + \cos. B \cos. c = \cot. a \sin. c$$

$$\cot. B \sin. A + \cos. A \cos. c = \cot. b \sin. c \text{ . etc...}$$

Les quatre dernières formules sont connues sous le nom d'*analogies de Néper*.

346. La valeur d'un côté tel que b ou d'un angle tel que C peut quelquefois dépendre de la résolution de l'équation donnée par la troisième formule, et comme la substitution des quantités $\sqrt{R^2 - \sin.^2 b}$ $\sqrt{R^2 - \sin.^2 C}$ à la place de $\cos. b$, $\cos$ C, donnerait des équations trop compliquées, on a recours à l'artifice suivant :

Soit, par exemple, l'équation : $\cot. A \sin. C + \cos. C \cos. b = \cot. a \sin. b$, au moyen de laquelle il faut trouver la valeur de l'angle C.

Prenons un arc *auxiliaire* φ, de manière qu'on ait :

$$\text{tang.}\, \varphi = \frac{\cos. b \,\text{tang.}\, A}{R} \text{ ou } \cot. A = \frac{\cos. b \cos. \varphi}{\sin. \varphi}$$

En substituant cette valeur de cot. A dans l'équation à résoudre, on a :

$$\frac{\cos. b}{\sin. \varphi} (\cos. \varphi \sin. C + \sin. \varphi \cos. C) = \cot. a \sin. b\,;$$

d'où l'on tire :

$$\sin. (C + \varphi) = \frac{\text{tang.}\, b \sin. \varphi}{\text{tang.}\, a}$$

A, a, b et par suite φ étant connus, il est évident que cette dernière équation donnera la valeur de l'angle C.

On se servirait d'une transformation analogue pour déterminer les quantités a, b, &.

347. Étant donnés trois des six élémens qui composent un triangle sphérique quelconque, trouver la valeur des trois autres élémens, tel est le problème que sert à résoudre la table suivante :

On suppose, ainsi qu'on l'a déjà dit, que les trois angles sont exprimés par les lettres A, B, C, et les côtés opposés à ces angles par les lettres a, b, c.

Comme pour la résolution des triangles sphériques rectangles il y a six cas à considérer.

Nos des cas.	Etant donnés.	Trouver.	FORMULES.	*OBSERVATIONS.*
1°	$a, b, c,$	A	$\sin. \frac{1}{2} A =$ &c....	5e formule du n° 345.
		B	$\sin. \frac{1}{2} B =$ &c....	*Idem.*
		C	$\sin. \frac{1}{2} C =$ &c....	*Idem.*
2°	$a, b,$ A,	B	$\sin. B = \frac{\sin. A \sin. b}{\sin. a}$	*Nota :* ce cas a deux solutions.
		C	$\sin. (C+\varphi) = \frac{\text{tang. } b \sin. \varphi}{\text{tang. } a}$	ici, $\text{tang. } \varphi = \frac{\cos. b \text{ tang. } A}{R}$
		c	$\sin. c = \frac{\sin. a \sin. C}{\sin. A}$ ou bien : $\cos. (c - \varphi) = \frac{\cos. a \cos. \varphi}{\cos. b}$	ici, $\text{tang. } \varphi = \frac{\cos. A \text{ tang. } b}{R}$
3°	$a, b,$ C,	A	$\text{tang. } \frac{1}{2} (A+B) =$ &c....	Au moyen des formules 7 et 8 du n° 345 on trouvera A et B.
		B	$\text{tang. } \frac{1}{2} (A-B) =$ &c....	
		c	$\sin. c = \sin. a \frac{\sin C}{\sin. A}$ ou bien : $\cos. c = \frac{\cos. b}{\cos. \varphi} \cos. (a - \varphi)$	ici, $\text{tang. } \varphi = \frac{\cos. C \text{ tang. } b}{R}$
4°	A, B, $c,$	a	$\text{tang. } \frac{1}{2}(a+b) =$ &c...	Au moyen des formules 9 et 10 du n° 345, on trouvera a et b.
		b	$\text{tang. } \frac{1}{2}(a-b) =$ &c....	
		C	$\sin. C = \frac{\sin. c \sin. A}{\sin. a}$ ou bien : $\cos. C = \cos. B \frac{\sin. (A-\varphi)}{\sin. \varphi}$	ici, $\cot \varphi = \frac{\cos c \text{ tang } B}{R}$
5°	A, B, $a,$	b	$\sin. b = \sin a \frac{\sin. B}{\sin. A}$	*Nota :* ce cas a deux solutions.
		c	$\sin. (c - \varphi) = \frac{\text{tang. } B \sin. \varphi}{\text{tang } A}$	ici, $\text{tang. } \varphi = \frac{\cos. B \text{ tang. } a}{R}$
		C	$\sin. (C - \varphi) = \frac{\cos. A \sin. \varphi}{\cos. B}$	ici, $\cot. \varphi = \frac{\cos. a \text{ tang. } B}{R}$
6°	A, B, C,	a	$\sin. \frac{1}{2} a =$ &c....	6e formule du n° 345.
		b	$\sin. \frac{1}{2} b =$ &c....	*Idem.*
		c	$\sin. \frac{1}{2} c =$ &c....	*Idem.*

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

348. Le but de la géométrie analytique est d'appliquer l'algèbre à la géométrie. Pour y parvenir, on cherche à écrire en langage algébrique toutes les questions de géométrie, et réciproquement à traduire en géométrie les résultats de l'analyse.

349. Occupons-nous d'abord de la géométrie à *deux dimensions*. Dans un même plan, tous les points isolés, tous ceux d'une ligne droite ou courbe sont rapportés à deux lignes droites invariables XAX', YAY' qui se rencontrent en un point A, suivant un angle qui pourrait être quelconque, mais que nous supposerons toujours droit (*fig.* 4).

On appelle *axes des coordonnées*, les lignes AX, AY. L'une d'elles, AY (par exemple) prend le nom d'*axe des ordonnées* ou des y, l'autre AX, celui d'*axe des abscisses* ou des x. Le point A est l'*origine* des coordonnées.

350. Si d'un point quelconque N on mène $NR = QA = a$ parallèle à l'axe des abscisses, et $NQ = RA = b$ parallèle à l'axe des ordonnées, il est évident que ces distances déterminent exactement la position du point N sur ce plan. a sera l'*abscisse* du point N et b son *ordonnée*. Généralement, toutes les abscisses s'expriment par la lettre x, et toutes les ordonnées par la lettre y. Ainsi, pour le point N, $x = a$, $b = y$.

351. Si l'on prend pour *positives* les abscisses qui appartiennent à des points situés à droite de la ligne YY', celles des points situés à gauche de cette ligne devront être comptées comme *négatives*. De même les ordonnées, mesurées au-dessus de la ligne XX', sont *positives*, et celles mesurées en dessous sont *négatives*.

Ainsi en admettant que pour les quatre points N, N', N'', N''', placés dans des angles différents, les longueurs NR, N'R, N''R', N'''R' soient toutes égales à une même quantité a, et les longueurs NQ, N'Q', N''Q', N'''Q toutes égales à b, on aura :

Pour le point N $x = a, y = b$
Pour le point N' $x = -a, y = b$
Pour le point N'' $x = -a, y = -b$
Pour le point N''' $x = a, y = -b$

Si la position du point N venant à varier, on avait $x = \pm a$ et

$y = b = o$, ce serait une preuve que ce point serait situé sur l'axe des abscisses en Q ou Q'. Si au contraire, on avait : $x = a = o$ et $y = \pm b$, il se trouverait sur l'axe des ordonnées en R ou R'. Si enfin on avait à la fois $x = o$, $y = o$, le point se confondrait avec l'origine des coordonnées.

352. Soit la ligne droite SC, déterminée par les points N et M qui lui appartiennent et dont on connaît les coordonnées a, b, et a', b'. Pour un point quelconque C dont les coordonnées seront exprimées par y et x, on aura évidemment, par la propriété des triangles semblables NMG, MCH, la relation exprimée par l'équation suivante :

$$\frac{y - b'}{b' - b} = \frac{x - a'}{a' - a} \text{ d'où } (a' - a)y = (b' - b)x + b'(a' - a) - a'(b' - b)$$

ainsi les principales propriétés et le cours d'une ligne droite peuvent toujours être exprimées par une équation telle que celle-ci :

$$Ky + px + q = o.$$

Si K égalait o, l'équation se réduirait à $x = -\frac{q}{p}$; c'est qu'alors la ligne serait parallèle à l'axe des y et passerait à une distance $\frac{q}{p}$ à gauche de l'origine des coordonnées.

De même, si p égalait o, on aurait $y = -\frac{q}{k}$. Alors la ligne serait parallèle à l'axe des x et passerait à une distance $\frac{q}{k}$ en dessous de l'origine des coordonnées.

Pour connaître le point où la ligne exprimée par l'équation générale $Ky + px + q = o$ coupe l'axe des abscisses, il faut faire $x = o$, alors $y = -\frac{q}{K}$. De même pour connaître le point où elle coupe l'axe des y, on fait $y = o$ d'où $x = -\frac{q}{p}$.

353. En général, le cours d'une courbe quelconque peut être représenté par une équation entre les deux variables x et y. Il est évident, en effet, qu'en résolvant cette équation par rapport à l'une des variables, y par exemple, on obtient une valeur de y qui est exprimée *en fonction* de x. Si l'on donne donc à x

toutes les valeurs imaginables, *nulles*, *positives* et *négatives*, on obtiendra pour y une suite de valeurs correspondantes, qui permettront de tracer la courbe par points sur le papier. Il y a même cet avantage, que lorsqu'une des valeurs imposées à x ne peut exister réellement, c'est-à-dire, lorsque la courbe n'arrive pas jusqu'à ce point, cette impossibilité se révèle par les valeurs imaginaires que donne l'équation résolue par rapport à y.

Relativement aux courbes, tracées sur un plan, il existe donc deux problèmes à résoudre : 1° étant données les conditions qui constituent une courbe, trouver son équation ; 2° étant donnée l'équation d'une courbe, la *discuter*, c'est-à-dire, classer la courbe, et déterminer sa position, sa nature et sa forme, au moyen de cette même équation.

354. Soit, pour exemple, la courbe BM (*fig.* 4). Par le point fixe N situé vers l'intérieur de cette courbe, menons la ligne droite RNG, abaissons MG perpendiculairement sur RG, et supposons que pour un point *quelconque* M de cette courbe, on ait toujours $MN = R$, cette lettre R exprimant une quantité constante et invariable, ce qui est la propriété caractéristique du cercle.

Soient a et b l'abscisse et l'ordonnée du point N, on aura : $\overline{MG}^2 + \overline{NG}^2 = R^2$, ou en appelant comme d'habitude les coordonnées du point M, x et y,

$$(y-b)^2 + (x-a)^2 = R^2.$$

Telle est l'*équation* la plus générale du cercle ; mais on peut la simplifier en *changeant l'origine des coordonnées*, et en la transportant au point N, centre du cercle. Soient, en effet, Ny', Nx' les nouvelles coordonnées parallèles à AY et AX ; appelons y' l'ordonnée et x' l'abscisse d'un point quelconque M rapporté à ces nouvelles coordonnées, on aura évidemment $y' = y - b$, $x' = x - a$. Donc l'équation ci-dessus devient :

$$y'^2 + x'^2 = R^2.$$

Ce changement d'origine des coordonnées devient souvent fort utile pour simplifier les équations des courbes. Ici les nouvelles coordonnées restent parallèles aux anciennes. Si elles formaient entre elles un certain angle, il serait facile de trouver également les valeurs des nouvelles coordonnées en fonction des anciennes, par la considération des sinus et des cosinus de l'angle donné.

355. Les courbes se divisent en *algébriques* et *transcendantes*. Celles dont les équations ne contiennent que des lignes droites dont le rapport peut être déterminé géométriquement sont dites *algébriques*; celles dont les équations contiennent des coordonnées sous la forme de sinus, d'arcs, d'exposans, de logarithmes, etc., sont *transcendantes*.

Les courbes algébriques sont classées en différents *ordres*, selon le degré de leurs équations. La ligne droite constitue à elle seule le premier ordre. Il y en a quatre du second ordre : ce sont les quatre sections coniques dont nous parlerons bientôt. Newton a décrit celles du troisième ordre ; elles sont au nombre de soixante-douze. Celles du quatrième, du cinquième ordre, etc., sont de plus en plus nombreuses.

356. Dans une courbe quelconque, telle que nous pouvons supposer, pour un instant, la courbe BM, si l'on mène la ligne TT' qui ne fasse que toucher la courbe au point M, la distance MT, comprise entre le point de contact et l'axe des abscisses, s'appellera *tangente* de la courbe au point M; la distance PT comprise entre les pieds de l'ordonnée et de la tangente sera la *sous-tangente*. Si l'on mène MS perpendiculairement à MT, la ligne MS sera la *normale* au point M, et la ligne SH la *sous-normale*. La connaissance de ces longueurs est fort utile pour mener une tangente par un point donné d'une courbe.

357. Lorsque la courbe, au lieu d'être *rentrante et fermée*, étend au contraire une ou plusieurs branches à l'infini, il arrive souvent qu'on peut déterminer une tangente qui ne jouit de la propriété de ces sortes de lignes que pour un point situé à l'infini. Ces lignes droites d'une direction connue, qui s'approchent de plus en plus des branches d'une courbe sans pouvoir jamais les atteindre, s'appellent des *asymptotes*.

358. Les points où plusieurs branches de la même courbe viennent se réunir, s'appellent, en général, points *multiples*, et en particulier, *doubles*, *triples*, etc. (*Voyez* le point D de la *fig.* 4). Ceux où deux branches de la même courbe se touchent sans passer au-delà du point de contact, se nomment points de *rebroussement* (*Voyez* le point E). Ceux enfin où la courbe après avoir tourné sa convexité dans un sens commence à la tourner dans le sens opposé, prennent le nom de points *d'inflexion* (*Voyez* le point F).

359. Après le tracé d'une courbe au moyen de son équation, les principales opérations sont : 1° d'en déterminer la tangente; 2° d'en connaître la courbure dans un point donné, ce qui se

fait en imaginant un petit arc de cercle qui se confond en ce point avec la courbe, et dont on détermine le rayon par le moyen de l'équation de cette courbe, le cercle s'appelle *osculateur*, et son rayon s'appelle *rayon osculateur*, *rayon de courbure*, *rayon de la développée*; 3° de chercher les plus grandes ou les plus petites ordonnées de cette courbe, par la méthode *de maximis et minimis*; 4° de trouver sa quadrature approchée; 5° d'en trouver la *rectification* ou de déterminer la longueur d'une ligne droite égale à l'un quelconque de ses arcs, etc. Le calcul algébrique ordinaire peut, à la rigueur, suffire pour toutes ces recherches; mais le calcul *différentiel* et *intégral* est beaucoup plus expéditif. Nous donnerons successivement une idée de ces diverses méthodes.

360. Concevons, par la pensée, un cône engendré par la révolution de l'un des côtés d'un angle quelconque autour de l'autre côté supposé fixe. Concevons que ce cône se prolonge, semblablement, de chaque côté du sommet; en sorte qu'il y ait deux cônes opposés, dont les axes se confondent et qui aient le même sommet.

Si l'on coupe l'un de ces cônes à une distance quelconque du sommet par un plan perpendiculaire à l'axe, on obtiendra évidemment un *cercle*.

Si le plan coupant forme avec l'axe un angle autre qu'un angle droit, mais de manière pourtant à ce qu'il rencontre les deux arêtes extrêmes, dans le plan qui contient l'angle d'inclinaison, on obtiendra une courbe *rentrante* et *fermée* comme le cercle, mais qui sera plus allongée et qu'on nomme *ellipse*.

Si l'angle formé par le plan coupant avec l'axe est précisément égal à celui qui a servi à engendrer le cône, en sorte que dans le plan qui contient l'angle d'inclinaison, la trace du plan coupant reste parallèle à l'une des arêtes extrêmes, la courbe obtenue aura deux branches qui ne se réuniront que d'un seul côté et qui seront infinies de l'autre. On la nomme *parabole*.

Si enfin le plan coupant est incliné sur l'axe de manière à rencontrer les deux cônes, on obtient deux courbes égales, semblables et opposées. Chacune de ces courbes s'appelle *hyperbole*. Elle a comme la parabole deux branches qui se réunissent d'un côté et qui sont infinies de l'autre.

On prouve, dans tous les livres élémentaires de mathématiques, que ces courbes, appelées *sections coniques*, sont du second *ordre*, et que toutes les courbes imaginables du second ordre sont identiques avec l'une d'elles. Nous partirons donc de ce

fait, et nous nous attacherons seulement ici à les décrire succinctement.

361. LE CERCLE (*fig.* 5) est une courbe dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur qu'on appelle centre. Nous avons dit (n° 215) ce que c'était que le *rayon*, le *diamètre*, etc. Nous n'y reviendrons pas.

Soit a le rayon du cercle, si l'origine des coordonnées est au point A, l'équation du cercle est : $y^2+x^2=a^2$. Si l'origine est au point C, elle devient : $y^2=2ax-x^2$.

Considérons seulement la première équation, et résolvons-la par rapport à y, on aura $y=\pm\sqrt{a^2-x^2}$. Si $x=o$, $y=\pm a$; ce qui veut dire que la courbe coupe l'axe des ordonnées en deux points également éloignés de l'origine des coordonnées. Si $y=o$, $x=\pm a$; ce qui indique une chose semblable par rapport à l'axe des abscisses. Depuis $x=o$ jusqu'à $x=\pm a$, les valeurs de y diminuent; elles commencent par a et se terminent à o. Cela exprime évidemment que la courbe s'arrondit, à droite et à gauche de l'axe des ordonnées, en dessus et en dessous de l'axe des abscisses, qu'elle coupe les axes des coordonnées en quatre points, à des distances $=a$ de l'origine, qu'elle est partout continue et fermée, et qu'elle ne s'étend pas au-delà, puisque, pour des valeurs de x ou de y plus grandes que a, on trouve des valeurs correspondantes de y ou de x imaginaires.

Nous donnerons plus tard un exemple de la discussion complète d'une équation ; mais ici nous nous contenterons d'énoncer les principaux résultats.

Soit toujours $y^2+x^2=a^2$ l'équation du cercle :

On aura pour un point quelconque :
(*Voy. la fig.* 4 *et le n°* 356.)

La sous-normale $=x$
La normale $=a$
La sous-tangente $=\dfrac{y^2}{x}$
La tangente $=\dfrac{ay}{x}$

362. On pourrait retrouver toutes les propriétés du cercle par le moyen de l'une ou l'autre de ses équations. Mais on a rappelé les principales, dans l'article *géométrie*. Nous nous bornerons à en indiquer une qui n'est guère ou point connue.

Soit $NP=b$ une perpendiculaire abaissée du point N sur le rayon AB indéfiniment prolongé; faisons $AN=a$, $AP=d$, et menons la tangente $NT=\dfrac{ab}{d}$.... (n° 361). Je dis que si des

points P et T comme foyers, on mène deux lignes quelconques qui se coupent sur l'un des points M du cercle, on aura toujours, quel que soit le point M,

$PN:NT::PM:MT$, ou bien $\frac{NT}{PN}=\frac{MT}{PM}$, ou bien enfin $\frac{a}{d}=\frac{p}{q}=n$ en faisant $MT=p$ et $MP=q$, et en exprimant par n le rapport de $\frac{ab}{d}$ à b, ou (ce qui revient au même) celui de a à d.

En effet, l'équation :

$$\sqrt{y^2+\frac{(a^2-dx)^2}{d^2}}=\frac{a}{d}\sqrt{y^2+(x-d)^2}$$

qui exprime ce rapport, se réduit à $y^2+x^2-a^2=o$, ce qui équivaut à l'équation identique $o=o$.

La valeur de BT trouvée au moyen de celles de d et de la sous-normale $\frac{b^2}{d}$ est celle-ci : $BT=a(n-1)$.

Ainsi, en cherchant quelle est la courbe engendrée par un point M qui se meut de manière qu'on ait toujours $\frac{MT}{PM}=$ une quantité constante, on trouve un cercle.

363. Cette propriété peut fournir le moyen de tracer un arc de cercle, sur le terrain, avec deux points voisins, l'un à l'intérieur, l'autre à l'extérieur de l'arc, lorsque le centre est un point inaccessible. Ce tracé pourra être exécuté avec deux cordeaux, l'un attaché par un bout au point P, aura une longueur totale $PC=\frac{a(n+1)}{n}$. et sera gradué en K parties $=m$ chacune, d'après la longueur $PB=\frac{a(n-1)}{n}$ jusqu'à l'extrémité $\frac{a(n+1)}{n}$, ce qui donne $Km=\frac{2a}{n}$. L'autre attaché par un bout au point T aura une longueur totale $CT=a(n+1)$ et sera gradué en K parties $=nm$ depuis la longueur $BT=a(n-1)$ jusqu'à l'extremité $a(n+1)$, ce qui donne $Knm=2a$.

En exprimant par s le nombre de divisions que l'on prendra

à la fois sur chaque cordeau, une longueur quelconque $\frac{a(n-1)}{n}$ $+sm$ du plus court aboutira au même piquet M que la longueur correspondante $a(n-1)+snm$ du plus grand; en sorte que la longueur totale des deux cordeaux tendus et passant par les points P, M, T, sera $\frac{a(n-1)}{n}+sm+a(n-1)+snm=$ $a\frac{(n^2-1)}{n}+sm(n+1)$.

Si $s=o$ cette longueur totale devient $PB+BT+\frac{a(n-1)}{n}$ $+a(n-1)=a\frac{(n^2-1)}{n}$ et si $s=K$ elle devient $CT+CP=$ $\{2a+a(n-1)\}+\frac{a(n-1)}{n}=a\frac{(n^2-1)}{n}=\frac{2a}{n}(n+1)=$ $a\frac{(n+1)^2}{n}$.

Pour une valeur de $n=2$ ces rapports deviennent fort simples, et le tracé de la courbe peut s'exécuter avec la plus grande facilité.

364. L'ELLIPSE (*fig.* 6) est une courbe symétrique par rapport à la ligne AB que l'on appelle son *grand axe*, et par rapport à la ligne DE perpendiculaire à AB qu'on nomme petit axe. Soit placée l'origine des coordonnées au point d'intersection C des deux axes. Faisons $AC=CB=a$; $DC=CE=b$, l'équation de l'ellipse sera :

$$a^2y^2+b^2x^2=a^2b^2.$$

Si des points D ou E comme centre, avec un rayon $=AC=a$, on décrit deux arcs de cercle qui coupent le grand axe AB en deux points F et G, ces deux points s'appelleront les *foyers* de l'ellipse.

Soit CM une ligne quelconque menée du centre à un point M; LT une tangente au point M; MP l'ordonnée du point M; FN et GN des lignes appelées *rayons vecteurs*, menées des deux foyers à un point N de la courbe; HFI perpendiculaire au grand axe, passant par l'un des foyers; soient LQ, SV des tangentes parallèles à RCM; QS, LV des tangentes parallèles à OCU; etc...

Faisons $FC=GC=c$; $AF=GB=q$; $HI=p$; $FN=v'$;

GN $= v''$ OC $=$ QR $=$ LM $=$ CU $=$ RS $=$ MV $= n$; RC $=$ CM $=$ &.. $= m$.

Par la comparaison de ces diverses lignes entre elles, on obtient les résultats suivants :

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$; $q\,(2a - q) = (a + c)\,(a - c) = a^2 - c^2 = b^2$: donc $q : b :: b : 2a - q$.

On trouve aussi $p = \frac{2b^2}{a} = \frac{4b^2}{2a}$; donc $2a : 2b :: 2b : p$. La ligne HI $= p$ s'appelle le *paramètre* du grand axe.

L'un des rayons vecteurs $v' = a - \frac{cx}{a}$ et l'autre $v'' = a + \frac{cx}{a}$

Donc la somme des deux rayons vecteurs, pour un point quelconque, N est toujours $2a$; d'où l'on déduit une manière facile de tracer une ellipse avec un fil ou un cordeau d'une longueur $= 2a$ et attaché par les deux extrémités aux foyers F et G.

365. Dans l'ellipse, la sous-normale $= \frac{b^2 x}{a^2} = \frac{px}{2a}$

La normale $= \frac{b}{a^2} \sqrt{a^4 - c^2 x^2}$

La sous-tangente $= \frac{a^2 - x^2}{x}$

La tangente $= \frac{1}{a} \sqrt{\ldots}$ [illegible]

De l'expression de la [illegible]

reste, l'angle KMT $=$ TM[illegible]

simple de mener une tangente [illegible]

en deux autres parties égales.

366. Si par l'extrémité M d'un diamètre [illegible]

on mène la tangente LV, puis le diamètre [illegible]

les tangentes QL et SV [illegible]

mètre RM ; de même le [illegible]

sera parallèle à QU [illegible]

entre eux cette relation, prendront le nom de *diamètres conjugués*.

O et M étant les extrémités de deux diamètres conjugués; OZ et MP les perpendiculaires abaissées de ces points sur le grand axe AB, on a

$$\overline{OZ}^2+\overline{MP}^2=b^2;\ \overline{ZC}^2+\overline{CP}^2=a^2;$$

et si l'on suppose $RC=CM=m$; $OC=CU=n$, on déduit des deux équations ci-dessus : $a^2+b^2=m^2+n^2$.

On trouve pareillement que la surface du parallélogramme LOCM est égale au produit ab; donc $LQSV=4ab=2a\times 2b$; donc tous les parallélogrammes circonscrits à l'ellipse sont égaux entre eux et au rectangle des deux axes.

A la simple inspection, on voit que l'ellipse doit avoir deux diamètres conjugués égaux. Pour les trouver, soit l'angle OCR $=$ LMC $=$ K. On a ici : $2m^2=a^2+b^2$; $ab=mn\,\sin.\,K$. D'où $m=\pm\sqrt{\frac{1}{2}(a^2+b^2)}$; $\sin.\,K=\frac{2ab}{a^2+b^2}$; $CP=\frac{a}{\sqrt{2}}$. Cette dernière valeur est indépendante de b; elle appartient donc à toutes les ellipses qui auront un diamètre AB commun.

367. Si d'un point N quelconque on mène des coordonnées obliques NJ, JC, parallèles aux diamètres conjugués OV, RM, ces coordonnées auront entre elles la même relation que les coordonnées ordinaires, prises par rapport aux axes perpendiculaires AB et DE, c'est-à-dire que l'on aura, en faisant $NJ=y$, $JC=x$;

$$m^2y^2+n^2x^2=m^2n^2.$$

368. La parabole (*fig.* 7) est une courbe composée de deux branches, qui, partant d'un *sommet* commun A, se prolongent à l'infini en s'écartant constamment l'une de l'autre.

Soit A l'origine des coordonnées, AK l'axe des x, A*o* celui des y. Supposons $AF=AD=\frac{1}{4}p$, l'équation de la parabole sera :

$$y^2=px.$$

Le point F est le *foyer* de la parabole, la ligne EF est la *directrice*. La quantité constante p est le *paramètre;* AK est l'axe de la parabole. Toute ligne ML parallèle à l'axe est un *diamètre;* le point M en est l'*origine* : le quadruple de la distance de ce point au foyer F en est le paramètre q; ses ordon-

nées sont des droites obliques NQ parallèles à la tangente au point M, et les abscisses de ces ordonnées sont les lignes MQ.

369. D'après ces données, on trouve que $BC = p$. Pour un point quelconque la perpendiculaire MR à la directrice est égale à la distance MF de ce point au foyer F. La ligne $MF = x + \frac{1}{4} p = V$. La ligne $AT = x$.

La sous-normale $= \frac{1}{2} p$

La normale $= \sqrt{px + \frac{1}{4} p^2} = \sqrt{pv}$

La sous-tangente $= 2x$

La tangente $= \sqrt{px + 4x^2} = \sqrt{4vx}$

L'angle $SML = MTF = TMF$. Donc tous les rayons lumineux ou sonores LM parallèles à l'axe AK doivent à la rencontre de la parabole AM se réfléchir à son foyer F.

370. Si l'on cherche, comme pour l'ellipse, l'équation aux coordonnées obliques, par rapport à un diamètre tel que ML, on trouve $y^2 = qx$ équation semblable à celle qui a lieu pour les axes perpendiculaires et qui prouve qu'un diamètre quelconque tel que ML divise en deux parties égales toutes les ordonnées NH.

371. L'HYPERBOLE (*fig.* 8) est composée de deux courbes égales, présentant, chacune, à peu près l'aspect de la parabole, dont elles diffèrent toutefois par les lois de leur formation. Ces deux courbes, à branches infinies, sont opposées par leurs sommets A et B situés à une certaine distance l'un de l'autre, et elles sont symétriques par rapport à une ligne AX passant par ces mêmes sommets.

372. Soit C l'origine des ordonnées; AX l'axe des x; AY celui des y; soit en outre la demi-distance entre les deux sommets $AC = CB = a$; et une autre longueur comptée sur l'axe des y, telle que $DC = CE = b$, l'équation de l'hyperbole sera :

$$b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2.$$

(Il est évident que si de l'axe des x on faisait l'axe des y, et réciproquement, cette équation deviendrait : $b^2 y^2 - a^2 x^2 = a^2 b^2$. C'est ce qu'on appelle l'équation au petit axe; mais nous ne nous servirons que de la première.)

373. Si $a = b$, l'hyperbole prend le nom d'*équilatère;* on verra plus loin pourquoi Son équation devient $x^2 - y^2 = a^2$.

Construisons le triangle rectangle D C B, et portons sur le grand axe les longueurs $CF = CG = DB = \sqrt{a^2 + b^2} = C$; les points F et G seront, les *foyers* de l'hyperbole. Toute la ligne F M ou G M, menée de l'axe des foyers à un point de l'une des hyperboles, prend le nom de *rayon vecteur*.

La double ordonnée H I passant par l'un des foyers, s'appelle le *paramètre;* appelons-le p : on trouve $p = \frac{2a^2}{b} = \frac{4a^2}{2b}$; donc $2b : 2a :: 2a : p$.

De la valeur de C on déduit : $AF \times GA = (c+a)(c-a) = b^2$. Ainsi les foyers sont déterminés par la valeur de b, et réciproment, les foyers étant donnés, on en déduit la valeur de b.

Soient v' et v'' les deux rayons vecteurs G M et F M aboutissant des deux foyers à un même point de la courbe; on trouve cette relation :

$$v' = \frac{cx}{a} + a;\ v'' = \frac{cx}{a} - a;\ \text{donc } v' - v'' = 2a.$$

Cette propriété de l'hyperbole peut servir à en faire le tracé au moyen d'une règle et d'un fil.

Si l'on mène au point M la tangente M T, on trouve que l'angle $GMT = TMF$; et comme cette propriété a lieu pour un point quelconque, il en résulte une manière facile de mener une tangente à l'hyperbole par un point donné. D'ailleurs, par la comparaison des triangles G M T et T M F, on trouve $GT = \frac{a^2}{x} + a$; d'où $CT = \frac{a^2}{x}$; ce qui fournit un nouveau moyen de mener une tangente.

On observera que C T est toujours positif tant que x est positive. Sa valeur est donc comprise entre o et a. A mesure que x augmente, cette valeur diminue, et lorsque x est infini, elle devient rigoureusement égale à zéro. Il existe donc deux droites passant par le centre c, qui sont les limites des tangentes de l'hyperbole. Ce sont les *asymptotes* de cette courbe. Pour en déterminer la position, soit T M une tangente quelconque, la comparaison des triangles T M P et T K B donne :

$$BK = \frac{ay}{x-a} = b\sqrt{\frac{x-a}{x+a}}.$$

Or, si x est infinie $\frac{x-a}{x+a}$ ne différera pas de l'unité; donc, pour le cas particulier des asymptotes, on a BK ou plutôt $BL = b$.

Si l'hyperbole est *équilatère*, $LB = CB$, et l'angle LCo formé par les deux asymptotes est droit.

374. Dans l'hyperbole :

$$\text{La sous-normale} = \frac{b^2 x}{a^2}$$

$$\text{La normale} = \sqrt{\frac{b^4 x^2}{a^4} + \frac{b^2}{a^2}(x^2 - a^2)}$$

$$\text{La sous-tangente} = \frac{x^2 - a^2}{x}$$

$$\text{La tangente} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2} x^2 - b^2 - 2a^2 + \frac{a^4}{x^2}}.$$

375. Soit la droite NN′ perpendiculaire au grand axe A X, et se terminant des deux côtés aux asymptotes, on trouve le rapport suivant : $NM \times MN' = \overline{BL}^2 = b^2$. Du reste $MP = M'P$ et $NM = N'M'$.

376. Soit $LQ = QB = QC = m$. Rapportons la courbe à ses *asymptotes* par des coordonnées obliques; prenons les x dans le sens de CL, les y dans celui de Co, on trouve pour équation :

$$xy = m^2.$$

Ici $m^2 = \frac{1}{4}(a^2+b^2)$. C'est ce qu'on appelle la *puissance* de l'hyperbole.

377. Pour ne pas recourir à une nouvelle figure, si l'on admet, par la pensée que la ligne AB passant toujours par le centre c, s'élève en B et s'abaisse en A; que le rectangle L M N O devienne un parallélogramme, O L et NM étant toujours parallèles à AB, et terminés aux asymptotes, A et B étant toujours des points

de l'hyperbole, ON et LM continuant à être des tangentes à la courbe; cette nouvelle ligne AB s'appellera un *diamètre* de l'hyperbole; la nouvelle ligne DE sera son *diamètre conjugué*. Soit $2m$ ce diamètre et $2n$ son diamètre conjugué, en y rapportant la courbe par des coordonnées obliques, on a, comme pour les diamètres perpendiculaires:

$$n^2x^2 - m^2y^2 = m^2n^2.$$

Soit NN' une ligne quelconque terminée aux asymptotes, parallèle au diamètre conjugué LM qui se trouvera ici incliné. On aura, comme pour les coordonnées rectangulaires, $MP = PM'$; $NM = N'M'$; $NM \times MN' = n^2$. Ce qui donne les moyens de tracer l'hyperbole, lorsque l'on connaît la position des deux asymptotes et d'un seul point de la courbe.

378. On déduit enfin de toutes les relations exprimées ci-dessus, que le *parallélogramme construit sur les diamètres conjugués est égal, en surface, au rectangle des axes;* et que la *différence des carrés de deux diamètres conjugués est égale à la différence des carrés des deux axes.*

Les diamètres conjugués ont aussi un paramètre qui est une troisième proportionnelle au diamètre et à son conjugué. $2n : 2m :: 2m : p$.

379. Soit K l'angle aigu formé par deux diamètres conjugués, les propositions énoncées ci-dessus sont exprimées par les équations suivantes : mn sin. $K = ab$; $m^2 - n^2 = a^2 - b^2$, par le moyen desquelles on peut résoudre divers problèmes relatifs à la position des diamètres conjugués.

380. Lorsqu'il s'agit de TRADUIRE EN GÉOMÉTRIE les résultats de l'analyse, on s'appuie principalement sur la similitude des triangles et les propriétés du cercle. Chacun concevra, par exemple, comment on peut tracer sur le papier des lignes

$$AB = \frac{ab}{c},\ CD = \sqrt{a^2+b^2},\ E,F = \sqrt{a^2-b^2},\ GH = \frac{a^2}{b},\ \&c.$$

Si l'on a des expressions de lignes telles que $\overline{IK} = ab$, par exemple, comme une ligne ne peut être égale à une surface qui serait ici exprimée par le produit ab, on y supplée par l'introduction d'une ligne i qui est censée représenter l'*unité* de longueur; ensorte qu'on écrit $\overline{IK} = \frac{ab}{i}$. Nous ne nous étendrons pas davantage sur ce sujet, et nous passerons également sous silence une foule de courbes, dont la discussion nous entraîne-

rait trop loin et qui n'offrent guère d'ailleurs qu'un attrait de curiosité.

381. Dans L'ESPACE, les objets sont rapportés à trois plans rectangulaires, dont les intersections déterminent trois droites, perpendiculaires entre elles, et se coupant en un point commun qu'on appelle l'*origine* des coordonnées. Ces trois droites se nomment *axes* des coordonnées; l'une est l'axe des x, l'autre des y, l'autre des z. Pour fixer les idées, on suppose ordinairement que le plan des x et y est horizontal et que l'axe des z est vertical.

Un point, dans l'espace, est déterminé par ses trois coordonnées : $x=a$, $y=b$, $z=c$; une droite par deux équations représentant ses projections sur deux des plans, telles que $x=az+c$; $y=bz+d$.

De même qu'une ligne courbe est caractérisée lorsque l'on a une équation qui exprime la relation qui doit exister entre les abscisses et les ordonnées de chacun de ses points; de même la nature d'une surface est déterminée quand on a une équation entre les coordonnées x, y, z des points qui lui appartiennent; car en se donnant à volonté les valeurs de deux de ces variables, l'équation fera connaître la valeur de la troisième, et le point dont elles seront les coordonnées sera sur la surface et non ailleurs.

382. Les surfaces se classent en *premier ordre*, *second ordre*, etc. Le plan constitue le premier ordre; il est représenté par l'équation du premier degré :

$$Ax+By+Cz+D=o.$$

L'équation la plus générale des surfaces du second ordre est celle-ci :

$$Az^2+A'y^2+A''x^2+Byz+B'xz+B''xy+Cz+C'y+C''x+F=o.$$

En changeant la direction des coordonnées, sans déplacer leur origine, on peut faire disparaître les termes en yz, xz et xy, et la ramener à celle-ci :

$$Mz^2+M'y^2+M''x^2+Nz+N'y+N''x+F=o.$$

Enfin les surfaces du second degré, qui ont un centre, sont toutes exprimées par l'équation suivante :

$$Mz^2+M'y^2+M''x^2+K=o.$$

383. Si une portion de courbe quelconque, située dans un plan, tourne autour d'une ligne droite, située dans le même

plan (l'axe des abscisses, par exemple) cette courbe engendrera un *solide de révolution*, dont chaque coupe perpendiculaire à l'axe sera un cercle qui aura pour rayon une ordonnée de la courbe.

Si une figure plane ou une courbe fermée, située entièrement d'un même côté de l'axe, vient à tourner autour de cet axe, elle engendrera un solide de révolution *annulaire*.

Les surfaces qui terminent ces solide se nomment *surfaces de révolution*.

384. La *sphère* est engendrée par un demi-cercle tournant sur un diamètre $2a$. Son équation est $z^2+y^2+x^2=a^2$.

L'*ellipsoïde allongé* est engendré par une demi-ellipse tournant autour de son grand axe $2a$. Son équation est $a^2(z^2+y^2)+b^2x^2=a^2b^2$.

L'*ellipsoïde aplati* est engendré par une demi-ellipse tournant autour de son petit axe $2b$. Son équation est $b^2(z^2+y^2)+a^2x^2=a^2b^2$ (ici les x sont pris dans le sens du petit axe).

Le *paraboloïde* est engendré par une demi-parabole tournant autour de l'axe des x. Son équation est $y^2+z^2=px$.

L'*hyperboloïde* est engendré par deux demi-hyperboles tournant autour de l'axe des x. Son équation est $b^2x^2-a^2(y^2+z^2)=a^2b^2$.

Le *cône* est engendré par une droite inclinée sur l'axe des x, suivant un angle dont nous exprimerons la tangente par a et tournant autour de cet axe. Son équation est $z^2+y^2=ax^2$ (L'origine des coordonnées est supposée au sommet du cône.)

Le *cylindre* est engendré par une ligne parallèle à l'axe des x et tournant autour de cet axe, son équation est $y^2+z^2=a^2$. Elle est indépendante de x; et en effet la relation entre y et z subsiste, quelle que soit la valeur de cette coordonnée.

MESURE DES SURFACES.

385. Toute surface peut être comparée à un carré pris pour unité. Le nombre de fois qu'une figure quelconque contient ce carré s'appelle *aire*, *surface* ou *superficie* de cette figure.

L'unité de surface a chacun de ses quatre côtés égal à l'unité de longueur. On lui donne le nom de pied, de toise, de mètre *carrés*, etc., suivant qu'on l'a construit avec un pied, une toise ou un mètre.

Les côtés ou autres lignes de la figure à mesurer s'évaluent en unités de l'espèce que l'on a choisie.

Soit a la base d'un *rectangle*, b sa hauteur. Sa surface sera exprimée par $s = ab$. Si $a = b$, on obtient un carré, alors $s = a^2$.

Si dans un *parallélogramme* on choisit l'un de ses côtés a pour base, et si de l'un des sommets opposés on abaisse sur la base prolongée suffisamment une perpendiculaire b, la surface sera $s = a\,b$.

Soit a l'un des côtés d'un triangle, b la perpendiculaire abaissée du sommet opposé sur cette base prolongée, la surface du triangle est exprimée par $s = \frac{a\,b}{2}$.

Soit a, b, c les trois côtés d'un triangle : faisons $q = \frac{a+b+c}{2}$.

La surface sera aussi représentée par l'expression

$$s = \sqrt{q \times (q-a) \times (q-b) \times (q-c)}.$$

Dans un *trapèze*, soient a et b les deux côtés parallèles, et h la distance perpendiculaire qui les sépare ; on a $s = \frac{a+b}{2} \times h$.

Un *polygone* quelconque se divise en triangles. Sa surface est égale à la somme des surfaces de tous ces triangles.

386. Soit c le côté d'un *polygone régulier* d'un nombre n de côtés ; et a le rayon du cercle circonscrit à ce polygone ; si on représente par s sa surface et par p son périmètre ou contour, on aura généralement :

$$s = n\,a^2 \sin.\frac{180}{n} \cos.\frac{180}{n} = \frac{n\,a^2}{2} \sin.\frac{360}{n} = \frac{n\,c^2}{4} \cot.\frac{180}{n}$$

$$p = 2\,n\,a \sin.\frac{180}{n} = n\,c \text{ d'où } c = 2\,a \sin.\frac{180}{n}.$$

Pour le triangle régulier. . . . . . $s = \frac{c^2\sqrt{3}}{4}$

Pour le carré. . . . . $s = c^2$

Pour le pentagone régulier. . . . . $s = \frac{5\,c^2\,(1+\sqrt{5})}{4\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$

Pour l'hexagone régulier . . . . . . $s = \frac{3c^2}{2}\sqrt{3}$

Pour le décagone régulier. . . . . . $s = \frac{5c^2}{2}\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-1}$

&. . . . . &. . . . .

Ces valeurs se trouvent facilement, en comparant les valeurs de C (nº 259) à l'expression $C = 2a\sin.\frac{180}{n}$ et observant que $\cot.\frac{180}{n} = \frac{\cos.\frac{180}{n}}{\sin.\frac{180}{n}}$.

387. Nous avons dit que pour un cercle dont le diamètre est l'unité, la circonférence avait pour expression $\pi = 3.1415926...$ Or, comme dans les figures semblables, les lignes homologues sont proportionnelles, il s'ensuit que les circonférences des deux cercles sont entre elles comme leurs rayons.

Soient donc c la circonférence d'un cercle et r son rayon ; on a : $c : \pi :: r : \frac{1}{2}$. D'où..... $c = 2\pi r$.

La surface d'un *cercle* pouvant être considérée comme la somme d'une infinité de petits triangles ayant leur base à la circonférence et pour hauteur le rayon r, aura pour expression le produit de la circonférence par la moitié du rayon. Dans cette surface $s = c \times \frac{1}{2} r = \pi r^2$.

Soient a l'arc d'un *secteur* de cercle, r son rayon; sa surface sera : $s = \frac{ar}{2}$.

Soient a l'arc d'un segment, c sa corde, f sa flèche ou perpendiculaire élevée sur le milieu de la corde, r le rayon du cercle. La surface du segment sera : $s = \frac{ar}{2} - \frac{c(r-f)}{2} = \frac{cf}{2} + \frac{r}{2}(a-c)$. (Une valeur approximative de ce même *segment* serait celle-ci : $s = cf\left\{0.50 + 0.285 . \frac{c}{2r}\right\}$).

Connaissant la circonférence c d'un arbre, et l'épaisseur d

d'aubier qu'il faudra enlever tout autour, on trouvera le côté a de la poutre du plus grand équarrissage qui pourra être contenue dans cet arbre, par la formule suivante : $a = c \times 0.225 - d \times 1.414$.

Soient a et b le demi-grand axe et le demi-petit axe d'un ellipse, son périmètre ou contour sera $p = \pi (a+b)$; et sa surface $s = \pi a b$.

388. Lorsqu'un corps solide a une ou deux bases, on appelle *surface convexe* celle de ses faces ou parties latérales et *surface totale* celle de ses bases et de ses faces.

La surface d'un polyèdre irrégulier se mesure en prenant séparément celles de chacune de ses faces et en les ajoutant.

La surface convexe d'un *prisme* droit ou oblique est égale au produit du contour de sa base par sa hauteur. Soient p ce contour, h la hauteur ; $s = p h$.

La surface convexe d'une *pyramide régulière* est égale au périmètre de sa base multipliée par la moitié de la perpendiculaire abaissée de son sommet sur l'un quelconque des côtés de la base ; cette perpendiculaire se nomme *apothéme*. Soient p le périmètre de la base ; h l'apothème ; $s = \frac{ph}{2}$.

Soient r le rayon de la base d'un *cylindre ;* h sa hauteur ; on aura pour sa surface convexe $s = 2 \pi r h$. Si $h = 2 r$, la surface *totale* sera $S = 4 \pi r^2 + 2 \pi r^2 = 6 \pi r^2$

Soient r le rayon de la base d'un *cône ;* h l'apothème, sa surface convexe sera $s = \pi r h$. Si $h = 2 r$, la surface totale sera : $S = 2 \pi r^2 + \pi r^2 = 3 \pi r^2$; dans ce cas le cône est *équilatéral.*

Soient a et b les rayons des deux bases d'un *cône tronqué*, h ce qui reste de son apothème ; l'expression de la surface convexe sera : $s = \pi h (a + b)$.

389. Soit r le rayon d'une *sphère ;* on aura pour sa surface totale : $s = 4 \pi r^2$; c'est-à-dire, quatre grands cercles. Le cylindre circonscrit à cette sphère aura même rayon ; sa surface totale sera donc $6 \pi r^2$. Le cône équilatéral circonscrit à la même sphère aura pour rayon $a = r \sqrt{3}$. Donc, sa surface totale est $3 \pi a^2 = 9 \pi r^2$.

Ainsi les surfaces totales de la sphère, du cylindre circonscrit et du cône équilatéral circonscrit sont entre elles comme les nombres 4, 6 et 9.

390. Toute *zone sphérique* à une ou deux bases, a pour mesure la hauteur de cette zone multipliée par la circonférence d'un grand cercle. Soit donc h cette hauteur, on aura $s = 2 \pi r h$.

Et si $h = 2r$ on obtient $s = 4\pi r^2$. Ce qui comprend en effet toute la surface de la sphère.

La surface d'un *fuseau* est égale au produit du diamètre de la sphère, par l'arc correspondant à l'angle du fuseau. Soit a cet angle; l'arc sera représenté par ra et la surface $s = ra \times 2r = 2ar^2$. Exprimons par A l'angle droit ou le quart d'une circonférence dont le rayon serait l'unité, on a les expressions équivalentes $4\,A = 4 \times 90° = 2\pi$. Donc, dans la formule ci-dessus, lorsque $a = 2\pi$, on obtient $s = 4\pi r^2$: ce qui devait, en effet, avoir lieu.

Tout triangle sphérique est équivalent à un fuseau dont l'angle est égal à la moitié de l'excès de la somme de ses trois angles sur deux angles droits. Soient donc a, b, c les angles d'un triangle, q leur somme. Le triangle sphérique sera équivalent au fuseau dont l'angle a pour mesure $\frac{q-\pi}{2}$ et dont l'arc $= r\left(\frac{q-\pi}{2}\right)$. Donc sa surface sera : $s = r\left(\frac{q-\pi}{2}\right) \times 2r = r^2(q-\pi)$. Dans un triangle *tri-rectangle* $a = b = c = 90° = \frac{\pi}{2}$. Donc $q = \frac{3}{2}\pi$ et $s = \frac{\pi r^2}{2}$; ce qui est effectivement la huitième partie de la surface totale de la sphère.

En général, la surface d'un polygone sphérique quelconque est exprimée par la formule suivante, où r et q ont la même signification que précédemment et où n représente le nombre de côtés. $S = r^2\{q - \pi(n-2)\}$.

391. Soit r le rayon de la sphère inscrite à un polyèdre régulier ; a le côté de l'une de ses faces qui sont (comme l'on sait) toutes égales ; on aura :

1° Pour la surface du trétraèdre. . $s = a^2\sqrt{3}$

2° Pour celle de l'hexaèdre . . . . $s = 6a^2$

3° Pour celle de l'octaèdre . . . . $s = 2a^2\sqrt{3}$

4° Pour celle de l'icosaèdre . . . . $s = 5a^2\sqrt{3}$

5° Pour celle du dodécaèdre. . . . $s = 15a^2 \times \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$

Nous avons dit à l'article *géométrie*, que les rayons de sphère correspondants à ces divers polyèdres sont, en suivant le même ordre, 1°.... $r = \frac{a}{2\sqrt{6}}$ .... 2°.,.. $r = \frac{a}{2}$ .... 3°.... $r = \frac{a}{\sqrt{6}}$ .... 4°.... $r = \frac{a\sqrt{3}}{6} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ .... 5°.... $r = a \times \frac{1+\sqrt{5}}{5-3\sqrt{5}}$. Au moyen de ces valeurs et des formules précédentes, on peut donc obtenir l'expression des surfaces en fonction des rayons des sphères inscrites aux polyèdres.

392. Nous reparlerons des surfaces aux articles : *mesure des solides*, *calcul intégral* et *centres de gravité*. Nous terminerons celui-ci par une observation assez importante. Dans sa mesure des voûtes, Rondelet se confie, pour celle d'un *demi-sphéroïde*, à une formule trouvée par un certain M. Senès, en 1719. Le demi-sphéroïde étant censé construit sur une circonférence de cercle de rayon $= r$, et sa hauteur ou demi-petit axe de l'ellipse verticale étant h, on aurait, selon M. Senès : $s = 2\pi r\sqrt{rh}$. Comme cette expression devient $2\pi r^2$ lorsque $h = r$, Rondelet en conclut, trop précipitamment, qu'elle est parfaitement exacte, bien qu'elle soit réellement erronée.

En effet, soit a, b et h les trois demi-axes d'une ellipsoïde quelconque, nous prouverons plus tard que sa surface totale doit être exprimée par la formule suivante : $s = \frac{2}{3}\pi (ab + ah + bh)$. Si $a = b = r$, $s = \frac{4}{3}\pi (r^2 + 2rh)$. Si, enfin, $h = a = b$, $s = \frac{4}{3}\pi \times 3r^2 = 4\pi r^2$ ce qui est le cas de la sphère. Mais dans celui considéré par Rondelet, il faut $s = 2\pi r\left(\frac{r+2h}{3}\right)$ et non $s = 2\pi r\sqrt{rh}$. La célébrité, justement méritée, de ce savant architecte nous faisait un devoir de rectifier cette erreur.

GRIVET, capitaine du génie.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

SUR LES TROUPES A CHEVAL.

En cherchant à se rendre compte des diverses phases sous lesquelles on peut le mieux apprécier l'arme de la cavalerie, on est conduit à reconnaître qu'il faut, pour la bien juger, examiner : 1° *sa composition;* 2° *son instruction;* 3° *sa discipline;* 4° s'assurer enfin *si elle est aguerrie et formée à toutes les habitudes de la vie des camps.*

Ce sont bien là, je crois, les quatre principales divisions sous lesquelles il convient d'envisager la cavalerie (1); et celles qui peuvent le mieux faire connaître son degré d'importance et de supériorité.

Si toutes les qualités qui ressortent de ces distinctions se trouvaient réunies, nul doute que la cavalerie n'eût atteint son plus haut degré de perfection et l'apogée de sa puissance. Mais une telle troupe n'appartient, à certains égards, qu'au beau idéal; il est à peu près impossible aujourd'hui de lui assurer un rang aussi distingué. Cela tient à plusieurs causes qu'il serait facile de déduire, mais surtout à sa force numérique, qui, nécessairement, doit rendre moins rigoureux sur le choix de ses éléments.

(1) Ceci peut également s'appliquer aux autres troupes.

Ces éléments pourraient être généralement meilleurs qu'ils ne le sont; mais il y a impossibilité, vu le nombre d'escadrons reconnus nécessaires, de les rendre ce qu'ils devraient et pourraient être. Trop d'obstacles s'y opposent pour que l'on puisse seulement y songer. Néanmoins, comme je l'ai déjà dit ailleurs, il y aurait des moyens aussi simples qu'énergiques d'introduire à cet égard, *dans notre système de recrutement*, de notables améliorations, améliorations vivement désirées et qui seraient loin d'être impossibles.

L'instruction est généralement assez bonne, bien qu'il soit aisé de distinguer celle dont la supériorité est due aux chefs de corps, qui, dans l'application des règlements, ordonnances et prévisions de toute espèce, font preuve de cette sagacité si nécessaire, si recherchée et si féconde en heureux résultats.

On ne pense pas néanmoins que l'instruction soit parvenue au point où elle pourrait arriver, eu égard surtout à la marche des idées actuelles et des perfectionnements qui distinguent notre nouvelle ère. Cela viendra avec le temps, on doit du moins l'espérer, et l'on reconnaîtra enfin l'urgence de certaines améliorations réclamées par l'expérience et le simple bon sens, améliorations qui seraient autant dans l'intérêt de l'armée que du gouvernement et de la prospérité générale.

Il en est de même de *la discipline* dont la rigueur est trop souvent appliquée à contre-sens, et produit dès lors un effet tout contraire à celui qu'on se propose. Nul doute que la discipline ne doive être forte, exacte, permanente et soutenue; mais elle doit être en même temps dégagée de ces à-coups qui la ruinent, de ces non-sens qui l'embarrassent et la minent; et son action doit s'a-

dresser bien plutôt au moral, à l'entendement, à la raison du soldat, qu'à faire triompher un système routinier de répression, qui est loin d'intéresser la véritable fibre que l'on doit particulièrement s'attacher à faire vibrer.

C'est de la combinaison bien entendue des moyens répressifs, doux et rigoureux, c'est surtout à la faveur d'un certain tact, qui se révèle mieux qu'il ne se définit, que l'on a droit d'attendre du soldat français de bons et précieux résultats; mais on doit le faire remarquer, nous sommes loin encore, sous ce rapport, d'être parvenus au point nécessaire.

Pour ce qui est *des habitudes de guerre*, ce n'est véritablement qu'en présence de l'ennemi que se forment les bonnes troupes. Elles ne peuvent être aguerries qu'après avoir traversé une longue carrière de vicissitudes, de combats, de privations; et enfin avoir acheté à leurs risques et périls, par des travaux de toute espèce des défaites et des succès, cette indispensable expérience et cette fermeté qui distinguent le brave et lui donnent ce caractère particulier, cette physionomie exceptionnelle qui rehausse si bien l'uniforme.

Il y aurait de longs développements à fournir sur ces divers titres : ils seraient susceptibles de faire naître un vif intérêt et d'appeler une sérieuse attention. Nous pourrons peut-être ultérieurement y revenir; en attendant, cherchons du moins à faire apprécier les principales nuances qui ressortent des quatre principaux points de vue sous lesquels il convient d'envisager les troupes à cheval; on y trouvera peut-être quelque sujet d'instruction; et si les résultats que nous proposons sont au-dessus de nos efforts, nous espérons du moins qu'on nous tiendra compte de notre bonne volonté et du motif qui nous inspire ces faibles lignes.

Nul doute que la *composition*, *l'instruction*, *la discipline* et *les habitudes de guerre* n'influent, de la manière la plus directe et la plus énergique, sur l'existence des troupes à cheval; elles sont donc plus ou moins imposantes, selon qu'elles réunissent à un degré plus ou moins élevé, les qualités qui ressortent de ces divers titres. Mais il est rare que ces qualités puissent, par une heureuse réunion, se prêter un mutuel appui : une troupe de cavalerie, bien que *militairement composée*, peut se trouver privée des autres avantages, tout comme aussi elle peut être *instruite*, ou *disciplinée*, ou *aguerrie*, sans être pourvue des autres moyens de succès. C'est, on le répète, de la simultanéité de leur concours que surgit, dans tout son éclat et sa perfection, la suprématie des troupes à cheval.

Une cavalerie mal composée pourra bien, à la faveur des autres moyens de réussite, parvenir à un certain degré de prospérité, mais elle n'atteindra jamais le point le plus élevé de la perfectibilité.

Une troupe bien composée, au contraire, avec le seul levier de la discipline, pourra successivement acquérir, avec les habitudes de la guerre, une instruction convenable et appropriée à la nature des choses. Il ne s'agit point ici de cette instruction compassée, vétilleuse, essentiellement correcte et suivie, qui ne s'acquiert qu'au sein de la paix, sur *le tapis d'un terrain d'exercice;* mais de cette instruction pratique, inspirée par les lieux et les événements même, instruction profondément sentie, raisonnée et susceptible de conduire aux grandes actions. Cela ne veut pas dire que l'instruction des garnisons ne soit pas utile et même nécessaire : mais on pourrait, à la rigueur, s'en passer jusqu'à un certain point, si les

troupes étaient animées d'un bon esprit, si elles éprouvaient l'action d'une forte discipline, et si d'ailleurs elles étaient pénétrées du sentiment de leur *bonne composition*.

Une cavalerie, médiocrement composée, pourra bien sans doute parvenir à se plier, à certains égards, aux habitudes de guerre; mais le principal mobile de succès lui manquera : l'*âme* qui distingue si bien les troupes françaises et qui les met, sous le rapport de *l'amour-propre*, de *l'élan* et *d'une certaine finesse de tact*, infiniment au-dessus de toutes celles des armées étrangères.

En accordant à une cavalerie quelconque une composition exempte de reproche et une bonne discipline, cette cavalerie peut encore être *manœuvrière* (1) ou *ne l'être pas*, tout comme elle peut *être aguerrie* ou *n'avoir jamais vu l'ennemi*.

Il ne sera pas sans intérêt de faire ici apprécier les nuances très-sensibles qui existent entre ces diverses espèces de troupes, nuances dont la dégradation va à l'infini et qu'il n'appartient qu'au militaire d'expérience de saisir, d'analyser, pour en tirer le parti le plus convenable.

Il est sans doute urgent et avantageux, sous tous les rapports, de profiter pour les troupes des loisirs de la paix, de les instruire, de les former, autant que possible, au métier des armes, afin de leur préparer les moyens d'a-

(1) On entend ici par manœuvrière une troupe qui excelle dans les diverses évolutions prescrites par l'ordonnance, sous le rapport du savoir, de la précision, de la dextérité et de la prestesse, etc. Une troupe peut ne pas posséder cette perfection et exécuter convenablement néanmoins les principaux mouvements qui concourent aux diverses formations; mais nous n'accorderons pas à cette dernière la qualification de manœuvrière.

border l'ennemi avec les plus belles chances possibles de réussite; mais toutes les prévisions imaginables n'arriveront jamais, selon nous, à faire marcher de pair une troupe instruite mais non aguerrie, avec une troupe aguerrie, qui, en raison même du long état de guerre où elle s'est trouvée, aurait perdu ou négligé une partie de l'instruction qu'elle aurait acquise en garnison.

La différence est frappante, et tout habile homme de guerre en tiendra nécessairement compte. Une troupe aguerrie, ainsi que d'ailleurs l'expérience le prouve, l'emportera infiniment et d'une manière décisive sur celle qui ne serait que manœuvrière, car il faut reconnaître que cette dernière perd insensiblement en campagne ce qu'elle a pu acquérir d'ensemble et de précision dans son instruction de paix, et qu'elle ne récupère point aussi vite qu'on pourrait le penser, en habitudes de guerre, ce qu'elle a perdu d'ailleurs.

Ces habitudes sont d'autant plus difficiles à contracter que les conjonctures de guerre sont plus dissemblables entre elles, conséquemment moins faciles à saisir et à dominer. C'est de cette foule innombrable de circonstances, variées à l'infini, qui ont donné lieu à tant de prévisions, que se forme la judiciaire du militaire consommé, et qu'il parvient à savoir se conduire dans toutes les phases de sa carrière aventureuse. Son apprentissage est pénible, il coûte quelquefois fort cher et exige autant de pénétration que de coup-d'œil, de ténacité et de persévérance.

Au bout de fort peu de temps d'une guerre animée, la plupart des résultats obtenus en garnison, sous les rapports d'instruction principalement, s'effacent insensiblement sans qu'on puisse même, à certains égards, en découvrir les moindres traces; mais ils sont efficacement

remplacés par ceux que donne l'habitude d'affronter les chances qui s'offrent sous tant de formes diverses, résultats d'autant plus précieux qu'ils sont plus rares et le produit de pénibles travaux, de fréquents combats et de dangers de toute espèce.

Il y a si loin d'une troupe aguerrie à celle qui ne l'est pas, que l'on ne conçoit pas que l'on ait jamais pu établir entre elles le moindre parallèle; ce n'est jamais le cœur qui a manqué au jeune soldat qui a déjà fait un stage sous les drapeaux durant une paix profonde, ou qui vient seulement de s'éloigner du toit paternel; il peut en avoir autant que le vétéran vieilli au sein des alarmes et des batailles; mais c'est peu que d'avoir du cœur, de l'énergie, de l'ardeur, de l'âme, il faut encore que ces vertus militaires, essentielles, indispensables, soient rehaussées par ce calme, ce sang-froid et cette sorte d'impassibilité qui dominent toute préoccupation contraire au bien du service et rendent propre à s'acquitter avec distinction des rigoureux devoirs qu'on a à remplir. Et ce n'est qu'en sortant victorieux des vicissitudes les plus compliquées, que l'on peut y parvenir.

Ces qualités doivent être l'apanage de tout ce qui a l'honneur de porter l'uniforme, mais elles doivent être plus ou moins développées en raison du grade dont on est investi.

Il n'est aucun militaire ayant un peu vieilli sous le harnais, qui n'ait payé le tribut de son inexpérience : il a nécessairement traversé un long et pénible noviciat, et n'a pas été exempt de ces premières impressions de surprise plus ou moins fortes, au premier temps où il a vu l'ennemi. Insensiblement, il s'est endurci et accoutumé à la vie cosmopolite des camps; il est parvenu à dominer

les moments les plus critiques, à en saisir toute la portée, à en tirer parti, et enfin *à devenir soldat.*

Une jeune armée, quelque manœuvrière qu'elle soit, peut être comparée au jeune militaire qui n'a point encore affronté les hasards de la vie guerrière : les mêmes impressions agissent dans le principe, sur ses masses, sur son moral et sur toutes ses opérations, bien que sa composition et sa discipline ne laissent rien à désirer.

Mais, objectera-t-on, n'a-t-on pas vu dans le cours de nos mémorables campagnes, une multitude de jeunes soldats, sortis à peine de leurs foyers, se montrer les dignes émules de leurs devanciers dans la carrière des armes, et prouver que la plus brillante valeur et d'immortels exploits *n'attendent pas le nombre des années?* Cela est parfaitement vrai et remarquable; mais il faut observer que ces jeunes militaires étaient agrégés à un noyau de vieilles troupes dont ils subissaient l'irrésistible influence et dont l'exemple et l'expérience leur commnniquaient cette impulsion électrique si fertile en heureux résultats. Ils étaient conséquemment encouragés, guidés dans leurs travaux et protégés par la puissance des antécédents de leurs glorieux frères d'armes. Mais que l'on compare cet état de choses avec une armée dont aucune fraction n'est aguerrie, et l'on trouvera une immense différence.

Qu'on ne croie pas néanmoins que ces observations, suggérées par les faits accomplis, observations qui ne sont que des généralités, soient au désavantage de notre jeune armée; ici il est essentiel d'expliquer nettement sa pensée.

Empressons-nous donc de faire remarquer que, généralement parlant aujourd'hui, les armées européennes sont à peu près de niveau sous les rapports d'expérience, de composition, d'instruction et de discipline; que, sous

ces divers points de vue, nous n'avons rien à envier à nos voisins, car, de même que nos troupes, les armées étrangères se sont renouvelées plusieurs fois dans une période de paix assez soutenue et assez longue (1), ce qui établit à cet égard une similitude parfaite. Mais cette parité disparaît totalement, au grand avantage de nos troupes, si l'on considère le caractère original de celles-ci ; l'amour-propre, l'esprit qui les anime, leur intelligence, leur élan, et si l'on tient compte surtout du prestige dont les entoure surtout le génie du commandement. Tout en rendant pleine justice aux officiers qui ont honoré et jettent encore un vif éclat sur les armées étrangères, on ne nous contestera pas de jouir au moins des mêmes avantages ; mais ces avantages acquièrent une bien autre importance chez l'officier français, en raison du caractère qui le distingue et de la qualité des troupes qu'il est appelé à diriger.

Revenons aux généralités.

Nul doute qu'il ne faille profiter des loisirs de la paix pour instruire les troupes, principalement celles à cheval ; nul doute aussi que les évolutions que celles-ci sont appelées à connaître et à pratiquer, bien qu'inutiles pour la plupart en présence de l'ennemi, ont du moins cet avantage qu'elles forment le coup d'œil, accoutument à une certaine précision et à un ensemble indispensable aux opérations militaires de quelque genre qu'elles soient. D'ailleurs, qui peut plus peut moins ! Une cavalerie familiarisée avec

(1) Les guerres momentanées qu'ont eues à soutenir les Russes, d'abord contre les Perses, et plus tard contre la Porte-Ottomane et les Polonais, ne nous feront pas revenir de notre assertion, non plus que les expéditions que nous avons dirigées en Espagne, en Morée, en Afrique, etc.

toute sorte de mouvements (1), dont quelques-uns sont assez compliqués, aura infiniment plus de facilité d'exécuter avec à-plomb, aisance et célérité, les manœuvres plus simples qui sont en usage en campagne. Il est donc d'une sage prévision de donner tout l'essor possible à l'instruction régimentaire, en lui imprimant surtout la direction la plus favorable aux habitudes de guerre, but principal, on pourrait même dire unique, où doivent tendre les plus persévérants efforts.

Une cavalerie formée de longue main à tout ce qu'elle est susceptible d'acquérir, aura un avantage immense, quand viendra l'heure du danger, sur celle qui ne réunirait que faiblement ces éléments de succès, bien que celle-ci puisse à la longue parvenir à s'aguerrir.

Il résulte de ces diverses observations, auxquelles on pourrait en ajouter une infinité d'autres, que, de deux sortes de cavaleries qui n'ont point encore fait la guerre, celle qui est manœuvrière serait infiniment supérieure à celle qui ne l'est pas au moment d'entrer en campagne; mais que les troupes à cheval aguerries l'emportent de beaucoup encore sur la cavalerie manœuvrière qui n'aurait point encore aperçu l'ennemi; comme il suit également de ces réflexions qu'une cavalerie à la fois manœuvrière et aguerrie, jouissant d'ailleurs de tous les autres éléments de réussite, est la meilleure de toutes.

Il est rare qu'à la suite de plusieurs campagnes la dis-

(1) Il est des colonels qui, renchérissant sur l'ordonnance, imaginent encore et font exécuter des manœuvres qui peuvent être utiles au besoin. Ceci loin d'être un mal est selon nous un grand bien, on sort ainsi les troupes de la routinière uniformité, et on les prépare à la guerre.

cipline ne soit pas un peu relâchée sous certains rapports, ce qui, nécessairement, devrait nuire à l'ensemble des mouvements et manœuvres que l'on est dans le cas d'exécuter en présence de l'ennemi. Et néanmoins on a pu se convaincre, particulièrement durant les dernières campagnes de l'empire, que la grande expérience qu'avaient acquise nos cavaliers, tenait bien souvent lieu de cette forte discipline, premier mobile de succès, et de cette régularité et précision dans les manœuvres, qui ne s'obtiennent généralement que dans les garnisons.

C'est ainsi que nous avons pu remarquer maintes fois qu'au moment d'une attaque un peu sérieuse le silence se rétablissait spontanément dans les rangs, comme par une sorte d'enchantement et d'instinct naturel, ce qui était incontestablement dû à la force de l'habitude et à la nécessité d'entendre le commandement. Les hommes composant les escadrons, sous l'influence du prestige qui les avaient fait vaincre tant de fois, apportaient un soin tout particulier à conserver l'alignement et l'ensemble qu'ils reconnaissaient leur être si nécessaires, et ils arrivaient généralement sur l'ennemi avec un à-plomb, une aisance, un calme et un élan si extraordinaires et si imposants, qu'il était évident que de tels résultats ne pouvaient être dus qu'à une expérience raisonnée, acquise au sein des conjonctures les plus diverses, les plus orageuses et les plus compliquées.

Il ne sera point inutile de reproduire ici, à cette occasion, un fait, entre tant d'autres, qui appuyera victorieusement ce qui vient d'être dit.

Les 17e et 27e régiments de dragons, formant la brigade Lallemand, très-faibles sous les rapports numériques (ils comptaient à peine en tout quatre escadrons), mais

forts de leur composition, de leurs antécédents et de leur expérience, se sont trouvés en Estramadure, près de Valencia-de-las-Forres, dans une position des plus aventurées, en avant d'un long défilé qu'il fallait absolument franchir en cas de retraite. Attaqués tout-à-coup par de la cavalerie anglaise en force infiniment supérieure (ayant encore pour elle l'initiative), le général, en homme de guerre consommé, essaya d'abord de repasser le défilé dont il s'agit; mais l'ennemi ne lui en ayant pas laissé le temps, il arrêta subitement sa colonne qui fit rapidement face à l'ennemi et le chargea avec une telle audace, une telle prestesse et un tel à-propos, que l'ennemi surpris, déconcerté et rompu de toutes parts, ne trouva plus son salut que dans une retraite précipitée où régnait le plus complet désordre, laissant un grand nombre de morts sur le terrain; ses blessés furent en proportion; nombre de prisonniers et de chevaux, trophées de cette brillante rencontre, restèrent en notre pouvoir.

M. le général Lallemand, dans cette circonstance grave, a montré, comme toujours, une présence d'esprit, une fermeté et une valeur qui ne peuvent être comparées qu'à l'héroïque conduite de ses troupes, dont la confiance en leur général était aussi entière que justement méritée.

On le voit, il se présente des circonstances qui ne peuvent rigoureusement être dominées que par une cavalerie essentiellement aguerrie, sous les auspices d'un commandement énergique. Une troupe non aguerrie, bien que manœuvrière, eût-elle été encore mieux commandée, n'eût certainement pas montré l'attitude des régiments de dragons précités; tout militaire d'expérience en appréciera le motif et n'élèvera aucun doute à cet égard.

Cela est tellement vrai, qu'un général habile se gar-

dera bien de risquer certains actes d'audace avec la première cavalerie venue; il y a nécessité, pour réaliser certaines conceptions, à ce que la confiance du chef dans sa troupe soit un garant assuré de succès; de même qu'il doit y avoir réciprocité de confiance de la part de la troupe vis-à-vis de celui qui la commande. Sans cette réciprocité indispensable, on ne fait rien de bien à la guerre. Mais cette confiance si essentielle ne peut s'établir qu'à la longue; les livres et la volonté n'y peuvent rien; elle ne se commande pas, il s'agit de l'inspirer, et ce n'est qu'en fournissant des preuves multipliées qu'on en est digne, qu'on parvient à l'obtenir. Elle est souveraine alors et peut conduire aux plus étonnants prodiges.

Bien qu'une cavalerie, privée en totalité ou en partie des éléments qui caractérisent les bonnes troupes, puisse avoir une facheuse influence sur les opérations militaires en général, il est incontestable qu'il y a infiniment moins d'inconvénients à la placer sous les ordre d'un chef habile, que de la soumettre au commandement d'un officier ordinaire, dépourvu de certains moyens et incapable de conceptions un peu relevées.

Dans le premier cas, les troupes, obéissant à l'action de celui qui les dirige, pourront encore, nonobstant leur infériorité, dominées qu'elles seront par de sages et militaires dispositions, accomplir de brillantes destinées; car l'énergie du commandement les rapprochera du niveau des meilleures troupes, si surtout l'à-propos qui doit les mettre en action, devient le principal mobile de leurs opérations.

Dans le second cas, au contraire, on n'oserait se flatter d'obtenir des résultats satisfaisants, et la meilleure cavalerie même ne saurait rien tenter de fructueux ni de re-

marquable, subjuguée qu'elle serait par une pernicieuse influence dont toute la première elle apprécierait bientôt le désavantage, le vice et la désastreuse portée ; car il n'y a que des malheurs et des échecs à attendre d'un chef dépourvu de ce tact militaire qui ne se trompe jamais, et de ce coup-d'œil hardi et subtil qui révèle, enfante les héros, et dont l'absence n'induit qu'à des défaites et ne provoque que des revers.

Ces vérités incontestables, mais trop souvent méconnues, prêtent à de sérieuses réflexions et conduisent à désirer que les troupes à cheval ne soient jamais confiées qu'à des officiers capables, attendu que le service qu'elles sont appelées à réaliser ne comporte ni tiédeur, ni apathie, ni médiocrité. L'officier de cavalerie, quelque grade qu'il occupe, doit conséquemment être chef dans toute l'acception du mot, et ce serait nier son influence sur les opérations de guerre tant soit peu sérieuses, que de lui refuser la latitude, la sphère d'activité et l'importance qui ressortent de sa position.

Cependant, l'importance de la cavalerie est généralement méconue en France, où néanmoins les bonnes idées militaires ne cessent de se faire jour. Cela tient-il à l'embarras de choisir parmi les meilleures combinaisons, à notre légèreté nationale, à notre propension à ne douter de rien, à cette dangereuse imprévoyance qui nous pousse comme, à notre insu, à ne nous occuper des choses les plus sérieuses qu'au moment où il y a impérieuse nécessité de s'y livrer ; ou bien à cette versatilité originelle qui n'admet ni fixité, ni passé, ni lendemain ? Je ne sais. Quoi qu'il en soit, il y a infiniment à dire sur l'ensemble et les détails qui constituent le régime actuel de notre cavalerie, non qu'elle ne soit pas formidable, imposante et supérieure

même, sous certains rapports, à celles de nos voisins, mais parce qu'il ne suffit pas d'assurer aux troupes à cheval une certaine prépondérance sur les cavaleries étrangères les mieux organisées, et qu'il faut encore tirer le meilleur parti des moyens qu'on a à sa disposition, pour chercher à se surpasser soi-même, s'il est possible, et imprimer à jamais à nos armées cette fière et redoutable attitude, gage de sécurité pour la patrie et le présage le plus certain de la victoire.

CH. DE TOURREAU,

Capitaine de cavalerie en retraite.

SUR LES FUSILS A PERCUSSION

DANS LE WURTEMBERG ET EN BAVIÈRE.

On lit les deux articles suivants dans les nos 28 et 40 de l'Allgemeine Militär-Zeitung, pour 1836.

« Ulm, 20 mars.—Son altesse le duc Henri de Wurtemberg a imaginé un fusil à percussion d'un système entièrement nouveau, dont l'extrême simplicité de la platine mérite véritablement l'admiration ; cette platine n'a ni grand ressort, ni noix, ni gâchette. A l'aide d'une manipulation particulière des plus faciles, tout soldat exercé est en état de charger huit à dix fois en une minute. La grande simplification du mécanisme, aussi bien que le bas prix de cette nouvelle invention, feraient désirer qu'elle fût rendue publique, afin que les grands avantages d'une telle arme pussent en déterminer l'adoption. Son altesse a pareillement inventé une nouvelle espèce de *talon* à la noix (*Stutzer*), qui a pour les tireurs de grands avantages, et cela non-seulement à cause de la rapidité du chargement, mais encore sous le rapport de la force du coup et de la suppression de tout danger qui a lieu dans les fusils à percussion ordinaires. »

« Munich, 8 mai. — La Bavière n'est pas restée stationnaire au milieu du mouvement général qui, dans toutes les armées et principalement en Allemagne, donne lieu aux expériences que l'on fait pour apprécier le mérite des inventions et améliorations proposées dans la construction

des armes à feu portatives, et notamment de celles qui sont relatives à l'emploi des amorces fulminantes, expériences par lesquelles on prépare graduellement l'introduction de cette innovation dans l'armement des troupes. »

« Depuis 1833, il existe à Munich, dans la 1re division de l'armée, une commission composée d'officiers réunissant à l'expérience des connaissances en technologie. Depuis sa formation, cette commission, présidée par M. le major comte Verry, a préparé et fait exécuter par les plus habiles tireurs une suite non-interrompue d'épreuves qui ont produit un grand nombre de résultats comparatifs sur le plus ou moins de bonté des amorces fulminantes ordinaires, du fusil-Robert, du fusil à *aiguille d'amorce* (Zündnadelgewehr), et de la platine liégeoise. Jusqu'à présent, l'opinion qui s'est formée à la suite de ces expériences parmi le plus grand nombre des militaires, continue d'être en faveur de la capsule ordinaire, surtout en supposant que la cartouche proposée par le capitaine Hügler, de la garde royale (chasseur des plus adroits), cartouche à laquelle la capsule est fixée, présente les mêmes avantages dans la fabrication en masse qu'elle en présente dans l'exécution du chargement. »

« Dans ces derniers temps, les expériences dont nous parlons ont été étendues à la platine-Console. Cette disposition, déjà bien des fois éprouvée dans l'armée autrichienne et qui doit y être provisoirement introduite (toujours comme moyen d'épreuve) dans des corps entiers de chasseurs, n'a rencontré dans cette arme d'autres adversaires qu'un grand nombre d'officiers attachés aux salles d'artifices, et quelques employés d'administration, fondant leur opposition sur ce qu'il a été reconnu que la fabrication d'un nombre déterminé de cartouches-Console,

exigeait un temps et un nombre d'hommes presque double de ceux qui suffisent à la fabrication d'un pareil nombre de cartouches ordinaires, sans compter qu'elles consomment une plus grande quantité de matières. »

Cette platine a été apportée en Bavière des frontières de la Bohême où elle avait été employée à l'usage de la chasse par un ancien officier bavarois (B. Junker) retiré dans ses propriétés. Elle a servi à en construire de semblables, d'une part à Ratisbonne dans le 4e régiment d'infanterie en garnison dans cette place, et d'une autre à la manufacture royale d'armes d'Amberg. Après avoir reçu quelques améliorations dues principalement à Kuchenreuter de Ratisbonne (fabricant de pistolets renommés), elle n'a pas tardé à fixer sur elle l'attention d'officiers expérimentés.

En même temps que l'on en faisait des épreuves dans les deux villes précitées, le colonel Haren du 4e d'infanterie avait, par l'entremise d'un officier d'état-major, donné connaissance de la platine perfectionnée, au propriétaire de ce régiment, lieutenant-général de Théobald, commandant la 4e division de l'armée à Wurtzbourg. Celui-ci fit faire de son côté, à ses frais, une suite d'épreuves de ces mêmes platines, et ces nouvelles expériences, dirigées par M. le lieutenant Kapp, du 12e d'infanterie Roi Otto, amenèrent de nouveaux perfectionnements d'une certaine importance : telle est entre autres une modification de la fusée d'amorce (Zündrörchen), proposée par M. le premier lieutenant baron Gumppenberg (adjudant divisionnaire). Il résulte de cette modification que la forme ronde aplatie substituée à la forme primitive plate angulaire, et par suite la suppression de la rainure au canal d'amorce facilite singulièrement dans tous les cas l'introduction de

la fusée. Il a été reconnu en outre qu'en n'employant que la poudre fulminante seule au chargement de la fusée d'amorce, au lieu d'y mettre en même temps de la poudre à tirer, la flamme plus vive que l'on obtient servait à prévenir toute espèce de ratés. Par suite de ces modifications et d'autres encore, les épreuves de Wurtzbourg se trouvèrent à tel point favorables qu'elles fixèrent l'attention toute particulière, même de M. le feld-maréchal autrichien, comte Walmoden, qui se trouvait là, et qui fit exécuter un modèle de la platine-Console modifiée du 12ᵉ d'infanterie Roi Otto pour servir aux épreuves qu'il se proposait d'en faire dans son corps d'armée en Italie.

Aussitôt après les résultats satisfaisants des épreuves susmentionnées de Ratisbonne et d'Amberg, et pendant que celles de Wurtzbourg continuaient d'avoir lieu, un officier du régiment d'infanterie Théobald (le premier lieutenant Angerer), fut chargé d'exposer, dans des leçons faites à Munich, les résultats obtenus touchant la construction de la platine et de la fusée d'amorce, la manipulation de la poudre fulminante et la fabrication des cartouches; ces leçons, d'un officier parfaitement au courant de la nouvelle disposition, ainsi que les fusils modèles envoyés de Ratisbonne et d'Amberg, et accompagnées de notes de la commission technologique, eurent bientôt instruit quelques sous-officiers et soldats d'une manière rationnelle dans tous les détails de la manipulation.

Telles sont les bases sur lesquelles reposent maintenant les expériences ultérieures ordonnées par la commission technique de Munich, expériences dont les résultats définitifs ne sauraient longtemps se faire attendre. A en juger par la tendance éclairée des sommités militaires de la Bavière, on a lieu d'espérer que ces résultats ne resteront

pas entièrement soustraits à la connaissance du public militaire, qu'ils serviront à étendre les notions théoriques et pratiques sur la science des armes ; et que bientôt l'intérêt qui s'attache à toutes les expériences pratiques du domaine des inventions et améliorations récentes relatives aux armes, se répandra dans toute l'armée, pénétrera dans tous les régiments, comme une branche essentielle de l'instruction des jeunes officiers, sous-officiers et cadets, comme déjà cela a lieu depuis peu dans la 3e division à Nuremboug, et doit avoir lieu incessamment dans les garnisons de la province rhénane.

Dans tous les cas, ces exercices d'épreuve et les recherches qui l'y rattachent, satisfont à un besoin depuis longtemps senti dans l'infanterie bavaroise, et au vœu d'un grand nombre d'officiers expérimentés, en ce qu'elles donnent à l'instruction, tant militaire que scientifique, une direction plus pratique : la vue et le maniement des objets apprend à les connaître et à s'en servir beaucoup mieux que ne peuvent jamais le faire des livres et des dessins ; et par suite, indépendamment des collections d'armes à feu d'infanterie du conservatoire général. Indépendamment de la direction d'artillerie de Munich et de la manufacture d'armes d'Amberg, les différentes subdivisions de l'infanterie et de la cavalerie auront à leur portée, à côté des bibliothèques qui se trouvent partout, de petites collections de modèles représentant les plus récentes améliorations des armes à feu.

ANNONCES.

Chez M. F. G. Levrault, éditeur, rue de la Harpe, 81, à Paris; même maison, rue des Juifs, 33, à Strasbourg :

Aide Mémoire à l'usage des officiers d'artillerie. Un vol. in-8° avec planches. Prix : 5 fr. seulement pour MM. les officiers d'artillerie qui en font la demande directe à la librairie Levrault.

Règlement sur les manœuvres et les évolutions des batteries attelées, approuvé par le roi le 12 mars 1836. In-32 cartonné. Prix : 75 c.

Règlement provisoire sur l'instruction à pied et à cheval dans les régiments d'artillerie, approuvé le 15 juillet 1835 par M. le ministre de la guerre. 2 vol. n-32 cartonnés, avec planches. Prix : 5 fr.; sans planches, 3 fr.

Annuaire de l'état militaire de France pour l'année 1836. Prix : 5 fr.; par la poste, 6 fr. 50 c.

Les annuaires antérieurs sont du même prix.

Chez Corréard jeune, éditeur, rue de Tournon, 20 :

Expériences faites à Metz en 1834, par ordre du ministre de la guerre, sur les batteries de brèches, sur la pénétration des projectiles dans divers milieux résistants, et sur la rupture des corps par le choc, suivies du rapport fait, sur ces expériences, à l'Académie des Sciences de Paris, le 12 octobre 1835, au nom d'une commission composée de MM. Dupin, Navier, et Poncelet rapporteur. Un vol. in-8° avec 10 planches. Prix : 7 fr. 50.

Explorations historiques. Les ministres de la guerre pendant et depuis la révolution, par Sainte-Chapelle, secrétaire particulier du maréchal Gouvion-Saint-Cyr, à la guerre et à la marine. Première livraison. Prix : 3 fr.

Idem., deuxième livraison. Prix : 3 fr.

Notice historique sur Guibert, par M. le général Bardin, in-8°. Prix : 2 fr.

Chez M. Anselin, libraire, rue et passage Dauphine, 36 :

Mémoire sur le changement qu'une artillerie bien instruite et bien employée peut produire dans le système de la grande tactique moderne, par N. Okounef, général-major à la suite de S. M. l'empereur de toutes les Russies. Brochure in-8. Prix : 3 fr.

Imprimerie de madame de Lacombe, faubourg Poissonnière, 1.

Exposé d'un nouveau système d'armement pour l'infanterie, par Gustave Delvigne, officier de l'ex-garde royale. Brochure in-8.

JOURNAL

DES
ARMÉES DE TERRE ET DE MER.

AIDE-MÉMOIRE
DE
L'INGÉNIEUR MILITAIRE.

LIVRE SECOND.

SCIENCES AUXILIAIRES.

CHAPITRE PREMIER. (*Suite.*)

Mathématiques.

MESURE DES SOLIDES.

393. La *solidité* d'un corps est la portion d'étendue comprise entre ses faces.

Pour mesurer la longueur des lignes, on se sert d'une ligne droite de longueur déterminée que l'on regarde comme l'unité de mesure. Pour mesurer les surfaces on les compare à un carré dont chaque côté est aussi égal à l'unité de mesure. Le même principe est suivi dans la mesure des solidités des corps. On les compare au solide le plus simple, c'est-à-dire à un cube dont les trois dimensions sont égales entre elles et à l'unité de longueur. Ainsi, un solide est égal à 20 pieds cubes, à 15 toises cubes, à 10 mètres cubes, suivant qu'il contient 20, 15 ou 10 fois un cube dont les côtés seraient d'un pied, d'une toise, ou d'un mètre de longueur.

394. Lorsque le choix du cube qui doit servir d'unité est fait, on doit mesurer toutes les dimensions du solide donné avec l'unité de la longueur égale à chacune des trois dimensions de ce cube.

Supposons qu'une solidité ou cubature d'un corps soit exprimée en chiffres par le produit de trois longueurs a, b, c, rapportées à une unité de mesure U, le produit sera $abc \times U^3$. Si elle est également exprimée par le produit des trois mêmes longueurs rapportées à une autre unité de mesure u, et représentées par les lettres a', b', c', on aura évidemment $abc \times U^3 = a'b'c' \times u^3$. Donc, $abc : a'b'c' :: u^3 : U^3$.

Ainsi, lorsqu'on a une solidité exprimée par un *chiffre abc*, provenant de dimensions rapportées à une unité U, on aura l'expression $a'b'c'$ de cette même solidité rapportée à une autre unité u, en multipliant le premier chiffre abc par le cube du rapport de la première à la seconde unité, comme on le voit par l'équation :

$$a'b'c' = abc \times \frac{U^3}{u^3}.$$

395. La solidité d'un *prisme* quelconque, droit ou oblique, est égale au produit de sa base par la perpendiculaire abaissée d'un des points de la base supérieure sur la base inférieure, prolongée s'il est nécessaire. Soit B la base d'un prisme, h sa hauteur ou la plus courte distance entre les deux bases, et Q le cube ou la solidité, on a : $Q = Bh$.

Si la base est un rectangle construit sur deux côtés a et b, on a : $B = ab$ et $Q = abh$. Si cette base est un carré, $a = b$ et $Q = a^2h$. Si enfin $h = a = b$, $Q = a^3$. Dans ce dernier cas, le prisme est un cube parfait.

396. Soit donné un corps de forme quelconque, et supposons-le plein d'un liquide. On pourra toujours trouver un parallélipipède rectangle qui contiendra exactement la même quantité de liquide. Donc, l'expression en *chiffres* d'un solide peut toujours être censée avoir été donnée par le produit de trois dimensions, et ce que nous avons fait remarquer au n° 394 peut s'appliquer à tous les solides.

397. La solidité d'une *pyramide* quelconque est égale au tiers du produit de sa base par sa hauteur. Soit B cette base, h la hauteur, on a : $Q = \frac{1}{3} Bh$.

Ainsi, une pyramide est le tiers d'un prisme de même base et de même hauteur.

398. Soit h la hauteur d'un *tronc de pyramide* à bases paral-

lèles, soient A et B ses bases; $\sqrt{AB}$ sera la moyenne proportionnelle entre elles, et la solidité du tronc sera : $Q=\frac{1}{3}h(A+B+\sqrt{AB})$.

399. Soit B la base d'un *tronc de prisme triangulaire*, h', h'' et h''' les hauteurs de ces trois sommets supérieurs, la solidité du prisme tronqué sera : $Q=\frac{1}{3}B(h'+h''+h''')$.

400. La solidité d'un *cylindre* est égale au produit de sa base par sa hauteur. C'est en effet un prisme à base circulaire. Soit r le rayon de la base, h la hauteur du cylindre, on aura : $Q=\pi r^2h$, et si $h=2r$, $Q=2\pi r^3$.

401. La solidité d'un *cône* est égale au tiers du produit de sa base par sa hauteur. Soit r le rayon de la base, h la hauteur du cône, on a : $Q=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

402. Soient a et b les rayons des bases d'un *cône tronqué* à bases parallèles, h sa hauteur : la solidité du tronc de cône sera : $Q=\frac{1}{3}h(\pi a^2+\pi b^2+\pi ab)=\frac{1}{3}\pi h=a^2+b^2+ab$.

403. La solidité d'une *sphère* est égale au tiers du produit de sa surface par son rayon. Soit r le rayon de la sphère, sa surface sera : $4\pi r^2$ et sa solidité $Q=\frac{1}{3}\times4\pi r^2\times r=\frac{4}{3}\pi r^3$.

La solidité du cylindre circonscrit à la sphère a pour mesure $Q=\frac{6}{3}\pi r^3$.... (nº 400) un cône qui aurait même base et même *hauteur* que ce cylindre aurait pour l'expression de sa solidité $Q=\frac{2}{3}\pi r^3$. Ce cylindre, cette sphère et ce cône ont donc des solidités qui sont entre elles comme les nombres 3, 2 et 1.

$d=2r$ étant le diamètre de la sphère, sa solidité est également exprimée par $Q=\frac{1}{6}\pi d^3$.

404. Soit r le rayon d'un *secteur sphérique*, h la hauteur de la zone qui lui sert de base, la solidité du secteur sera $Q=\frac{2}{3}\pi r^2h$.

405. Soient A et B les deux bases d'un *segment sphérique*, h sa hauteur, la solidité de ce segment sera : $Q=\frac{(A+B)}{2}h+\frac{1}{6}\pi h^3$.

Si le segment sphérique n'a qu'une base B, l'autre étant nulle, sa solidité sera $\frac{1}{2}Bh+\frac{1}{6}\pi h^3$.

406. Pour mesurer la solidité d'un *polyèdre*, on le divisera en pyramides, dont on calculera séparément les solidités. Leur somme sera celle du polyèdre proposé. Si ce polyèdre est régulier, on multipliera le rayon de la sphère à laquelle on peut le concevoir circonscrit par le tiers de sa surface et on aura sa solidité, car ce polyèdre peut être censé divisé en pyramides ayant leurs sommets au centre et pour bases chacune des faces. Nous

avons donné (article *géométrie*), l'expression des rayons des sphères inscrites dans chacun des polyedres réguliers, et plus loin (article *mesure des surfaces*) celle des surfaces de ces polyèdres, d'où il suit que a étant la côté ou l'arête du polyèdre, on a :

1° Pour le tétraèdre. . . . . $Q=\frac{1}{3}\times\frac{a}{2\sqrt{6}}\times a^2\sqrt{3}=\frac{a^3}{6\sqrt{2}}$.

2° Pour l'hexaèdre. . . . . $Q=\frac{1}{3}\times\frac{a}{2}\times 6a^2=a^3$.

3° Pour l'octaèdre . . . . . $Q=\frac{1}{3}\times\frac{a}{\sqrt{6}}\times 2a^2\sqrt{3}=4\times\frac{a^3}{6\sqrt{2}}=$

$$=\frac{\sqrt{2}}{3}a^3.$$

4° Pour l'icosaèdre. . . . . $Q=\frac{1}{3}\times\frac{a\sqrt{3}}{6}\times\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}\times 5a^2\sqrt{3}=$

$$=\frac{5(\sqrt{5}+1)}{6(\sqrt{5}-1)}a^3.$$

5° Pour le dodécaèdre. . . . . $Q=\frac{1}{3}\times\frac{a(1+\sqrt{5})}{5-3\sqrt{5}}+\frac{15a^2(1+\sqrt{5})}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$

$$=\frac{5(6+2\sqrt{5})}{(5+3\sqrt{5})\sqrt{10-2\sqrt{5}}}a^3.$$

Une remarque assez curieuse, c'est que dans un tétraèdre et un octaèdre de même côté a, les surfaces sont entre elles comme 1 : 2 et les solidités comme 1 : 4.

407. Lorsqu'on connaît l'expression algébrique de la solidité d'un corps en fonction de la longueur d'une ligne droite mesurée *perpendiculairement* aux couches concentriques ou parallèles qui le composent, il est facile d'obtenir l'expression de la surface, et réciproquement, lorsqu'on connaît la surface on peut obtenir la solidité au moyen du procédé suivant :

Soit, par exemple, la sphère de rayon $=r$ dont la solidité est exprimée par $Q=\frac{4}{3}\pi r^3$. Supposons que le rayon r augmente et devienne $r+d$: il est évident qu'on obtiendra une sphère plus grande dont la solidité sera exprimée par $Q'=\frac{4}{3}\pi(r+d)^3$. En la supposant concentrique à la première, on aura pour l'expression de la couche sphérique qui forme la différence de leurs solidités : $Q'-\varphi=\frac{4}{3}\pi(r+d)^3-\frac{4}{3}\pi r^3$.

Soit s et s' les surfaces de ces deux sphères $\left(\frac{s+s'}{2}\right)$; d sera une valeur d'autant plus approximative de la solidité de cette couche sphérique, que d sera plus petit. Faisons donc provisoirement $\left(\frac{s+s'}{2}\right)d = Q' - \varphi = \frac{4}{3}\pi\left\{3r^2d + 3rd^2 + d^3\right\}$; et divisons les deux membres par d, on obtiendra $\frac{q'-\varphi}{d} = \frac{s+s'}{2} = \frac{4}{3}\pi\left\{3r^2 + 3rd + d^2\right\}$. Cette équation se rapprochera d'autant plus de la vérité que d sera plus petit. Enfin, si $d=o$ s égalera s', et on aura rigoureusement $s=\frac{4}{3}\pi\times 3r^2 = 4\pi r^2$ qui est effectivement l'expression de la surface de la sphère.

408. Ce que nous avons dit des solidités par rapport aux surfaces des corps solides, s'applique également aux surfaces par rapport aux périmètres des figures planes. En général, soit $Q = Kr^m$ l'expression de la solidité d'un corps en fonction d'une longueur de ligne perpendiculaire à ses éléments concentriques ou parallèles (r étant cette longueur, k un coefficient constant et m un nombre entier positif), la surface de ce corps sera exprimée par $S = mkr^{m-1}$. Et à l'égard des figures planes, si $s = kr^m$ est la surface, $p=mkr^{m-1}$ sera le périmètre.

Ainsi, pour les corps solides on a la relation $Q = \frac{r}{m}S$, et pour les figures planes $s = \frac{r}{m}p$......... (A).

409. *Exemples.* Dans le tétraèdre régulier, a étant le côté et r le rayon de la sphère inscrite, on a comme on sait, $r = \frac{a}{2\sqrt{6}}$; $S = a^2\sqrt{3} = (2\sqrt{6}r)^2\sqrt{3}$. Ici $m = 2+1 = 3$; donc $Q = \frac{r}{m}s = \frac{a}{6\sqrt{6}} \times a^2\sqrt{3} = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$.

Dans le cylindre, la surface convexe $s=2\pi hr$; donc $m=2$ et $Q = \frac{r}{m}s = \frac{r}{2}\times 2\pi hr = \pi r^2 h$.

Dans le cône, soit q une perpendiculaire abaissée du centre de la base sur l'une des apothèmes et φ l'angle formé par l'axe h avec une apothème, r étant le rayon de la base circulaire, il

s'agit d'obtenir l'expression de la surface ou du cube en fonction de q qui est une ligne perpendiculaire à l'élément concentrique. On a : $q=h \sin.\varphi$; $q=r\cos.\varphi$. La surface convexe du cône étant

$$S=\pi r\sqrt{h^2+r^2}=\frac{\pi}{\sin.\omega\cos.\omega^2}q^2;$$ on trouve $Q=\frac{q}{m}S=\frac{1}{3}\pi\frac{q}{\sin.\omega}\frac{q^2}{\cos\omega.^2}=\frac{1}{3}\pi r^2 h.$

Dans le cercle $p=2\pi r$; donc $m=2$; et $s=\frac{r}{2}\times 2\pi r=\pi r^2$.

Dans l'hexagone régulier inscrit dans un cercle, le périmètre $p=6r$; ici $m=2$; donc la surface $s=\frac{r}{2}\times p=3r^2$.

410. Pour que les formules (A) soient applicables, il n'est pas du tout indispensable que les surfaces ou les périmètres s'étendent dans tous les sens autour d'un point central. Toute surface plane comprise entre l'axe des x et une courbe peut être censée engendrée par la succession des ordonnées : alors y exprime le périmètre et x la ligne droite perpendiculaire aux éléments de la surface. L'espace compris entre l'axe des y et la même courbe, est de même engendré par la succession des abscisses ; ici x est le périmètre et y la perpendiculaire. Dans le premier cas, la surface et le périmètre doivent être exprimés en fonction de x, et dans le second ils doivent l'être en fonction de y.

De même, on peut prendre pour les éléments d'un corps solide une suite de *tranches* perpendiculaires à l'un des axes. Si l'on parvient à obtenir l'expression de l'une de ces tranches en fonction de la partie de l'axe qui y aboutit, on trouvera les valeurs relatives de la surface et de la solidité par les principes exposés ci-dessus. Dans ces formules, la surface S sera représentée par la tranche extrême, et le rayon r par la distance perpendiculaire entre l'origine des ordonnées et cette même tranche.

411. *Exemples.* $y=kx$ étant l'équation d'une droite, l'espace compris entre cette droite, l'axe des x et l'ordonnée y se trouvera par les formules (A) en faisant $p=y$, $r=x$, d'où $s=\frac{x}{2}y$. C'est effectivement l'expression de la surface du triangle rectangle dont x est la base et y la hauteur.

$Y^2=kx$ étant l'équation de la parabole, cherchons la valeur de l'espace compris entre l'axe des y, la courbe et une ordon-

née x. Ici $p=x$, $r=y$; d'où $p=\frac{y^2}{k}$, et par conséquent $s=\frac{y}{3}\cdot\frac{y^2}{k}$ $=\frac{yx}{3}$. En construisant une figure fort simple, contenant une demi-branche de la parabole, il est facile de conclure de cette valeur que la surface comprise entre la courbe, l'axe des x et l'ordonnée y a pour mesure $s=yx-\frac{yx}{3}=\frac{2}{3}yx$.

h étant la hauteur d'un cône, r le rayon de sa base, et k un coefficient constant, on a généralement $h=kr$. Une tranche perpendiculaire sera exprimée par $\pi r^2=\pi\frac{h^2}{k^2}$. Faisons $s=\frac{\pi h^2}{k^2}$ on aura de suite la solidité $Q=\frac{h}{3}\frac{\pi h^2}{k^2}=\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

412 Les quantités qui ont rapport aux ellipses, ellipsoïdes, etc., sont exprimées en fonction de deux ou trois demi-diamètres. En faisant varier chacune de ces lignes perpendiculaires aux courbes ou aux surfaces d'une même quantité d et en raisonnant comme ci-dessus (n° 107), on obtiendra des rapports analogues entre les solides, les surfaces et les périmètres. Ainsi, la surface d'une ellipse étant $s=\pi ab$, son périmètre sera $p=\pi(a+b)$. La solidité d'un ellipsoïde quelconque à trois axes inégaux étant $q=\frac{4}{3}\pi abc$ (*voyez* le n° 451). On en conclura par la méthode indiquée : $s=\frac{4}{3}\pi(ab+ac+bc)$ et si $a=b=c$, et $c=h$, on aura $Q=\frac{4}{3}\pi r^2 h$; $s=\frac{4}{3}\pi(r^2+2rh)$.

413. Dans ces exemples, on voit, 1° que les quantités $\frac{q'-Q}{d}$ sont des *limites* qui se réduisent à $\frac{0}{0}$, mais qui n'en ont pas moins une valeur réelle ; 2° qu'appliquées à des solides, elles expriment des surfaces ; 3° qu'appliquées à des figures planes, elles expriment des périmètres ou le contour des courbes qui renferment les surfaces.

Ces notions, qui ne présentent rien d'obscur, sont bien propres à servir d'introduction au calcul différentiel dont nous allons donner une rapide analyse.

CALCUL DIFFÉRENTIEL.

414. Une expression où il entre une ou plusieurs quantités variables, combinées d'une manière quelconque avec des quan-

tités constantes, telle que celles qui ont rapport aux solides et aux surfaces, s'appelle en général une *fonction* de ces variables. Nous représenterons par le signe φ une fonction quelconque, en sorte que $y=\varphi(x)$ signifie que la variable y est exprimée en fonction de la variable x, cette fonction pouvant avoir d'ailleurs une forme quelconque en x et en quantités constantes. De même $y=\varphi(x,z)$ exprimera une fonction de x et z d'une forme déterminée, et ainsi de suite. Toutefois, nous ne nous occuperons ici que des fonctions exprimant un rapport entre deux variables, telles que $y=\varphi(x)$ ou bien $\varphi(x,y)=o$.

415. Soit donc $y=\varphi(x)$, et supposons que x reçoive un accroissement quelconque t, y changera nécessairement de valeur et deviendra Y, en sorte qu'on aura $Y=\varphi(x+t)$; d'où $Y-y=\varphi(x+t)-\varphi(x)$. En divisant les deux membres de cette équation par t on aura $\frac{Y-y}{t}=\frac{\varphi(x+t)-\varphi(x)}{t}$, quantités qui expriment exactement le rapport de l'accroissement de la variable y à celui de la variable x.

A mesure que t diminue, les termes qui, dans le second membre, sont multipliés par une quelconque de ses puissances, tendent à se réduire à zéro. Ils s'y réduisent, en effet, lorsque $t=o$, et il reste une nouvelle fonction en x qui ne contient plus t et que nous exprimerons par $\varphi'(x)$.

Il est évident que dans ce cas $Y-y$ ou l'accroissement de y se réduit également à zéro, en sorte qu'on a véritablement $\frac{o}{o}=\varphi'(x)$. Mais, pour conserver la trace de l'origine de ces deux quantités annihilées, appelons *différentielles* de y et de x les quantités $Y-y$ et t au moment où $t=o$, et exprimons-les par dx et dy, nous aurons $\frac{dy}{dx}=\varphi'(x)$. D'où $dy=d\varphi(x)=dx\varphi'(x)$.

416. En agissant sur $\varphi'(x)$ comme sur $\varphi(x)$, et en supposant que l'accroissement de x dans la variation de $\varphi'(x)$ sera exactement le même que dans la variation de $\varphi(x)$; c'est-à-dire, en supposant toujours dx constant, on aura $d.\ dy=dxd\varphi'(x)$. Et comme on trouvera nécessairement une nouvelle fonction $\varphi''(x)$ telle que $d.\ \varphi'(x)=dx\varphi''(x)$, on obtiendra : $ddy=dxdx\varphi''(x)$.

Au lieu d'écrire ddy on est convenu pour abréger d'écrire d^2y. De même $dddy$ s'écrira d^3y, etc. Une puissance m quelconque de la différentielle de x s'écrit simplement dx^m au lieu de $(dx)^m$ qu'il faudrait à la rigueur. Ainsi, il ne faut pas confondre $d(x^m)$ qui indique la différentielle de x^m avec dx^m qui signifie dx élevée à la puissance m.

417. De l'équation $ddy=dxdx\varphi''(x)$, on déduit donc $\frac{d^2y}{dx^2}=\varphi''(x)$. En faisant varier x dans des fonctions obtenues ainsi successivement que nous représenterons en vertu de la même notation par $\varphi''(x)$, $\varphi'''(x)$, etc., on aura une suite de fonctions telles que $\frac{d^3y}{dx^2}=\varphi'''(x)$ $\frac{d^4y}{dx^4}=\varphi''(x)$, etc, qui se perpétueront jusqu'à ce qu'on arrive à une fonction qui ne contienne plus x, auquel cas toute variation due à un accroissement de la variable devient évidemment impossible.

418. Ainsi, d'une fonction quelconque $y=\varphi(x)$, on déduit une suite d'autres fonctions en x telles que $\frac{dy}{dx}=\varphi'(x)$, $\frac{d^2y}{dx^2}=\varphi''(x)$. etc. D'où naissent une suite d'équations telles que $dy=dx\varphi'(x)$; $d^2y=dx^2\varphi''(x)$; $d^3y=dx^3\varphi'''(x)$, etc. Ces fonctions s'appellent le premier, le second, le troisième, etc. *Coefficient différentiel* de la fonction donnée; les expressions dy, d^2y, d^3y, etc., sont les *différentielles* première, seconde, troisième, etc., de y ou de $\varphi(x)$. La variable x prend le nom de *variable indépendante* à cause que les accroissements qu'on peut lui donner sont arbitraires et que ceux de y en dépendent. Quant aux coefficients différentiels, il est évident que ce sont les *limites* successives des rapports entre l'accroissement de la fonction et celle de la variable indépendante.

419. Dans toutes les circonstances où l'on pourra supposer qu'une fonction d'une variable quelconque x s'accroîtra par suite d'un accroissement de x, les rapports entre ces deux accroissements (qui peuvent eux-mêmes augmenter ou diminuer selon la valeur de l'accroissement de x) auront cependant une *limite* soit *maximum* soit *minimum*, qu'ils ne pourront dépasser, et qui correspondra à la valeur *zéro* affectée à l'accroissement de x. Nous avons déjà fait entrevoir (n° 407) que si $\varphi(x)$ exprime la solidité d'un corps en fonction d'une ligne perpendiculaire à ses couches élémentaires $\varphi'(x)$, ou son premier coefficient différentiel exprime précisément la couche élémentaire extrême, c'est-à-dire sa surface ou une partie de sa surface. Nous aurons occasion d'indiquer une foule d'autres usages de ce calcul que Newton et Leibnitz ont découvert presque en même temps, et qui dépasse de bien loin la marche traînante de l'algèbre élémentaire.

420. Cela posé, le *calcul différentiel* a pour objet de trouver

tous les coefficients différentiels d'une fonction lorsqu'on connaît cette fonction primitive. Le *calcul intégral*, au contraire, sert à retrouver la fonction primitive lorsqu'on donne l'un de ses coefficients différentiels.

421. Soit, par exemple : $y = \varphi(x) = a + bx + cx^2 + Kx^3$. En mettant $x + t$ à la place de x on aura : $Y = a + b(x+t) + c(x+t)^2 + K(x+t)^3$. D'où $Y - y = bt + 2cxt + 3Kx^2t + ct^2 + 3Kxt^2 + Kt^3$; d'où enfin

$$\frac{Y-y}{t} = b + 2cx + 3Kx^2 + t(ct + 3Kxt + Kt^2).$$

Lorsque $t = o$ on obtient $\frac{dy}{dx} = \varphi'(x) = b + 2cx + 3Kx^2$.

Par un procédé semblable on obtiendra :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \varphi''(x) = 2c + 6Kx\,;\ \frac{d^3y}{dx^3} = \varphi'''(x) = 6K,$$

$$\text{et } \frac{d^4y}{dx^4} = \varphi^{\text{iv}}(x) = o.$$

422. Dans cet exemple, les divers coefficients différentiels se trouvent avec la plus grande facilité. Dans beaucoup de cas le calcul est plus compliqué, surtout par les quantités transcendantes et trigonométriques. Nous ne pouvons entrer dans les détails de tous ces calculs : nous donnerons seulement les résultats. Remarquons, avant d'aller plus loin, que si l'expression donnée est $\varphi(y, x) = 0$, c'est-à-dire, une équation où les deux variables se trouvent mêlées, il n'est pas nécessaire de la résoudre par rapport à y pour trouver le coefficient différentiel de y par rapport à x. Les résultats seront les mêmes soit que l'on ait $y = \varphi(x)$ ou $\varphi(x, y) = 0$, pourvu que ces deux équations soient identiques. Cela est évident, dans les deux cas, au même accroissement de x correspond la même valeur de y.

423. Ceci étant bien compris, nous allons donner les principes sur lesquels s'appuie la différentiation de toutes les quantités imaginables.

1° Trouver le *coefficient différentiel* ou la *différentielle* d'une fonction donnée, c'est une seule et même chose, car la *différentielle* de la fonction est le produit de son *coefficient différentiel* par la *différentielle* de la variable indépendante. En un mot : $dy = d.\varphi(x) = dx\varphi'(x)$.

2° La différentielle d'une somme de termes est égale à la somme des différentielles de chacun de ces termes. Ainsi $d(x+y+z)=dx+dy+dz$.

3° Les quantités constantes n'ont point de différentielle. Ainsi $d\,(x+y+a)=dx+dy\ldots$ et $da=0$.

4° Si une quantité constante multiplie une fonction variable, il restera comme multiplicateur à sa différentielle. Ainsi $d\,.\,ax=a\,dx$.

5° La différentielle de la variable élevée à une puissance m est égale à cette même variable élevée à la puissance $m-1$, multipliée par le nombre m et par sa différentielle. Donc $d\,(x^m)=mx^{m-1}dx$.

6° La différentielle du produit de deux quantités variables est égale à la première multipliée par la différentielle de la seconde, plus le produit de la seconde multipliée par la différentielle de la première. Ainsi : $d(xy)=xdy+ydx$. Par la même raison : $d\,(xyz)=xy\,dz+xz\,dy+yz\,d$; &... &...

7° Soit une fonction telle que $\frac{x}{y}$; on aura toujours :

$d\left(\frac{x}{y}\right)=\frac{ydx-xdy}{y^2}$. Si le dénominateur est constant,

on a $d.\frac{x}{a}=\frac{adx}{a^2}=\frac{dx}{a}$ si le numérateur est constant,

on a $d.\frac{a}{y}=-\frac{ady}{y^2}$.

8° Les règles ci-dessus sont exactes, soit que la variable soit simple, soit qu'elle soit composée. Ainsi (pour faire une application aux principes 5 et 6);

$$d.(y+xz)^m=m(y+xz)^{m-1}\,d(y+xz)=m(y+xz)^m\,(dy+xdz+zdx).$$

9° La différentielle du logarithme hyperbolique d'une quantité quelconque est égale à la différentielle de cette quantité divisée par elle-même. En désignant donc par l les logarithmes hyperboliques et par L ceux dont la module est A, on aura :

$d\,(lx)=\frac{dx}{x}$; et $d\,(\mathrm{L}x)=\frac{\mathrm{A}\,dx}{x}$.

On déduit de cette règle : $d(lx^n) = \frac{nx^{n-1}dx}{x^n} = \frac{ndx}{x}$;

$d(lxy) = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} = \frac{ydx+xdy}{xy}$; $d\left(l\frac{x}{y}\right) = \frac{dx}{x} - \frac{dy}{y} = \frac{ydx-xdy}{xy}$; &... &...

Si $y = (lx)^m$, on aura $dy = m(lx)^{m-1}\frac{dx}{x}$. Si $y = x^m(lx)^n$; il viendra : $dy = x^{m-1}dx(lx)^{n-1}(n+mlx)$. Si $y = llx$, on aura $dy = \frac{dx}{xlx}$ &... &...

10° L'équation $d(lx) = \frac{dx}{x}$ donne $dx = xd(lx)$. Ce qui est un principe général fournissant les moyens de retrouver les différentielles des quantités même algébriques que nous avons données ci-dessus. On l'applique surtout avec succès à la différentiation des quantités *exponentielles*.

Ainsi $d.a^x = a^x d(la^x) = a^x d(xla) = a^x dxla$. Donc si A est le nombre dont le logarithme = 1 on aura $d(A^x) = A^x dx$.

La différentielle d'une quantité telle que x^{y^z} se trouvera d'après les mêmes principes.

11° Passons aux différentielles des sinus, cosinus, &. Par des procédés analogues à ceux qui ont été exposés plus haut (n° 421), on trouve les formules générales suivantes :

$d.\sin.x = dx\cos.x$... $d.\cos.x = -dx\sin.x$... $d\,\text{tang}.x = \frac{dx}{\cos.^2x}$

$d.\cot.x = -\frac{dx}{\sin.^2x}$.... $d.\sec.x = \frac{dx\,\text{tang}.x}{\cos.x}$.... $d.\text{coséc}.x = -\frac{dx\cot.x}{\sin.x}$.

12° D'après cela, si x est un arc quelconque, sa différentielle

$$dx = \frac{d.\sin.x}{\cos.x} = -\frac{d.\cos.x}{\sin.x} = \cos.^2x\,d\,\text{tang}.x = \frac{d.\text{tang}.x}{1+\text{tang}.^2x}$$
$$= -\sin.^2x\,d\cot.x = -\frac{d.\cot.x}{\text{coséc}.^2x} = -\frac{d.\cot.x}{1+\cot.^2x} = \frac{d.\text{tang}.x}{\sec.^2x}.$$

424. Les différentielles seconde, troisième, etc. d'une quantité quelconque se trouvent d'après les mêmes principes, en considérant dx, dy, dz & comme ayant une valeur réelle, quoiqu'ils ne soient véritablement que des signes, indiquant la trace des opérations. Mais on peut se convaincre soi-même que les résultats sont les mêmes, soit que l'on suive cette méthode plus expéditive, soit que l'on recoure au raisonnement en s'aidant des coefficients différentiels.

Soit proposé, par exemple, de trouver la seconde différentielle ou le second coefficient différentiel de l'expression $y=x^m$.

On a d'abord $dy=mx^{m-1}dx$.

Faisons $u=mx^{m-1}dx$; et supposons que x reçoive un accroissement quelconque $t=dx$; on aura $U=m(x+t)^{m-1}d(x+t)$; d'où :

$$=m\left\{(x+t)^{m-1}d(x+t)-x^{m-1}t\right\}$$

$U-u=m\left\{(x+t)^{m-1}d(x+t)-x^{m-1}t\right\}$; et en développant :

$$U-u=m\left\{(dx+dt)(x^{m-1}+(m-1)x^{m-2}t+\&\ldots-x^{m-1}t\right\};$$

et en remarquant que $t=dx$; $dt=d^2x.$, et divisant après simplification les deux membres de l'équation par dx;

$$\frac{U-u}{dx^2}=\frac{d^2y}{dx^2}=m\left\{x^{m-1}\frac{d^2x}{dx^2}+(m-1)x^{m-2}\frac{d^2x}{dx^2}dx+\&\ldots\right.$$
$$\left.+(m-1)x^{m-2}+\frac{(m-1)(m-2)}{2}x^{m-3}dx+\&\ldots\right\}$$

Dans cette équation, tous les termes qui sont multipliés par l'une quelconque des puissances de dx doivent être réduits à zéro, puisqu'en réalité $dx=0$. Donc enfin, on a :

$$\frac{d^2y}{dx^2}=mx^{m-1}\frac{d^2x}{dx^2}+(m-1)x^{m-2}; \text{ d'où } d^2y=mx^{m-1}d^2x$$
$$+(m-1)x^{m-2}dx^2.$$

Or, c'est précisément le résultat que l'on aurait trouvé immédiatement, en différenciant deux fois la fonction $y=x^m$, et en agis-

sant à l'égard de dx comme envers une quantité algébrique quelconque.

La première différentielle est $dy = mx^{m-1}dx$. Considérons ce dernier membre comme le produit des deux variables x^{m-1} et dx multipliées par la constante m. D'après les règles énoncées aux nos 4°, 5° et 6° (n° 423) on doit avoir :

$$ddy = d^2y = m\left\{x^{m-1}d^2x + dx \times (m-1)x^{m-2}dx\right\}; \text{ ou enfin}$$

$$d^2y = mx^{m-1}d^2x + (m-1)x^{m-2}dx^2.$$

Expression qui coïncide parfaitement avec celle que nous avons trouvée plus haut, par la méthode rigoureuse. Il en serait de même pour tous les autres cas.

Ainsi, si l'on a $z = xy$; $dz = xdy + ydx$; on aura aussi :

$$d^2z = xd^2y + dxdy + yd^2x + dydx = xd^2y + 2dxdy + yd^2x.$$

$$d^3z = xd^3y + 3dxd^2y + 3d^2xdy + yd^3x; \&\ldots$$

Le plus ordinairement, comme nous l'avons déjà dit, on suppose la première différentielle de l'une des variables *constante*. On rapporte toutes les variations des autres quantités à celles de cette *variable indépendante*, et cela abrége beaucoup les calculs. Si dans les exemples précédents dx était constant, on aurait $d^2x = 0$, $d^3x = 0$, &. Donc :

$$dz = xdy + ydx;\ d^2z = xd^2y + 2dydx;\ d^3z = xd^3y + 3dxd^2y.$$

Autre exemple : La différentielle de $\frac{ydx}{dy}$ a pour expression générale : $dx + y\left\{\frac{dyd^2x - dxd^2y}{dy^2}\right\}$. Si dx est constant, elle se réduira à $dx - \frac{ydxd^2y}{dy^2}$. Si au contraire y est la variable indépendante et dy constant, on aura : $dx + \frac{yd^2x}{dy}$.

425. La plus belle des applications du calcul différentiel est celle que l'on en fait à la géométrie. La plupart des lignes qui

se rattachent aux recherches que l'on fait sur les courbes, les surfaces, etc., ont pour expression des quantités qui sont dans un rapport déterminé avec les coefficients différentiels que l'on déduit de leurs équations. Ainsi, pour toutes les courbes imaginables, z étant une portion de la courbe, T, T', N, N' étant les longueurs de la tangente de la sous-tangente, de la normale et de la sous-normale relatives à un point M (la partie z elle-même étant supposée terminée à ce même point dont les coordonnées seront x et y), on aura les expressions générales suivantes :

$$dz = \sqrt{dy^2 + dx^2} \text{ ou } \frac{dz}{dx} = \sqrt{1 + \frac{dy^2}{dx^2}},$$ ce qui revient au même.

$$\text{T}' = \text{sous-tangente} = \frac{y\,dx}{dy}\,;\ \text{T} = \text{tangente} = \frac{y}{dy}\sqrt{dx^2 + dy^2}$$

$$\text{N}' = \text{sous-normale} = \frac{y\,dy}{dx}\,;\ \text{N} = \text{normale} = \frac{y}{dx}\sqrt{dx^2 + dy^2} = y\,\frac{dz}{dx}.$$

De même, si de l'origine des coordonnées on élève une perpendiculaire à l'axe de x jusqu'à la rencontre de la tangente, en appelant A la longueur de cette perpendiculaire entre la tangente et l'axe des x, et A' la distance de l'origine des coordonnées au point ou la tengente rencontre l'axe des x, on aura généralement :

$$\text{A}' = y\,\frac{dx}{dy} - x\,;\ \ldots\ \text{A} = y - \frac{x\,dy}{dx}.$$

Ces deux dernières expressions servent à trouver les asymptotes de la courbe lorsqu'elle en a ; car, si après y avoir substitué la valeur de $\frac{dx}{dy}$ tirée de l'équation même de la courbe : on suppose x infinie, il y aura autant d'asymptotes que de valeurs différentes et finies des lignes A et A'. Quant à la position des asymptotes, elle sera toujours déterminée par les formules ci-

dessus, qui donnent les longueurs de A et de A′ sur les axes des y et des x.

426. Nous allons rappeler ici les équations des courbes provenant de la section d'un cône. Nous y joindrons celles de quelques autres courbes. Le lecteur pourra s'exercer à trouver pour chacune d'elles les valeurs des lignes indiquées au numéro précédent.

Pour le *cercle*, $y^2+x^2=r^2$.

Pour l'*ellipse*, $a^2y^2+b^2x^2=a^2b^2$.

Pour la *parabole*, $y^2=px$.

Pour l'*hyperbole*, $a^2y^2-b^2x^2=-a^2b^2$.

La *cicloïde* de Dioclès a pour équation $y^2=\frac{x^3}{a-x}$.

Dans la *logarithmique*, les abscisses sont égales aux logarithmes des ordonnées qui leur correspondent. Soit A le module; $e=2.7182818$, dont le log. hyp. est 1, on aura $x=Aly$ $=xle$ ou $y^A=e^x$ d'où enfin $y=e^{\frac{x}{A}}$. C'est une courbe transcendante, ainsi que la suivante.

Si un cercle roule sur une ligne droite, jusqu'à ce que le point qui touchait cette droite vienne à la toucher de nouveau, ce point de contact décrira une courbe appelée *cycloïde* ou roulette. Traçons dans un cercle un diamètre horizontal que nous appellerons AB. Plaçons l'origine des coordonnées à gauche au point A, et élevons à droite, à l'extrémité du diamètre, une perpendiculaire qui sera tangente au point B. Si par un point quelconque P du diamètre AB nous élevons une perpendiculaire PNM telle que MN soit égale à l'arc AN, le point M sera situé sur la cycloïde engendrée par le cercle générateur ANB.

Soit $AB=2a$; $AN=z$; $AP=x$; $PM=y$. On aura :

$x=a-a\cos. z$; et l'équation de la courbe sera :

$$y=az+a\sin. z=az+\sqrt{2ax-x^2}.$$

L'équation différentielle sera : $dy=\frac{dx}{x}\sqrt{2ax-x^2}$.

Soit enfin l'arc de $90^\circ = \frac{\pi}{2}$; a une longueur constante; la *quadratrice* de Dinostrate aura pour équation :

$$y = \frac{a - x}{a} \text{ tang. } \frac{\pi x}{2a}.$$

427. Imaginons un fil ABC appliqué immédiatement sur une courbe quelconque BC dont l'origine est en B, et dont AB est tangente en ce point; si on développe ce fil en le tenant toujours également tendu, son extrémité A décrira une courbe AM qui aura les propriétés suivantes :

1° La tangente MC de la courbe BC sera toujours perpendiculaire à la courbe AM; 2° la longueur de cette ligne sera égale à la ligne AB + à l'arc BC; 3° l'arc infiniment petit M*m* pourra être regardé comme un arc de cercle décrit du centre C et du rayon CM; 4° le point C sera donc le point de réunion des deux normales infiniment proches MN, *mn*. (*Voy. la fig.* 9.)

La courbe BC se nomme la *développée* de la courbe AM; la ligne MC est le *rayon de la développée;* on l'appelle aussi *rayon osculateur, rayon de courbure*. La courbe AM est la *développante* de la courbe BC.

Soit ce rayon = R. On a trouvé les résultats suivants :

z étant l'arc; y et x les ordonnées correspondantes, si on ne fait aucune différentielle constante, on aura :

$$R = \frac{dz^3}{-dx^2 d\left(\frac{dy}{dx}\right)} = \frac{dz^3}{dyd^2x - dxd^2y}.$$

Si on supposait dy constante, on trouverait :

$$R = \frac{dz^3}{dyd^2x} = \frac{(dx^2+dy^2)^{\frac{3}{2}}}{dyd^2x}; \text{ si } dz \text{ est constante, } R = \frac{dydz}{d^2x}$$

mais si on suppose, comme on le fait ordinairement, que dx est constante, alors

$$R = \frac{dz^3}{-dxd^2y} = \frac{(dx^2+dy^2)^{\frac{3}{2}}}{-dxd^2y}.$$

Ces valeurs de R doivent être prises au moyen de l'équation de la courbe donnée AM.

428. Etant donnée l'équation de la développante AM, trouver celle de la développée BC (*fig.* 9).

Soit B l'origine des coordonnées, et BX l'axe des x. Appelons x et y les coordonnées du point M; x' et y' celles du point C correspondant au point M. Faisons BP $= x$; PM $= y$; AM $= z$; MC $=$ R; BQ $= y'$; QC $= x'$; AB $= a$, quantité donnée. On trouvera :

$$x' - x + a = \frac{dy}{dx}(y + y') \ldots \mathrm{R} = \frac{dz}{dx}(y + y') = \frac{dz^3}{dyd^2x - dxd^2y}.$$

Par l'équation donnée de la développante, on trouvera les valeurs de dz, dx, dy, d^2x, d^2y, &c que l'on substituera dans ces deux équations. On simplifiera, en supposant dx ou dy constantes. Cela fait, au moyen de la même équation donnée, on éliminera x et y et on obtiendra une équation finale entre x' et y' qui sera celle de la développée.

429. Réciproquement, connaissant l'équation de la développée BC, trouver celle de la développante AM.

On se servira de l'équation donnée pour éliminer x' de la première des deux équations ci-dessus. Eliminant ensuite y' entre ces deux mêmes équations, on en obtiendra une nouvelle qui ne contiendra plus que x, y et leurs différentielles, et qui sera l'*équation différentielle* de la développante. En intégrant les deux membres de cette équation on parviendra, dans certains cas, à l'équation primitive de la courbe cherchée. Mais l'intégration n'est pas toujours possible dans l'état actuel de nos connaissances. Du reste, comme on le voit, cette dernière opétion est du ressort du calcul intégral.

430. Soit a et b le grand axe et le petit axe tant de l'ellipse que de la parabole; si l'on fait $p = \frac{2b^2}{a}$, et que l'on transporte l'origine des coordonnées à l'extrémité du grand axe, vers la gauche, on trouvera pour l'équation générale de toutes les sections coniques :

$$y^2 = px \pm \frac{px^2}{2a},$$

où a sera infini dans le cas de la parabole.

N étant la normale, on trouve, en se servant des formules précédentes, et en supposant dx constant, que le rayon de la développée *pour toutes les sections coniques* est égale au cube de la normale divisé par le quart du carré du paramètre qui est ici représenté par p.

Donc $$R = \frac{N^3}{\frac{1}{4}p^2}.$$

431. Comme à un point d'*inflexion*, on doit supposer que deux éléments se suivent en ligne droite, il s'ensuit qu'à ce point le rayon de la développée est toujours infini ou nul.

En divisant par dx^3 le numérateur et le dénominateur de la dernière valeur de R (nº 427), on obtient une fraction dont le dénominateur est $-\frac{d^2y}{dx^2}$. Pour trouver les points d'inflexion, on différenciera donc deux fois l'équation de la courbe en supposant dx constante et on fera successivement $\frac{d^2y}{dx^2}=0$ $\frac{dx^2}{d^2y}=0$, les valeurs pour x que l'on trouvera dans ces deux équations appartiendront aux points d'inflexion, si la courbe en renferme.

432. Il est, dans une courbe, des points dont l'ordonnée est plus grande ou plus petite que les ordonnées qui la suivent ou la précèdent immédiatement. Chacune de ces ordonnées est un *maximum* ou un *minimum*. Il est évident, qu'à ces points, le rayon osculateur se confond avec l'ordonnée et que la tangente est parallèle à l'axe des x. Donc la sous-tangente $\frac{ydx}{dy}$ est infinie; donc $\frac{dx}{dy}=0$. Si donc, au moyen de l'équation de la courbe, on cherche la valeur de $\frac{dy}{dx}$ et qu'on l'égale à zéro, les valeurs de x, que cette dernière équation fournira, appartiendront à des points dont les ordonnées seront des *maxima* ou des *minima*.

Pour distinguer lequel de ces deux cas a lieu, il faut observer que le rayon osculateur au point du *maximum* est positif et qu'il est négatif au point du *minimum*; et comme dans ce cas

$\frac{dy}{dx}=0$, le rayon osculateur se réduit à $R=-\frac{dx^2}{d^2y}$. Donc si y est un *maximum*, $\frac{d^2y}{dx^2}$ doit être négatif, et s'il est un *minimum*, $\frac{d^2y}{dx^2}$ doit être négatif.

Du reste, cette propriété n'est pas particulière aux courbes ; elle s'applique également à une fonction quelconque de la forme $y=\varphi(x)$ ou $\varphi(x,y)=0$.

433. Soit $\frac{P}{Q}$ une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des fonctions de x qui se réduisent à *zéro*, lorsque $x=$ une certaine valeur a. Pour trouver la vraie valeur de cette fraction, on substituera $x+dx$ au lieu de x, dans P et dans Q, et on aura $\frac{P+dP}{Q+dQ}$ qui dans le cas présent se réduit à $\frac{dP}{dQ}$. Substituant ensuite a au lieu de x dans $\frac{dP}{dQ}$ on aura, en termes finis, la valeur de $\frac{0}{0}=\frac{P}{Q}$.

Si l'expression $\frac{dP}{dQ}$ est elle-même égale à zéro (après avoir effacé le coefficient commun dx au numérateur et au dénominateur) on différenciera de nouveau *séparément*, chaque terme de cette fraction, et on obtiendra $\frac{d^2P}{d^2Q}$ qui devra donner la valeur de $\frac{P}{Q}$, en y substituant a au lieu de x. Si cette expression était encore égale à zéro, on continuerait de la même manière, jusqu'à ce qu'on obtienne une valeur en termes finis.

Lorsque plusieurs branches de la même courbe passent par un même point M, il arrive que ce point appartient à plusieurs tangentes. Dans ce cas la sous-tangente $T'=\frac{ydx}{dy}$ doit se présenter sous la forme indéterminée $\frac{0}{0}$. En lui appliquant le calcul indiqué ci-dessus, on trouvera aisément les diverses valeurs de T'.

CALCUL INTÉGRAL.

434. Dans le calcul différentiel, on suppose connu le rapport des quantités variables, et on cherche celui de leurs différentielles; dans le calcul intégral, au contraire, on détermine le rapport des variables par celui de leurs différentielles.

435. Lorsque d'une expression telle que $y = \varphi(x)$ on a déduit la différentielle $dy = dx\,\varphi'(x)$, on sait que si $\varphi(x)$ exprime la solidité d'un corps, $\varphi' x$ en sera une tranche élémentaire perpendiculaire à la coordonnée x; et que si elle représente une surface plane, $\varphi'(x)$ sera précisément l'une des ordonnées de cette surface correspondante à l'abscisse x.

Si donc, l'on multiplie cette quantité $\varphi'(x)$ par dx, on aura, dans le premier cas, un élément de la solidité et dans le second un élément de la surface. Dans tous les cas, $dx\,\varphi'(x)$ doit être considéré comme représentant exactement une partie élémentaire de la fonction primitive $\varphi(x)$. La somme de toutes ces parties élémentaires, correspondant à toutes les valeurs possibles de x, doit donc redonner cette fonction primitive.

436. Cette somme se nomme *intégrale;* on se sert de la lettre $\int$ qui veut dire *somme* pour l'indiquer. *Sommer, intégrer* sont des termes équivalents qui expriment l'opération qu'il faut faire pour retrouver la fonction primitive au moyen de sa différentielle. Le signe $\int$ est donc le contraire du signe d et suffit pour l'annuler lorsqu'il est placé devant lui. En effet, d'après ce que nous venons de dire, $\int dx\,\varphi'(x) = \varphi(x)$; or comme $y = \varphi(x)$ et $\frac{dy}{dx} = \varphi'(x)$, on a nécessairement $\int dy = y$. Par la même raison $\int d(x^m) = x^m$; $\int d(yx) = yx$; &.

437. Soit proposé, par exemple, d'intégrer l'expression adx qui est évidemment la différentielle de ax (n° 423, 4°). On écrira $\int adx = ax$. Mais comme adx peut également provenir ou de ax seul ou de $ax +$ une quantité constante, il faut ajouter à chaque intégrale une constante C que l'on détermine ensuite par les conditions du problème, c'est-à-dire par la considération de ce que devient l'intégrale lorsqu'on donne à x sa plus grande et sa plus petite valeur.

438. S'il n'y avait de différentielles que celles qui proviennent d'une différentiation exacte, chacune aurait son intégrale : mais comme on entend par différentielle toute quantité affectée de dx, dy, &. il y en a plusieurs qui ne sont susceptibles d'aucune intégration, parce qu'elles ne peuvent provenir d'aucune quantité différentiée : ydx, par exemple, est de ce nombre, en supposant que y n'est pas fonction de x. S'il était au contraire fonction de x, mais qu'on ne pût pas le remplacer par sa valeur, la difficulté serait la même, et on ne pourrait pas intégrer.

439. Il y a beaucoup de différentielles que l'on n'a pu intégrer jusqu'à présent que par approximation. Telles sont les différentielles des logarithmes, des arcs de cercle, et en général de toutes les quantités que l'on appelle transcendantes.

Lorsque les expressions données se sont montrées rebelles à l'intégration, les géomètres ont inventé toutes sortes d'artifices pour en venir à bout, et ils y ont souvent réussi. Nous nous bornerons ici à donner les principaux résultats de leurs efforts.

440. En reprenant la série des différentielles simples dont le n° 423 contient le détail, on trouvera les intégrations correspondantes ainsi qu'il suit :

1°... $\int(dx+dy+dz)=\int dx+\int dy+\int dz=x+y+z+C$

2°... $\int adx=a\int dx=ax+C$

3°... $\int mx^{m-1}\,dx=m\int x^{m-1}\,dx=x^m$ d'où en général $\int x^m dx$

$$=\frac{x^{m+1}}{m+1}+C$$

4°... Si $m=-1$, on sait que $\int\frac{dx}{x}=lx+lc=lcx$

5°... $\int(xdy+ydx)=xy+C=\int xdy+\int ydx$

6°... $\int\frac{ydx-xdy}{y^2}=\frac{x}{y}+C\ldots\int\frac{dx}{a}=\frac{x}{a}+C\ldots$

$$\int\frac{ady}{y^2}=-\frac{a}{y}+C$$

7°... $\int a^x l a dx = a^x + C \ldots \int \frac{ndx}{x} = lx^n + lc = lcx^n$

8°... $\int \frac{ydx + xdy}{xy} = lxy + lc = lcxy$

9°... $\int \frac{ydx - xdy}{xy} = l\frac{x}{y} + lc = l\frac{cx}{y}$

10°... $\int m(lx)^{m-1}\frac{dx}{x} = m\int (lx)^{m-1}\frac{dx}{x} = (lx)^m + C$

11°... $\int dx \cos. x = \sin. x + C \ldots \int dx \sin. x = -\cos. x + C$

12°... $\int \frac{dx}{\cos.^2 x} = \text{tang.}\, x + C \ldots \int \frac{dx}{\sin.^2 x} = -\cot.\, x + C$

13... $\int \frac{dx\, \text{tang.}\, x}{\cos. x} = \sec. x + C \ldots \int \frac{dx \cot. x}{\sin. x} = -\text{coséc.}\, x + C.$

441. Des formules 11° et 12° du n° 423, en y faisant successivement $\sin. x = y$, $\cos. x = y$, $\text{tang.}\, x = y$, on déduit celles-ci :

$$\int \frac{ydy}{\sqrt{1-y^2}} = -\sqrt{1-y^2} + C ; \ldots \int \frac{dy}{y^2\sqrt{1-y^2}} = -\frac{\sqrt{1-y^2}}{y} + C ; .$$

$$\int \frac{ydy}{(1-y^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} + C$$

et en exprimant par arc. tang. y, arc. sin. y, & les arcs dont y représente la tangente ou le sinus, on a

$$\int \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = \text{arc. sin.}\, y + C ; \int \frac{dy}{1+y^2} = \text{arc. tang.}\, y + C.$$

442. Soit proposé d'intégrer une expression de la forme : $dy = x^n dx\,(a+bx^m)^k$.

Si $n=m-1$ la formule 3° du n° 440 lui sera applicable.

Dans le cas contraire, on développera le binome $(a+bx^m)^k$. On obtiendra ainsi pour la valeur de dy une suite de termes dont chacun sera intégrable ; cette suite sera *finie* si K est un nombre entier. S'il s'y trouve des termes de la forme $\frac{dx}{x}$, on les intégrera par logarithmes.

On a trouvé des méthodes pour ramener l'intégration de la même expression à une autre *connue* et qui serait de la forme $x^p dx\,(a+bx^m)^k$, ou bien à une autre de la forme $x^p dx(a+bx^m)^q$. Mais ces calculs sont trop étendus pour que nous puissions les insérer ici.

443. Supposons que $\frac{\mathrm{P}dx}{\mathrm{Q}}$ soit une fraction rationnelle, et que le plus grand exposant de x dans P soit plus petit, au moins d'une unité, que dans Q. S'il ne l'est pas, on divisera le numérateur par le dénominateur jusqu'à ce que cette dernière condition ait lieu.

Cela posé, en supposant que x soit élevée à la puissance m dans Q, en égalant Q à zéro, et en cherchant toutes ses racines, on trouvera que Q est le produit de m, facteurs tels que $(x-t)$ $(x-g)(x-h)\ldots\&$, et on aura $\frac{\mathrm{P}dx}{\mathrm{Q}} = \frac{ax^{m-1}+bx^{m-2}+\&}{(x-f)(x-g)(x-h).\&}\times dx$.

Pour intégrer cette fraction, on la décomposera en celles-ci : $\frac{\mathrm{P}dx}{\mathrm{Q}} = \frac{\mathrm{A}dx}{(x-f)} + \frac{\mathrm{B}dx}{(x-g)} + \&$ dont l'intégrale est $\mathrm{A}l(x-f)$ $+\mathrm{B}l(x-g)+\&$; et on déterminera les coefficients A, B, & en réduisant d'abord au même dénominateur, en transposant ensuite, et égalant à zéro le coefficient de chaque puissance de x, ce qui donnera autant d'équations que d'inconnues.

S'il y avait n racines de Q égales à b, on ferait :

$$\frac{\mathrm{P}dx}{\mathrm{Q}} = \frac{\mathrm{A}dx}{x-f} + \frac{\mathrm{B}dx}{x-g} + \&\ldots + \frac{\mathrm{A}'x^{n-1}+\mathrm{A}''x^{n-2}+\&\ldots+\mathrm{R}}{(x-b)^n}\,dx$$

$$= \frac{\mathrm{A}dx}{x-f} + \frac{\mathrm{B}dx}{x-g} + \&\ldots + \frac{\mathrm{A}'x^{n-1}dx}{(x-b)^n} + \frac{\mathrm{A}''x^{n-2}dx}{(x-b)^n} + \&.$$ Tout se

réduira donc à intégrer des expressions telles que $\frac{A\,dx}{x-f}$ et $\frac{A\,x^k dx}{(x-b)^n} = A\,x^k dx\,(x-b)^n$.

444. Lorsqu'on a à intégrer une fonction surchargée d'un ou de plusieurs radicaux, on cherche à la rendre rationnelle, afin de pouvoir lui appliquer les méthodes connues.

Supposons, par exemple, que l'expression $a+bx+cx^2$ soit composée de deux facteurs réels $m+nx$, $p+qx$, que X soit une fonction rationnelle de x, et qu'il s'agisse d'intégrer $dy = X\,dx\,\sqrt{a+bx+cx^2} = X\,dx\,\sqrt{(m+nx)\,(p+qx)}$.

On fait $\sqrt{(m+nx)(p+qx)} = (m+nx)z$. D'où $x = \frac{p-mz^2}{nz^2-q}$; $(m+nx)z = \frac{pn-mq}{nz^2-q}$ $dx =$ &... (cnz); et en substituant ces valeurs dans l'expression donnée, on obtient une expression rationnelle en z, où après l'intégration on substituera pour z sa valeur en x.

On agirait de même, si l'on avait à intégrer $dy = \frac{X\,dx}{\sqrt{a+bx+cx^2}}$.

Si les deux facteurs de $a+bx+cx^2$ sont imaginaires, en faisant disparaître le second terme il faudra d'abord ramener l'expression donnée à cette forme : $dy = X\,dx\sqrt{x^2+a^2}$ ou $dy = \frac{X\,dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$; et en faisant $\sqrt{x^2+a^2} = x+z$; on pourra toujours obtenir une expression rationnelle en z.

445. Lorsqu'une différentielle n'est pas susceptible d'une intégration exacte, on a recours aux approximations, et les séries sont alors une des dernières ressources. On voit bien, en effet, qu'en réduisant en série une fonction X de la variable x, on aura une suite de termes monomes dont les intégrales réunies donneront une valeur approchée de $\int X\,dx$.

Les séries se forment soit par le développement d'un binome, soit en effectuant la division indiquée par les deux termes d'une fraction, &. Mais au moyen de la formule $\int X\,dx = Xx - \int x\,dX$, et en supposant $dX = X'dx = \frac{dX}{dx}\,dx$, &... &... on a

trouvé la formule suivante qui sert à mettre une fonction quelconque en série, et qui en donne immédiatement l'intégrale :

$$\int X\,dx = Xx - \frac{x^2}{2}\cdot\frac{dX}{dx} + \frac{x^3}{2.3}\cdot\frac{d^2X}{dx^2} - \frac{x^4}{2.3.4}\cdot\frac{d^3X}{dx^3} + \&c + C.$$

Dans cette série X est une fonction quelconque de x, et est, en même temps, le premier coefficient différentiel de $\int X\,dx$, en sorte que si nous faisons $\int X\,dx = Y =$ fonction de x, nous obtiendrons cette autre formule également exacte :

$$Y = x\frac{dY}{dx} - \frac{x^2}{2}\frac{d^2Y}{d^2x} + \frac{x^3}{2.3}\cdot\frac{d^3Y}{dx^3} - \frac{x^4}{2.3.4}\cdot\frac{d^4Y}{dx^4} + \&c + C.$$

Par exemple, soit $X = \frac{1}{a+x}$. En cherchant successivement les valeurs de $\frac{dX}{dx}$, $\frac{d^2X}{dx^2}$, &c, on obtiendra par la première formule :

$$\int\frac{dx}{a+x} = l(a+x) = la + \frac{a}{a+x} + \frac{x^2}{2(a+x)^2} + \frac{x^3}{3(a+x)^3} + \&c.$$

On trouverait de même :

$$(b-x)^m = b^m\left(1 - \frac{mx}{b-x} + \frac{m(m+1)}{2}\cdot\frac{x^2}{(b-x)^2}\right.$$
$$\left. - \frac{m(m+1)(m+2)}{2.3}\cdot\frac{x^3}{(b-x)^3} + \&c...\right.$$

$$(b+x)^m = b^m\left(1 + \frac{mx}{b+x} + \frac{m(m+1)}{2}\cdot\frac{x^2}{(b+x)^2}\right.$$
$$\left. + \frac{m(m+1)(m+2)}{2.3}\,\frac{x^3}{(b+x)^3} + \&c...\right.$$

$$y = \text{arc. tang. } x = \frac{x}{1+x^2} + \frac{2\,x^3}{3\,(1+x^2)^2} + \frac{2.4.x^5}{3.5\,(1+x^2)^3}$$
$$+ \frac{2.4.6.x^7}{3.5.7\,(1+x^2)^4} + \&...$$

$$a^x = 1 + xla + \frac{x^2l^2a}{2} + \frac{x^3l^3a}{2.3} + \frac{x^4l^4a}{2.3\,4} + \&...$$

Dans cette dernière formule l^2a, l^3a, & signifient log. hyperbolique élevé à la seconde, à la troisième puissance, &.

446. Voici encore quelques intégrations relatives aux différentielles logarithmiques, exponentielles, et à celles où il entre des sinus, cosinus, etc.

1° $$\int x^m dx l^n x = \frac{x^{m+1}}{m+1}\left(l^n x - \frac{n}{m+1} l^{n-1} x + \frac{n(n-1)}{(m+1)^2} l^{n-2} x - \&...\right)$$

Si dans la formule précédente $m = -1$, on a : $\int \frac{dx}{x} l^n x = \frac{l^{n+1} x}{n+1}$.

2° $$\int dx \cos. nx = \frac{1}{n} \sin. nx ;.... \int dx \sin. nx = -\frac{1}{n} \cos. nx.$$

3° $$\int dx \sin. x \cos. ax = -\frac{\cos. (a+1)y}{(2\,a+1)} + \frac{\cos. (a-1)y}{2\,(a-1)}.$$

4° $$\int dx \sin.^m x = -\frac{1}{m} \cos. x \sin.^{m-1} x -$$
$$- \frac{m-1}{m\,(m-2)} \cos. x \sin.^{m-3} x - \frac{(m-1)(m-3)}{m\,(m-2)\,(m-4)} \cos. x \sin.^{m-5} x$$

tiendra à la tranche. $\int xdy$ donnera la surface de cette tranche que l'on prendra dans sa totalité. En restituant alors x à la place de K, on obtiendra une fonction en x qui sera l'expression générale de la tranche T.

En ce qui concerne la rectification des courbes, soit z une portion de la courbe donnée, dont une des extrémités a pour ordonnées y et x, on a généralement $dz = dx\sqrt{1+\frac{dy^2}{dx^2}}$;

d'où $z = \int dx\sqrt{1+\frac{dy^2}{dx^2}}$.

449. S'il s'agissait d'un solide de révolution, la tranche serait nécessairement un cercle exprimé par πy^2. Donc $Q = \pi\int y^2dx$.

L'élément de surface de ce même solide serait $2\pi y \times dz$.

Donc $S = 2\pi\int ydz = 2\pi\int ydx\sqrt{1+\frac{dy^2}{dx^2}}$: (les x et les y étant comptés sur la figure génératrice, et z exprimant une portion de la courbe).

450. Appliquons ceci à quelques exemples :

L'équation du *cercle* est $y^2=a^2-x^2$. Donc $\int ydx = \int dx\sqrt{a^2-x^2}$.

$$\text{Or, } \sqrt{a^2-x^2} = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2-x^2}} + \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{2} - \frac{x^2}{2\sqrt{a^2-x^2}};$$

$$\text{et} \quad \frac{dx}{2}\sqrt{a^2-x^2} - \frac{x^2dx}{2\sqrt{a^2-x^2}} = d.\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}.$$

$$\text{Donc} \int dx\sqrt{a^2-x^2} = \int d.\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\int\frac{\frac{dx}{a}}{\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}$$

$$= \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\text{ arc. sin. }\frac{x}{a} + C$$

Dans cette expression (*fig.* 10), le premier terme $\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}$ représente évidemment le triangle CMP, et le second terme $\frac{a^2}{2}$ arc. sin. $\frac{x}{a}$ le secteur DMC; en sorte que l'expression entière s'applique à la portion CDMP de la surface. Nous déterminerons C par la supposition que lorsque $x=0$, $\int ydx$ comprend déjà le quart de cercle $BCD=\frac{a^2}{2}\cdot\frac{\pi}{2}$. Alors en observant que arc. sin. $\left(-\frac{x}{a}\right) = -$ arc. sin. $\frac{x}{a}$, et que, par conséquent, pour un point M' la figure CDM'P' doit se retrancher du quart de cercle, on aura pour l'expression générale d'une portion de surface de cercle, comprise entre le point B et une ordonnée quelconque M'P';

$$s=\frac{a^2}{2}\left\{\frac{\pi}{2}+\text{arc. sin.}\frac{x}{a}+\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\right\}=\text{BM'P'}.$$

On peut aussi obtenir cette surface, par approximation, à l'aide des séries.

451. L'équation de l'*ellipse* est $y^2=\frac{b^2}{a^2}(a^2-x^2)$; d'où $\int ydx=\frac{b}{a}\int dx\sqrt{a^2-x^2}$. Donc, dans les mêmes circonstances que ci-dessus,

$$s=\frac{b}{a}\cdot\frac{a^2}{2}\left\{\frac{\pi}{2}+\text{arc. sin.}\frac{x}{a}+\frac{x}{a}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\right\}.$$

Ainsi, la demi-ellipse BN'A et le demi-cercle BM'A ayant le diamètre BA commun; pour une ordonnée quelconque M'P' on a BN'P' : BM'P' :: $b:a$; et l'ellipse entière est au cercle entier dans la même proportion (*fig.* 10).

452. L'équation de la *parabole* est $y^2=px$; d'où $\int ydx = p^{\frac{1}{2}}\int x^{\frac{1}{2}}dx=\frac{2}{3}p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}xy$; comme nous l'avons déjà trouvé (n° 411).

453. L'hyperbole équilatère a pour équation $y^2 = x^2 - a^2$, dans laquelle $a = CA$ (*fig.* 11). Cherchons d'abord l'expression de l'espace CAMQ. On a $\int xdy = \int dy \sqrt{a^2+y^2}$.

Or, $dy\sqrt{a^2+y^2} = dy \cdot \frac{a^2}{2\sqrt{a^2+y^2}} + dy \left\{ \frac{1}{2}\sqrt{a^2+y^2} + \right.$

$$\left. + \frac{y^2}{2\sqrt{a^2+y^2}} \right\}.$$

Dans cette expression, en multipliant $\frac{a^2}{2\sqrt{a^2+y^2}}$, haut et bas par $y+\sqrt{a^2+y^2}$, on trouve que $dy \cdot \frac{a^2}{2\sqrt{a^2+y^2}} =$

$$= \frac{d.(y+\sqrt{a^2+y^2})}{y+\sqrt{a^2+y^2}}.$$ On a d'ailleurs,

$$dy \left\{ \frac{1}{2}\sqrt{a^2+y^2} + \frac{y^2}{2\sqrt{a^2+y^2}} = d.\frac{y}{2}\sqrt{a^2+y^2} \right\}.$$

Donc $\int dy \sqrt{a^2+y^2} = \frac{y}{2}\sqrt{a^2+y^2} + \frac{a^2}{2} l.y+x\sqrt{a^2+y^2} + C.$

Lorsque $y = 0$, CAMQ $= 0$ et on a : $0 = 0 + \frac{a^2}{2} la + C$; d'où

$C = -\frac{a^2}{2} la$; et enfin CAMQ $= \frac{y}{2}\sqrt{a^2+y^2} + \frac{a^2}{2} l.\frac{y+\sqrt{a^2+y}}{a}$

$$= \frac{yx}{2} + \frac{a^2}{2} l.\frac{y+x}{a}.$$

Donc AMP $= xy - \text{CAMQ} = \frac{yx}{2} - \frac{a^2}{2} l.\frac{y+x}{a} = \int ydx.$

Dans ces expressions $\frac{xy}{2}$ exprime évidemment le triangle

$$CMQ = CMP. \text{ Donc } CAM = l.\frac{y+\sqrt{a^2+y^2}}{a}.$$

Lorsque y est infini, CAM le devient aussi ; ce qui démontre que l'espace total compris entre le demi-diamètre CA, l'asymptote CX et la courbe, est une quantité infiniment grande.

454. Une *hyperbole* quelconque a pour équation $x^2 = \frac{a^2}{b^2}(b^2+y^2)$.

$$\text{Donc} \int x dy = \frac{a}{b}\int dy\sqrt{b^2+y^2} = \frac{a}{b}\left\{\frac{y}{2}\sqrt{b^2+y^2}+\right.$$

$$\left. +\frac{b^2}{2}l.\frac{y+\sqrt{b^2+y^2}}{b}\right\} = \frac{yx}{2}+\frac{ab}{2}l.\frac{ay+bx}{ab} = \text{CAMQ } (\textit{fig.}\,12).$$

$$\text{Donc AMP} = yx - \text{CAMQ} = \frac{yx}{2} - \frac{ab}{2}l.\frac{ay+bx}{a} = \int y dx.$$

Il faut remarquer que si la méthode d'intégration employée au n° 453 nous a donné $l\frac{y+\sqrt{a^2+y^2}}{a}$ pour l'un des facteurs du second terme de la valeur de CAMQ, elle aurait pu tout aussi bien nous faire trouver $-l\frac{\sqrt{a^2+y^2}-y}{a}$, ou $\frac{1}{2}l.\frac{\sqrt{a^2+y^2}+y}{\sqrt{a^2+y^2}-y}$.

Ces trois expressions sont identiques.

455. Pour faire une application des formules générales aux solides, cherchons la solidité de l'ellipsoïde *à trois axes inégaux*, dont la surface a pour équation : $a^2b^2z^2+a^2c^2y^2+b^2c^2x^2 = a^2b^2c^2$.

Je fais $x = K$, d'où $a^2b^2z^2+a^2c^2y^2 = b^2c^2(a^2-K^2)$ ou bien $\frac{b^2}{a^2}(a^2-K^2)z^2+\frac{c^2}{a^2}(a^2-K^2)y^2 = \frac{b^2}{a^2}\times\frac{c^2}{a^2}(a^2-K^2)^2$; équation de la *tranche*.

Soit $\frac{a}{b}\sqrt{a^2-K^2} = B^2$; $\frac{c}{a}\sqrt{a^2-K^2} = C$; cette équation de-

vient $B^2z^2+C^2y^2=B^2c^2$; ce qui prouve que cette tranche est une ellipse dont la surface complète est représentée par $\pi AB = \frac{\pi bc}{a^2}(a^2-K^2)$. Donc une tranche quelconque parallèle à celle-là sera $T=\frac{\pi bc}{a^2}(a^2-x^2)$. Donc la solidité $Q=\int T\,dx = \int \frac{\pi bc}{a^2}(a^2-x^2)\,dx = \int \pi bc dx - \int \frac{\pi bc}{a^2}x^2 dx = \pi bcx - \frac{\pi bc}{3a^2}x^3 + C$.

Pour prendre la cubature complète, nous supposerons qu'elle est nulle, lorsque $x=-a$, et entière lorsque $x=a$. Le premier cas détermine la constante C par l'équation $0=-\pi bca+\frac{\pi bca}{3}+C$; d'où $C=\frac{2}{3}\pi abc$ et $Q=\frac{3\pi bcx}{3}+\frac{2\pi abc}{3}-\frac{\pi bc}{3}\cdot\frac{x^3}{a^2}$.

Et enfin, lorsque $x=a$, on a pour le cube total :

$$Q=\frac{3\pi abc+2\pi abc-\pi abc}{3}=\frac{4}{3}\pi abc$$ (*voyez* le n° 412).

456. On appelle *méthode diverse des tangentes*, celle qui apprend à trouver l'équation d'une courbe dont on connaît une des propriétés relatives au point de contact.

Cherchons, par exemple, la courbe dans laquelle la sous-normale est constante ou $=a$. Puisque nous savons d'ailleurs que l'expression générale de cette ligne est $\frac{ydy}{dx}$, nous aurons $\frac{ydy}{dx}=a$; $ydy=adx$; et en intégrant, pour exprimer que la propriété donnée convient à tous les points de la courbe, on a $y^2=2a(x+c)$ équation à la parabole qui résout le problème proposé.

Nous ne nous étendrons pas davantage sur ce genre de recherches, qui n'a d'autres bornes que celles du calcul intégral : car l'intégration n'est pas toujours possible, et alors on est obligé de s'en tenir à l'équation différentielle.

457. Avant de terminer ce qui a rapport au calcul différentiel et intégral, nous donnerons un exemple de la *discussion d'une courbe*.

Soit l'équation $y=px-x^3$ qui doit nous servir : 1° à tracer la courbe qu'elle représente ; 2° à en découvrir les propriétés.

Après avoir tracé indéfiniment les axes AX, AY (*fig.* 13), cherchons d'abord les points où la courbe coupe l'axe des x. Pour ces points $y=0$, ce qui donne trois valeurs pour x, sa-

voir : $x = 0$, $x = +\sqrt{p}$ et $x = -\sqrt{p}$. La courbe passe donc par les points A, B et C, en supposant $AB = AC = \sqrt{p}$. En faisant $x = 0$ on a $y = 0$; donc la courbe ne coupe l'axe des y qu'au point A.

Cherchons s'il n'existe pas quelques points pour lesquels la tangente soit parallèle à l'axe des x. Pour ces points $\frac{dy}{dx} = p - 3x^2 = 0$, d'où $x = \pm \sqrt{\frac{p}{3}}$ et $y = \pm 2 \cdot \frac{p}{3}\sqrt{\frac{p}{3}} = K$.

Ainsi en supposant $FD = EG = \sqrt{\frac{p}{3}} = a$ et $AF = AG = K$, la courbe est rentrante aux points D et E, et on entrevoit déjà la forme qu'elle doit affecter, puisqu'on sait qu'elle doit passer par les points C, E, A, D et B. Mais, comme il paraît naturel que les deux branches EC, DB se prolongent indéfiniment en sens inverse, cherchons les points H et I où les lignes DF, EG viennent les rencontrer ; et pour cela, remarquons que la valeur $x = a$, par exemple, peut être considérée comme l'une des racines de l'équation $x^3 - px + K = x^3 - 3a^2x + 2a^3 = 0$, en divisant donc cette équation par $x - a$, on doit obtenir une équation du second degré qui donnera les deux autres racines. On trouve en effet : $x^2 + ax - 2a^2 = 0$, d'où $x = -\frac{a}{2} \pm \frac{3a}{2}$. Ainsi pour $y = K$, les trois valeurs de x correspondantes sont $x = a$, $x = a$ et $x = -2a = -2\sqrt{\frac{p}{3}}$. L'égalité des deux premières concourt à indiquer que la courbe rentre sur elle-même au point D.

Pour $y = -K$ on obtiendrait des résultats tout à fait analogues. Donc on a, $FH = GI = 2a$.

La tangente de l'angle formé par la tangente à un point quelconque de la courbe et l'axe des x, a pour expression générale $\frac{dy}{dx} = p - 3x^2$. Donc pour le point A où $x = 0$ $\frac{dy}{dx} = p$ et pour les points B et C, $\frac{dy}{dx} = -2p$. En faisant d'ailleurs $\frac{d^2y}{dx^2} = -6x$

$=0$, on apprend qu'il y a *inflexion* au point A. Toutes ces remarques, et un calcul géométrique des plus simples, suffisent pour faire reconnaître que les tangentes aux points B et C rencontrent celle menée par le point A, en deux points K et L, dont les ordonnées sont $+\frac{2}{3}p\sqrt{p}$, $-\frac{2}{3}p\sqrt{p}$ et les abscisses $+\frac{1}{3}\sqrt{p}$, $-\frac{1}{3}\sqrt{p}$, en sorte qu'on a $RA = As = \frac{2}{3}p\sqrt{p} = 2a^3\sqrt{3}$ et $RK = Ls = \frac{2}{3}\sqrt{p} = \frac{2}{3}a\sqrt{3}$.

La surface $= \int y\,dx = \int (px - x^3)\,dx = \frac{px^2}{2} - \frac{x^4}{4}$. La portion $ADB = \frac{p^2}{2}$.

On pourrait pousser ces considérations plus loin, celles qui précèdent suffisent pour montrer que la courbe, après le double contour CEADB, se prolonge à l'infini de I vers Z, et de H vers Z'.

En général pour une valeur $y = q$, on doit trouver trois valeurs de x. La forme de la courbe indique que lorsque y est positif, l'une de ces valeurs est négative; le contraire arrive lorsque y est négatif.

Soit $-c$ cette valeur négative de x, les deux autres valeurs seront : $x = \frac{c}{2} \pm \sqrt{p - \frac{3}{4}c^2}$. Ces deux dernières valeurs seront réelles tant qu'on aura $p > \frac{3}{4}c^2$. Elles seront imaginaires et prendront la forme $x = \frac{c}{2} \pm \sqrt{-1}\sqrt{\frac{3}{4}c^2 - p}$, lorsque $p < \frac{3}{4}c^2$ (1).

Il existe donc une courbe supérieure à deux branches TDU, imaginaire par rapport à la courbe dont l'équation est $x^3 - px + y = x^3 - px + (c^3 - pc) = 0$, réelle si l'on part des valeurs $x = \frac{c}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{4}c^2 - p}$, ce qui lui donne pour équations : $x^2 - cx - \frac{c^2}{2} +$

---

(1) Pour les points D et E où $c = 2\sqrt{\frac{P}{p}}$, $\frac{3}{4}c^2 = p$; de plus $q = 2\,\frac{p}{3}\sqrt{\frac{p}{3}}$, c'est-à-dire $\frac{q^2}{4} = \frac{p^3}{27}$; toutes expressions identiques.

$p=0$ jointe à $c^3-pc-y=0$. Cette seconde courbe que nous appellerons *auxiliaire*, touche la première au point D et coupe l'axe des y en un point pour lequel $x=0$, $c=\sqrt{2p}$; ce qui donne, en rapportant la valeur $-\sqrt{2p}$ à l'équation $x^3-px+y=0$ dont elle est une des racines, $y=p\sqrt{2p}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ K; résultat qu'on trouve plus directement encore par l'équation $c^3-pc-y=0$.

La courbe principale a, au reste, une propriété remarquable qui pourrait lui mériter le nom de *résolutrice*.

Soit en effet $z^3-Px+Q=0$ une équation quelconque du troisième degré, dont le second terme est négatif. Faisons $Q=q\frac{P}{p}\sqrt{\frac{P}{p}}$, $z=x\sqrt{\frac{P}{p}}$. Il en résulte, $x^3\frac{P}{p}\sqrt{\frac{P}{p}}-xP\sqrt{\frac{P}{p}}+q\frac{P}{p}\sqrt{\frac{P}{p}}=0$, d'où enfin $x^3-px+q=0$.

On peut conclure de là que, si l'on trace avec soin sur le papier la courbe dont l'équation est $x^3-px+y=0$, les trois valeurs de x correspondantes à une hauteur $y=q=\frac{Q}{\frac{P}{p}\sqrt{\frac{P}{p}}}$ étant a, b et c les trois racines de l'équation $z^3-Px+Q=0$ seront exactement : $a\sqrt{\frac{P}{p}}$, $b\sqrt{\frac{P}{p}}$, et $c\sqrt{\frac{P}{p}}$.

CALCUL AUX DIFFÉRENCES FINIES.

458. Dans le calcul différentiel, on suppose que la variable indépendante reçoit des accroissements égaux mais indéfiniment petits, en sorte que, s'il s'agit d'une courbe, la fonction représente toutes les ordonnées ; s'il s'agit d'un solide toutes les tranches ; et s'il s'agit d'un nombre, toutes les grandeurs imaginables entre deux limites données. Dans le calcul aux différences finies, au contraire, on suppose que cette variable reçoit des

accroissements égaux mais de grandeur *finie*, en sorte que, dans les mêmes circonstances, la fonction représente une série d'ordonnées, de tranches ou de grandeurs séparées par des intervalles égaux et appréciables.

459. Etant donnée une fonction trouver sa différence, étant donnée une différence retrouver la fonction, tel est encore le but du calcul aux différences finies. Il y a donc ici, comme dans le calcul différentiel, *différentiation* et *intégration* ou *sommation*.

460. Les différences s'expriment par le signe Δ et les sommations ou intégrations par le signe Σ, qui veut dire *somme*.

461. En général, la différentiation d'une fonction variable, de nature quelconque, consiste à supposer que chacune des grandeurs variables particulières qui entrent dans la fonction augmente de sa différence positive ou négative, à substituer ces grandeurs ainsi changées dans la fonction proposée, et enfin à retrancher du nouveau résultat cette même fonction.

462. Soit, par exemple, $y = x^2$. Si à la place de x, nous mettons $x + \Delta x$, et à la place de y, $y + \Delta y$, nous aurons : $y + \Delta y = (x + \Delta x)^2 = x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2$. D'où $\Delta y = 2x\Delta x + \Delta x^2$. En différentiant cette nouvelle fonction, et supposant Δx constant, on a $\Delta(y + \Delta y) = 2\Delta x(x + \Delta x) + \Delta x^2$ ou $\Delta y + \Delta\Delta y = \Delta y + \Delta^2 y = 2x\Delta x + 3\Delta x^2$; d'où $\Delta^2 y = 2\Delta x^2$. Fonction qu'on ne peut plus différentier puisque $2(\Delta x)^2$ ou $2\Delta x^2$ est une quantité constante.

463. Les règles de ces différentiations ont beaucoup de rapport avec celles du calcul différentiel, et surtout en ce qui concerne les quantités constantes. Nous allons énoncer seulement la différentiation des quantités les plus simples, déduites de ces principes.

1° $\Delta(x + y + a) = \Delta x + \Delta y + \Delta z.$

2° $\Delta(ax + by - cz + d) = a\Delta x + b\Delta y - c\Delta z.$

3° $$\Delta(x^m) = mx^{m-1}\Delta x + \frac{m(m-1)}{2}x^{m-2}\Delta x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{2.3}x^{m-3}\Delta x^3 + \&c....$$

4° $\Delta(xy) = y\Delta x + x\Delta y + \Delta x\Delta y.$

5° $$\Delta(xyz) = yz\Delta x + xz\Delta y + xy\Delta z + x\Delta y\Delta z + y\Delta x\Delta z + z\Delta x\Delta y + \Delta x\Delta y\Delta z.$$

6° Faisons $\Delta x = \omega$; on a :

$$\Delta \left\{ x(x+\omega)(x+2\omega)(x+3\omega)\ldots(x+(n-1)\omega \right\} = n\omega \left\{ (x+\omega)(x+2\omega)\ldots (x+(n-1)\omega) \right\}.$$

Pour différentier $(x+\omega)(x+2\omega)\ldots\&$, on ferait $(x+\omega) = y$, ce qui réduirait la fonction à la forme précédente.

7° $$\Delta\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{y\Delta x - x\Delta y}{y^2 + y\Delta y}.$$

8° $$\Delta \left\{ \frac{1}{x(x+\omega)(x+2\omega)\ldots(x+(n-1)\omega)} \right\} = -n\omega \times \frac{1}{x(x+\omega)(x+2\omega)\ldots(x+n\omega)}.$$

9° $$\Delta(lx) = l\frac{(x+\omega)}{x} = 2\left\{ \frac{\omega}{2x+\omega} + \frac{\omega^3}{3(2x+\omega)} + \frac{\omega^5}{5(2x+\omega)} + \& . \right.$$

10° Soit $y = a^x\ldots$ on a :

$$\Delta y = \Delta a^{x+\Delta x} = a^x(a^{\Delta x}-1) = a^x(a^\omega - 1) = a^x\left(\frac{\omega b}{1} + \frac{\omega^2 b^2}{1.2} + \frac{\omega^3 b^3}{1.2.3} + \&\ldots\right).$$

11° $$\Delta(\sin. mx) = \cos. mx \sin. m\Delta x - (1 - \cos. m\Delta x)\sin. mx.$$

$$\Delta(\cos. mx) = -\sin. mx \sin. m\Delta x - (1 - \cos. m\Delta x)\cos. mx.$$

12° $$\Delta x \sin. x = -x\sin. x(1-\cos.\omega) + x\cos. x\sin.\omega + \omega\cos.\omega\sin. x + \omega\sin.\omega\cos. x.$$

$$\Delta x\cos. x = -x\cos. x(1-\cos.\omega) - x\sin. x\sin.\omega + \omega\cos.\omega\cos. x - \omega\sin.\omega\sin. x.$$

&... &... &...

464. *Intégrer* une expression donnée, c'est trouver la somme d'une suite de termes dont le dernier, ou *terme général*, aurait

pour terme consécutif l'expression proposée. Une fonction étant donnée, il est facile d'en trouver les différences première, seconde, troisième, etc., mais le retour des différences aux grandeurs génératrices offre des difficultés souvent insurmontables. Nous nous bornerons à un petit nombre d'exemples.

1° L'intégrale de $\Delta x = \omega$ étant x, celle de $\omega \times 1 = \omega x^0$ sera aussi x, d'où $\Sigma x^0 = \frac{x}{\omega}$.

2° $\Sigma x^1 = \frac{x^2}{2\omega} - \frac{x}{2}$.

3° $\Sigma x^2 = \frac{x^3}{3\omega} - \frac{x^2}{2} + \frac{\omega x}{6}$.

4° $\Sigma x^3 = \frac{x^4}{4\omega} - \frac{x^3}{2} + \frac{x^2\omega}{4}$.

5° $\Sigma x^4 = \frac{x^5}{5\omega} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^3\omega}{3} - \frac{x\omega^3}{30}$; &....

Nota. Dans ces formations, le dernier terme n'est pas compris. Ainsi pour avoir la somme de la série des nombre naturels, ω étant égal à 1, à l'expression de Σx, il faut ajouter x, et l'on aura $\Sigma x = 1 + 2 + 3 ... + x = \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + x$. De même à l'expression de Σx^2 il faudra ajouter x^2; et ainsi de suite.

6° $\Sigma (x+\omega)(x+2\omega)...(x+n\omega) = \frac{x(x+\omega)(x+2\omega)...[x+(n-1)\omega]}{n\omega}$.

7° $\Sigma x(x+\omega)(x+2\omega)...[x+(n-1)\omega] =$
$\frac{x(x+\omega)(x+2\omega)...[x+(n-1)\omega]}{n\omega} - x(x+\omega)(x+2\omega)...[x+(n-2)\omega]$.

8° $\Sigma \frac{a}{x(x+n\omega)} = \frac{a}{n\omega} \Sigma \frac{n\omega}{x(x+n\omega)} = \frac{a}{n\omega} \left\{ - \frac{1}{x} - \frac{1}{x+\omega} - \frac{1}{x+2\omega} .... - \frac{1}{x+(n-1)\omega} \right\}$.

Nota. Dans les formules précédentes, ω exprime toujours la différence constante de x, n un nombre entier positif, a une constante, etc.

9° $\Sigma a^{nx} = \frac{a^{nx}}{a^{n\omega} - 1} + C.$

10° $\Sigma \sin. x = \frac{\sin.(x-\omega) - \sin. x}{2(1 - \cos. \omega)} + C.$

11° $\Sigma \cos. x = \frac{\cos.(x-\omega) - \cos. x}{2(1 - \cos. \omega)} + C.$

&c.. &c... &c...

465. En général, soit une suite quelconque, composée de tant de termes qu'on voudra, A, B, C, D, et dont la somme est S, on aura $S = A + B + C + D$. Cela posé, il est clair qu'on peut regarder S comme une grandeur variable dont la *différence* est le terme E qui suit immédiatement celui auquel on s'arrête, c'est-à-dire le *terme* général de la suite. Appelons T ce terme général, on aura donc dans tous les cas $T = \Delta S$; et $S = \Sigma T$ exprimera la somme de tous les termes, non compris le dernier.

Cette théorie s'applique à tout; à la somme des ordonnées, à celle des tranches d'un solide comme à celle des nombres ou des termes d'une série quelconque. Ce n'est point ici le lieu d'en faire des applications. Notre tâche se borne à mettre sur la voie et à indiquer les principes.

466. Soit une fonction quelconque de x, $y = \varphi(x)$, et supposons que, par des accroissements successifs, on change cette fonction en celle-ci : $\varphi(x+\omega)$, $\varphi(x+2\omega)$, $\varphi(x+3\omega)$ &c.... Pour l'une quelconque de ces variations, $\varphi(x+n\omega)$ on a :

$$\varphi(x+n\omega) = y + n\Delta y + \frac{n(n-1)}{1.2}\Delta^2 y + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\Delta^3 y + \&c....$$

Soit d'après cette formule, $\varphi(x+\omega) = y + \Delta y + \&c...$ $\varphi(x+\omega) = y + 2\Delta y + \&c...$ $\varphi(x+3\omega) = y + 3\Delta y + \&c...$, en ajoutant membre à membre, on aura :

$$\Sigma\varphi(x+n\omega) = ny + \Sigma n \times \Delta y + \Sigma\frac{n(n-1)}{2} \times \Delta^2 y + \Sigma\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3} \times \Delta^3 y + \&c.$$

Par d'autres considérations analogues, on obtient aussi :

$$\Sigma\varphi(x+n\omega)=ny+\frac{n(n-1)}{2}\Delta y+\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}\Delta^2 y+\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3.4}\Delta^3 y+\&.$$

D'où l'on déduit :

$$\Sigma n=n\times\frac{n-1}{2};\ \Sigma\frac{n(n-1)}{2}=\frac{n(n-1)}{2}\times\frac{n-2}{3};\ \Sigma\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}=\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}\times\frac{n-3}{4};\ \&.$$

467. Le calcul différentiel prête aussi son secours au calcul aux différences finies. Ainsi, l'on a trouvé la formule suivante qui sert avec une admirable facilité à former toutes les suites imaginables.

Soit $y=\varphi(x)$ et $\omega=\Delta x$; on a

$$\varphi(x+\omega)=y+\frac{dy}{dx}\omega+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{\omega^2}{2}+\frac{d^3y}{dx^3}\frac{\omega^3}{2.3}+\frac{d^4y}{dx^4}\frac{\omega^4}{2.3.4}+\&...$$

468. Soit, par exemple, $y=\varphi(x)=lx$, on a :

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{x};\ \frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{1}{x^2};\ \frac{dy^3}{dx^3}=\frac{2}{x^3};\ \frac{d^4y}{dx^4}=-\frac{2.3}{x^4};\ \&....$$

$$\text{D'où } l(x+\omega)= x+\frac{\omega}{x}-\frac{\omega^2}{2\omega^2}+\frac{\omega^3}{3x^3}-\frac{\omega^4}{4x^4}+\&....$$

469. De la formule précédente, on déduit encore celle-ci :

$$\Sigma\varphi(x+n\omega)=ny+\frac{dy}{dx}\omega\Sigma n+\frac{d^2y}{dx^2}\frac{\omega^2}{2}\Sigma n^2+\frac{d^3y}{dx^3}\cdot\frac{\omega^3}{2.3}\Sigma n^3+\&...$$

qu'on peut comparer à celles du nº **466**, et qui fournit une sé-

rie d'équations, en égalant les coefficients correspondants des mêmes puissances de $\omega = \Delta x$.

470. Nous avons déjà fait remarquer qu'on ne sait pas encore sommer la suite dont $\frac{1}{n}$ est le terme général. Nous sommes toutefois parvenu, à l'aide de diverses considérations, à établir la formule suivante, qui donne cette somme avec une très-grande approximation.

$$\Sigma \frac{1}{n} = ln + \frac{1}{2} + \frac{1}{2n} + \frac{n-1}{9} - \frac{(n-1)(n-2)}{30n^2}.$$

Dans l'application de cette formule, on se rappellera que ln exprime le logarithme hyperbolique de n, et que $\mathrm{L}n$, exprimant celui du même nombre pris dans les tables, on a $ln = \frac{\mathrm{L}n}{0.43429} = \mathrm{L}n \times 2.302585$.

Si l'on remarque aussi que la quantité $\frac{n-1}{9} - \frac{(n-1)(n-2)}{30n^2}$ tend à se rapprocher de $\frac{1}{9} - \frac{1}{30} = 0.077777$, à mesure que n grandit, et que pour $n = 1{,}000$, on a déjà $\frac{1}{2n} = 0.0005$, on se convaincra que l'on peut se contenter d'employer la formule entière jusqu'à $n = 100$.

De 100 à 1,000 on aura très-approximativement $\Sigma \frac{1}{n} = \frac{\mathrm{L}n}{0.43429} + \frac{1}{2n} + 0.578$, et de 1,000 et au-dessus... $\Sigma \frac{1}{n} = \frac{\mathrm{L}n}{0.43429} + 0.578$.

On a calculé que la somme des termes depuis 1 jusqu'à $\frac{1}{1000}$ était égale à 7.487.

471. Voici encore une formule qui peut être utile dans un grand nombre de cas. a, b et c étant des nombres entiers, positifs et indépendants les uns des autres, et n étant le nombre de termes, on a : $\frac{1}{c} + \frac{a}{bc^2} + \frac{a^2}{b^2c^3} + \&\ldots = \Sigma \frac{a^{n-1}}{b^{n-1}c^n} = \frac{b^{n-1}c^{n-1} - a^{n-1}}{(bc-a)\,b^{n-2}c^{n-1}}$.

Si n est infini, cette dernière expression se réduit à $\frac{b}{bc-a}$.

ALPHABET GREC.

472. Nous avons, autant que possible, évité de nous servir des lettres grecques; toutefois, comme on en fait grand usage dans tous les livres qui traitent de mathématiques, il nous a paru utile d'ajouter ici l'alphabet grec, composé de vingt-quatre lettres, dont voici :

La figure.	*Le nom.*	*La valeur.*
Α, α,	alpha	a.
Β, β, ϐ,	bêta	b.
Γ, γ,	gamma	g.
Δ, δ,	delta	d.
Ε, ε,	epsilon	é *bref.*
Ζ, ζ,	zêta (dzeta)	z (ds).
Η, η,	êta	ê *long.*
Θ, ϑ, θ,	thêta	th.
Ι, ι,	iôta	i *voyelle.*
Κ, κ,	cappa	k, c.
Λ, λ,	lambda	l.
Μ, μ,	mu	m.
Ν, ν,	nu	n.
Ξ, ξ,	xi	x (cs, gs).
Ο, ο,	omicron	o *bref.*
Π, π, ϖ,	pi	p.
Ρ, ρ,	rho	r, rh.
Σ, ς, σ, ϛ,	sigma	s.
Τ, τ,	tau	t.
Υ, υ,	upsilon	u.
Φ, φ,	phi	ph, f.
Χ, χ,	chi	ch.
Ψ, ψ,	psi	ps.
Ω, ω,	ômega	ô *long.*

GRIVET, capitaine du génie.

DE LA DÉFENSE DES ÉTATS

PAR LES POSITIONS FORTIFIÉES.

(Septième article.)

CHAPITRE III.

Emploi des forteresses dans la défense des frontières fluviales

335. Les rivières peuvent se trouver dans deux positions par rapport à la frontière. Elles peuvent la couper ou bien courir parallèlement à elle.

336. Si les rivières coupent la frontière, elles ne méritent attention qu'autant qu'elles sont navigables et propres ainsi au transport des vivres nécessaires à une armée qui suivra leur direction; ou bien encore si les obstacles que présente leur passage, soit à raison de la masse d'eau ou de sa rapidité, soit à raison des anfractuosités du terrain au travers duquel elles se dirigent, peut mettre des obstacles à la communication réciproque des différentes parties de la frontière.

337. Nous avons donné (157-165) les principes relatifs à l'établissement de forteresses fluviales, sur les rivières navigables, dans des terrains unis ou mélangés. Ce que nous avons dit (166) indique suffisamment qu'il faut placer, dans les pays de montagnes, les forteresses fluviales destinées à s'assurer des lignes d'opérations tracées par ces rivières, le plus près qu'il est possible de la frontière, dans le cas où l'on peut faire, pour ces forteresses, abstraction

de l'objet souvent plus important d'assurer des communications. Dans ces deux cas, les forteresses fluviales dont nous parlons actuellement seraient soumises, autant que leur nature pourra le permettre, aux principes développés déjà plus haut pour les forteresses établies sur des grandes rivières qui coupent le pays. Mais le principal objet que l'on doit se proposer dans la construction de telles forteresses, c'est de les placer de manière à ce qu'elles-mêmes, ou des ouvrages accessoires susceptibles de résister autant qu'elles, soit à raison de leur force intrinsèque, soit à raison de leur liaison avec elles, puissent intercepter absolument par leur feu la navigation de la rivière.

338. Nous avons indiqué (153-157) les principes d'après lesquels on pouvait s'assurer des communications au travers des courants d'eau dont le passage se trouvait surtout difficile à raison de la nature des terrains montueux qui les approchent. Nous avons indiqué (151-165) ce qui regardait les forteresses destinées à établir des communications sur une rivière, dans un pays plat ou mélangé, et nous avons indiqué enfin (167-201) la manière d'établir des communications sur des rivières qui coulaient dans des pays de montagnes.

339. Il reste à parler des circonstances où deux rivières qui viennent du pays ennemi se rejoignent dans celui que l'on doit défendre, nous avons vu (266-271) la nécessité et les moyens d'occuper, dans les pays de montages, la langue de terre formée par les deux rivières, et de former de ces dispositions des dispositions de première ligne.

340. On a vu (254-258) la manière dont devaient être placées dans le même cas les places de dépôt si les vallées étaient des plus impraticables ; dans des cas où les vallées seraient praticables, on pourrait établir les forteresses de

dépôt suivant les principes indiqués (277-280) pour les forteresses de vallée.

341. Dans des pays unis ou mélangés, où l'on ne trouverait aucune difficulté pour établir les communications entre les forteresses de vallées et des forteresses de montagnes qui n'existeront pas, une même place qui sera alors, suivant les dispositions prises pour la défense du reste du pays, place de première ligne ou place de dépôt, pourra assez souvent tenir les deux côtés de la grande rivière formée par la réunion des deux autres rivières, en suivant les principes exposés (164), ou bien tenir de plus, par des ouvrages qui se lieront au reste de la place ou qui seront appuyés par son feu, l'entrée de la langue de terre resserrée entre les deux rivières dont la réunion a formé une grande rivière.

342. Mais si cette disposition est impossible à prendre, si les rivières qui forment la langue de terre ont une certaine longueur, et que celle-ci s'enfonce surtout jusqu'à un certain point dans l'intérieur du pays, il faudra occuper, par une place de dépôt, les deux bords de la troisième rivière formée par la réunion des deux rivières qui viennent du pays ennemi, et choisir ensuite, parmi les dispositions indiquées (268-270) pour la défense de la langue de terre, celle qui conviendra le mieux à la circonstance.

343. Passons aux rivières qui coulent parallèlement à la frontière. Pour traiter cette matière avec quelque ordre, nous distinguerons les mesures relatives à la défense des rivières dont on tient les deux bords, et les mesures qui concernent la défense des rivières dont on tient un seul bord. Quoique des localités particulières, telles que des marais ou de grands escarpements, ou bien une grande largeur d'eau courante, puissent déterminer quelquefois à

regarder une rivière comme une excellente barrière, il faut plutôt, sous le rapport des fortifications, considérer une rivière relativement aux facilités plus ou moins grandes qu'elle donne pour agir contre les communications de l'ennemi : car si l'on entreprend de défendre seulement le passage d'une rivière dont beaucoup de points ne sont pas rendus absolument impraticables par la masse d'eau qui s'y trouve, par sa rapidité, par des marais ou par des escarpements, on retombe dans la plupart des inconvénients de la défense des grandes lignes contiguës. Il n'y a que les forces mobiles que l'on doive compter pour quelque chose dans une défense active. Mais les moyens d'agir contre des lignes d'opérations de l'ennemi varient suivant que l'on peut occuper, par des dispositions préparées à l'avance, des points situés sur deux côtés de la rivière, ou bien des points situés sur un seul de ces côtés. Commençons par établir des principes qui ne varient point, soit que l'on tienne un seul bord de la rivière, soit que l'on tienne ses deux bords.

344. L'on établirait en vain la défense fluviale la mieux inventée, s'il se trouve, en arrière de la rivière que l'on veut défendre, des positions dont l'ennemi puisse se servir pour couper les communications des places fluviales avec l'intérieur du pays. En effet, l'expérience a prouvé qu'il y a bien peu de rivières, surtout de celles qui ont un cours un peu long, dont le passage ne finisse pas par être forcé par surprise dans quelque point. Non-seulement dans le cas où la frontière fluviale deviendrait à l'improviste le théâtre de la guerre, mais encore dans celui où des armées d'observation seraient trompées dans leurs mouvements, il pourrait bien arriver que l'ennemi surprît le passage, et qu'il poussât ensuite tout à coup

jusqu'aux positions d'où il pourrait couper les communications de forteresses fluviales avec l'intérieur du pays. Il pourrait entreprendre alors le siége des forteresses fluviales avec plus d'avantages que dans toute autre circonstance, soit que le résultat de sa manœuvre fût d'obliger les différentes parties de l'armée d'observation de se retirer beaucoup dans l'intérieur du pays pour effectuer leur réunion, soit que le résultat de cette manœuvre fût tout simplement de réduire le nombre des directions par lesquelles les défenseurs pourraient secourir les places fluviales sans éprouver de grandes difficultés. Ainsi, soit qu'il coule une autre rivière parallèlement à la direction de celle que l'on veut défendre, soit qu'il se dirige parallèlement à cette dernière une chaîne de montagnes, soit enfin que l'on trouve en arrière d'elle une ligne d'obstacles, tels que des marais ou de grands bois, il faut s'assurer des principaux passages de la rivière, de la chaîne de montagnes ou des autres obstacles dont nous venons de parler (1), en y construisant des forteresses susceptibles de résister par elles-mêmes au moins tout le temps nécessaire pour rassembler la quantité de troupes suffisante pour s'assurer des passages qu'elles tiennent (2). Si ces forteresses sont des forteresses de mon-

(1) L'impossibilité où l'ennemi se trouverait de prendre une position qui séparât ces dernières forteresses de l'intérieur du pays, en se donnant ainsi une ligne d'opérations menacée par deux forteresses, fait que la précaution que nous allons indiquer actuellement sera peu importante relativement à la défense fluviale. Mais quand on construit une forteresse, il faut tâcher de la rendre susceptible de beaucoup d'objets, on évitera donc de construire les forteresses dont nous parlons ici, dans des points dont les ennemis puissent couper les communications avec l'intérieur du pays en se servant d'obstacles au milieu desquels elles tiendront des passages.

(2) Comme il est utile de se préparer aux circonstances, à la vérité peu probables, dans lesquelles l'ennemi, ayant des forces infiniment

tagnes, on pourra assurer leurs communications entre elles en suivant les principes développés pour les dispositions de montagne, et l'on tâchera du reste de les asseoir de manière à ce qu'elles puissent remplir les vues dont on a parlé, lorsqu'on a indiqué les moyens d'employer les forteresses à la défense des pays de montagnes.

ARTICLE 1er.

Dispositions relatives à la défense des rivières dont on occupe les deux bords.

345. Il est bien certain que l'on aurait tiré tout le parti que l'on peut attendre des fortifications pour la défense d'une frontière fluviale, si l'on établissait sur la rivière une suite de forteresses, dont chacune occupât les deux bords de la rivière, et dont les sphères d'activité se touchassent. Car tout convoi qui s'engagerait entre deux forteresses, risquerait d'être attaqué en même temps au moins par l'une des deux garnisons de ces forteresses sur les deux côtés de la rivière, et son escorte, si elle n'était pas extrêmement forte, risquerait d'être la victime de toute erreur provenant de l'incertitude où la position des forteresses pourrait la jeter sur le côté par lequel elle serait attaquée.

supérieures, passerait la rivière et entreprendrait en même temps le siége d'une place fluviale et celui d'une forteresse destinée à s'assurer des passages situés en arrière de celle-ci; il pourra être avantageux de donner aux forteresses dont nous parlons actuellement un degré de force qui les mette en état de résister autant que les places fluviales.

346. Mais il semble que l'on peut réduire le nombre des forteresses qu'exigerait l'emploi de ce système pour une défense fluviale, sans que cette défense fluviale perde pour cela de sa bonté. Car les mesures généralement les meilleures pour la défense d'un pays sont celles où les dispositions permanentes n'obligent point à affaiblir inutilement par des garnisons les dispositions mobiles, ou à augmenter inutilement le nombre des soldats employés à la défense de ce pays. Nous allons développer les principes qui nous ont conduit à réduire le nombre des forteresses qui semblaient d'abord indispensables pour une défense fluviale. Ces principes nous indiqueront en même temps la marche qu'il faut suivre dans le système que nous proposerons.

346. Une rivière formant une barrière qui se franchit presque toujours par surprise, et les forces mobiles étant les seules que l'on puisse disposer de manière à pouvoir attaquer facilement les ennemis quand ils commenceront à passer la rivière, ou avant que cette opération soit achevée ; l'établissement des forteresses sur le cours d'une rivière ne doit pas avoir d'autre objet que celui d'obliger les ennemis de commencer leurs opérations par un siége aussitôt qu'ils auront passé la rivière. L'on parviendra à la vérité à ce but par la disposition indiquée (345), parce qu'elle mettra l'ennemi dans l'impossibilité de faire arriver ses convois, après qu'il aura passé la rivière, sans les placer dans des sphères d'activité où la situation des forteresses mettra en mesure de les attaquer avec avantage sur l'un ou sur l'autre côté de la rivière. Mais on peut parvenir au même but (d'obliger les ennemis à commencer leurs opérations par un siége), sans s'engager dans la multiplicité de forteresses qui tient au système indiqué (345). En effet,

peu importe que les forteresses soient multipliées sur les bords de la rivière, au delà du terme nécessaire pour les opérations que nous allons indiquer, pourvu qu'elles assurent la possibilité d'agir contre les lignes d'opérations de l'ennemi sur les deux côtés de la rivière, et que les mesures indiquées (344), empêcheront les ennemis de pouvoir couper leurs communications avec l'intérieur du pays. Il est évident que l'ennemi sera alors obligé de commencer ses opérations par un siége. Si l'ennemi n'assiége pas quelqu'une de ces forteresses fluviales, en supposant qu'il ait d'abord surpris ou forcé le passage de la rivière, il aura lieu de craindre que les défenseurs, s'ouvrant bientôt les chemins de ces forteresses, ne s'appuient ensuite sur elles pour agir contre ses lignes d'opérations sur les deux côtés de la rivière. Le danger ne sera pas à la vérité aussi imminent que si l'ennemi s'engageait entre différentes forteresses dont la sphère d'activité se touchât; mais il sera aussi certain et probablement plus redoutable, parce que les convois de l'ennemi, au lieu d'avoir affaire à une seule garnison, auront affaire à toute la quantité de troupes que l'on pourra rassembler avant que l'ennemi ait pu réussir à couper par ses opérations toute communication des places fluviales avec l'intérieur du pays, et les lignes d'opérations de l'ennemi seront ainsi troublées par une armée qui n'existerait pas (à moins que le pays n'entretînt un plus grand nombre de troupes), si un plus grand nombre de forteresses avait obligé de consommer plus de troupes en garnisons.

347. Le meilleur moyen que puisse employer l'ennemi pour se prémunir contre les opérations que nous venons d'indiquer relativement à une seule forteresse fluviale de l'espèce de celles dont nous parlons, et qu'il ne veut pas

assiéger, c'est incontestablement de pousser ses opérations de manière à ce que ses mouvements offensifs interdisent aussi les retours aux défenseurs. Mais on peut rendre cette disposition sans effet pour l'objet que l'ennemi peut se proposer en l'exécutant, si l'on a trop dispersé les forteresses fluviales, et que, tout en les plaçant suivant les mêmes principes, on les tienne assez rapprochées pour que l'on puisse s'appuyer de chacune d'elles pour agir contre les lignes d'opérations que l'ennemi voudrait suivre pour entrer dans l'intérieur du pays, en laissant sur ses derrières la forteresse fluviale la plus voisine. Car alors l'ennemi sera obligé d'étendre beaucoup le développement de son invasion, s'il veut que la nature des mouvements offensifs qu'il exécute, en avançant toujours et en laissant une forteresse fluviale derrière lui, puisse empêcher les détours des défenseurs vers les forteresses fluviales les plus voisines qui peuvent appuyer des mouvements contre les lignes d'opérations, ou bien il sera obligé d'entreprendre de masquer ces forteresses collatérales. Mais 1° si l'ennemi, que l'on suppose avoir une force déterminée, étend beaucoup le développement sur lequel il exécute son mouvement offensif, chacune des différentes parties de son armée, à raison de l'étendue de la disposition générale, deviendra trop faible, soit par sa faiblesse numérique, soit par son éloignement des autres parties de l'armée. Alors les défenseurs, quoique plus faibles réellement, pourront attaquer avec une supériorité numérique quelqu'une des différentes parties de l'armée ennemie, dont la défaite entraînera le sort de la campagne. 2° L'ennemi forme-t-il au contraire des corps de troupes destinés à masquer les forteresses fluviales, situées au-dessus et au-dessous de celle qui se trouve sur la ligne d'opérations, et dont il veut

éviter le siége, je fais abstraction de la difficulté que mettra quelquefois à remplir cette dernière destination, la nécessité où se trouvera le corps d'observation des ennemis d'être à cheval sur la rivière, la facilité qu'auront les défenseurs d'effectuer des retours avec la totalité des moyens du pays vers les forteresses que les ennemis auront entrepris de masquer, fera que les corps ennemis destinés à remplir cette dernière destination seront exposés à des attaques d'autant plus dangereuses, que la grande armée ennemie se sera engagée plus avant dans le pays; attaques qui pourront être sans cesse renouvelées, et qui pourraient être exécutées avec des moyens très-considérables. La nécessité dans laquelle la grande armée ennemie pourra se trouver de faire arriver, au corps détaché pour masquer une forteresse, des secours sans lesquels il n'est pas probable qu'il se soutienne, afin d'empêcher que les défenseurs ne recouvrent la possibilité d'agir contre les lignes d'opérations des attaquants sur les deux côtés de la rivière, obligera ainsi la grande armée ennemie de s'éloigner très-peu de cette rivière.

348. Si la disposition des places fluviales oblige l'ennemi d'arrêter sa marche, il entreprendra nécessairement le siége auquel on veut l'obliger, et il l'entreprendra probablement dans une position difficile, puisque les autres forteresses fluviales et les forteresses construites pour établir la communication des forteresses fluviales avec l'intérieur du pays, permettront aux défenseurs de venir au secours de la forteresse assiégée de trois côtés différents; mais pour tirer de ce dernier avantage tout le parti possible, sans perdre de vue l'obligation où l'on se trouve d'établir les forteresses fluviales assez près les unes des autres, pour que si l'ennemi entreprend d'en laisser une sur ses derrières,

sans l'assiéger, il ait lieu de craindre pour sa ligne d'opérations de la part des forteresses collatérales; il faudra de toute nécessité que la distance des places fluviales entre elles, comme aussi la distance de ces places fluviales aux forteresses qui assurent leurs communications avec l'intérieur du pays, n'excède pas la longueur que doit avoir une ligne d'opérations pour toutes les manœuvres auxquelles on veut donner une grande force et une grande rapidité. Ces distances devront être ainsi de douze ou quinze lieues au plus, puisque les caissons à pain portent, d'après l'organisation de nos armées, le pain seulement pour six jours. Les opérations qui peuvent avoir le plus de vigueur sont celles qui peuvent s'exécuter dans trois marches, n'étant ralenties ni par des doubles transports ni par des embarras de boulangeries.

349. Il est certain que toutes les places dont nous avons parlé jusqu'ici, tant celles qui sont employées à la défense fluviale que celles qui sont employées à assurer les communications des places de dépôt avec l'intérieur du pays, doivent être des places de dépôt; car le grand degré d'utilité que nous leur avons trouvé consiste principalement à appuyer des mouvements de troupes.

350. Mais il ne résulte pas de là que de telles forteresses soient les seules qui puissent jouer un rôle dans les défenses fluviales, ainsi qu'on en pourra juger par les considérations suivantes :

351. 1° Si le passage de quelque rivière, qui vient se jeter dans la rivière que l'on a entrepris de défendre, présente de grandes difficultés, soit à raison de la masse d'eau, soit à raison de la nature de ses bords, il sera nécessaire de s'assurer, au moyen de quelques ouvrages de fortification, des communications entre les deux côtés de

cette rivière, et de tels postes de communications pourront être établis, soit en avant, soit en arrière de la rivière que l'on doit défendre; car le système de défense que nous avons proposé repose sur la possibilité d'agir librement sur les deux côtés de celle-ci.

352. 2° L'une des forteresses fluviales peut se trouver en entier en avant de la rivière sans qu'aucun de ses ouvrages tienne l'autre rive, par la raison que nous indiquerons plus bas ; or, comme dans un pays de montagnes, le seul dont la nature puisse nécessiter une telle disposition, il peut arriver que la direction la plus avantageuse pour communiquer avec l'intérieur du pays ne soit pas la direction la plus avantageuse pour faire communiquer la forteresse avec la direction qu'il faudrait suivre pour agir en deçà de la rivière, il pourra être nécessaire de s'assurer le passage de la rivière par quelque ouvrage de fortification à portée de cette dernière direction.

353. 3° Une rivière offre quelquefois des points de passage absolument déterminés, tels que ceux où conduisent les débouchés dans des pays de montagnes, ou bien ceux où la rive que l'on doit défendre sont très-fortement commandés, ou bien enfin les points où il y a des sinuosités saillantes du côté de l'ennemi, que celui-ci peut envelopper de feu, principalement lorsque, ce qui est ordinaire, ces sinuosités sont commandées. Il faut alors s'emparer de ces points, ou du moins, si cela est impossible, il faut s'assurer les moyens de rentrer dans les positions que l'ennemi pourra prendre, après avoir passé la rivière dans ces mêmes points.

354. 4° Enfin, il vient quelquefois du pays ennemi des canaux ou des rivières dont il est nécessaire de battre le débouché par un grand feu d'artillerie ; non pas seulement

pour empêcher que l'ennemi ne se serve de ces rivières pour faire arriver ses convois, car si les rivières dont nous parlons étaient assez fortes pour cet objet, et que leur navigation ne fût pas déjà barrée par des forteresses de dépôt, elle le serait par des forteresses de communication de l'espèce de celles dont il est parlé (251), mais encore pour empêcher que l'ennemi ne se serve des canaux ou rivières, dont on indique la nécessité de battre le débouché, pour y faire les rassemblements de bateaux et de matériaux nécessaires pour la construction d'un pont.

355. On sent facilement que toutes les forteresses fluviales de dépôt doivent avoir un degré de force qui les mette en état de résister par elles-mêmes tout le temps nécessaire pour rassembler dans l'intérieur du pays les corps de troupes destinées à les secourir, et pour faire arriver ensuite celles-ci à leur secours.

356. Les forteresses fluviales de communication dont il est parlé (351 et 252) sont réellement les ouvrages extérieurs des forteresses fluviales de dépôt, et elles doivent avoir le même degré de force que celles-ci.

357. Quant aux ouvrages destinés à tenir des points de passages déterminés, il suffit qu'en cas que l'on forme des dispositions de forces mobiles pour la défense de la rivière, ces ouvrages aient un degré de force qui les mette en état de résister jusqu'à ce qu'ils soient secourus. Il en sera de même des ouvrages destinés à battre l'embouchure des rivières ou canaux dans lesquels l'ennemi peut faire les préparatifs d'un passage ; car, comme il doit y avoir une égalité de forces entre les différentes parties d'une forteresse, il doit y avoir aussi une certaine égalité de force entre les différentes pièces de fortification employées à la défense d'un pays, et il doit en être de même pour

les différentes parties de la disposition mobile et pour tout ce qui y tient.

358. Voyons maintenant comment on peut faire l'application de ces principes aux différents sites. Tout le système de défense fluviale que nous avons proposé repose incontestablement sur la nécessité de s'assurer les moyens d'agir sur les deux côtés de la rivière que l'on doit défendre. Les moyens de remplir ce premier objet varient beaucoup suivant la nature du terrain ; car s'il est vrai que des forteresses qui tiennent par leurs ouvrages les deux côtés de la rivière, sont les meilleurs points d'appui pour l'emploi de ce système, et s'il est vrai que de telles dispositions puissent se former facilement dans des terrains unis ou mélangés, comme on a pu le voir par ce qui a été dit (163), il est certain aussi que des forteresses qui tiennent par leurs ouvrages les deux côtés de la rivière sont à peu près impossibles à construire dans un pays montueux, par les raisons données (170). Nous traiterons donc successivement l'emploi du système que nous avons proposé dans des terrains unis ou mélangés, et son application aux sites montueux.

359. Ce que nous avons dit (163) indique suffisamment ce qui regarde les places fluviales de dépôt, quand elles seront construites dans des points où la rivière que l'on veut défendre ne reçoit pas d'autre rivière.

360. Observons ensuite que si quelque rivière vient se jeter dans celle dont on veut défendre le cours, le point de jonction de ces deux rivières sera un point avantageux pour y établir une forteresse fluviale de dépôt : 1° parce qu'en tenant les deux côtés d'une rivière qui vient de l'intérieur du pays, on se facilite les retours vers la forteresse qui les occupe, en augmentant les difficultés

qu'éprouvera l'ennemi, tant pour investir la forteresse que pour interdire les retours; 2° parce qu'en occupant les deux bords de quelque rivière qui vient se jeter dans celle que l'on veut défendre, quel que soit le côté d'où elle vienne, on évite souvent la construction de postes de communication.

361. Si ces raisons déterminent à construire une place fluviale de dépôt, dans un point où la rivère de défense (celle dont on doit défendre le cours) reçoit quelqu'autre rivière, il faudra que la forteresse destinée à occuper les deux côtés de la grande rivière que l'on doit défendre tienne de plus les deux côtés de la rivière qui vient se jeter dans celle-ci.

362. D'ordinaire on pourra remplir cet objet en ajoutant une tête de pont, construite au delà de la rivière qui vient se jeter dans la rivière de défense, à celle des deux parties de la forteresse fluviale qui occupe celui des côtés de la rivière de défense sur lequel arrive l'autre rivière. Quelquefois le confluent de la rivière qui vient se jete dans la rivière de défense se trouve dans l'enveloppe de ouvrages de la forteresse; mais si ni l'une ni l'autre de ces combinaisons ne peut se former, soit à raison des grands développements d'ouvrages qu'elles exigeront, soit par quelqu'autre raison, il faudra que l'on s'assure toujours les moyens de passer la rivière qui vient se jeter dans la rivière de défense, soit par l'occupation de quelque île dont les communications ne peuvent pas être interrompues avec le reste de la forteresse, soit en étendant les ouvrages de la partie de la forteresse fluviale, située sur le côté opposé à celui d'où vient la rivière qui se jette dans la rivière de défense, de manière à ce que ces ouvrages flanquent par leur feu le terrain situé en

avant de cette rivière. Ce sera le moyen de s'assurer de la possibilité de passer la rivière qui vient se jeter dans la rivière de défense quand les circonstances l'exigeront.

363. Ce que nous venons de dire indique les principes qu'il faudrait suivre si, ce qui est à peu près impossible, deux courants d'eau difficiles à passer venaient chacun d'un côté de la rivière de défense se réunir à elle dans le point déterminé pour l'emplacement d'une forteresse fluviale de dépôt.

364. Ce que nous avons dit (163) indique suffisamment tout ce qui regarde les forteresses de communication établies pour les défenses fluviales dans des terrains unis ou mélangés.

365. Observons, de plus, qu'il faudra établir ces forteresses de communication aussi près de la rivière de défense qu'on pourra le faire sans exposer les ponts que couvrent les forteresses de communication à être battus de l'autre côté de la rivière de défense.

Cette disposition peut donner assez souvent les moyens de changer, si les circonstances l'exigent, une forteresse de communication en forteresse fluviale de dépôt, car il suffira, pour remplir cet objet, de construire une tête de pont, si la forteresse de communication est en deçà de la rivière de défense et qu'elle n'en soit pas éloignée; ce travail ne sera pas même nécessaire, comme on le verra par ce que nous dirons en parlant des pays montueux, si la forteresse de communication se trouvant en avant de la rivière de défense, l'ennemi ne peut pas prendre de position entre cette forteresse de communication et la rivière de défense.

Si la rivière qui vient se jeter dans la rivière de défense arrive de l'intérieur du pays, la disposition que nous

indiquons tiendra un point où l'ennemi pourrait établir avec avantage sur la rivière de défense des ponts destinés à servir, par un léger déplacement, pour agir sur l'un ou l'autre côté de la rivière qui vient se jeter dans la rivière de défense.

366. Il faudrait s'écarter du principe de rapprocher autant qu'il est possible les forteresses de communication de la rivière de défense dans le cas où celle-ci, formant un grand arc entre deux forteresses de dépôt, rendrait impossible le passage de la rivière qui vient se jeter dans la rivière de défense, fort près de celle-ci, sans se soumettre à allonger beaucoup son mouvement.

367. Passons à l'application du système de défense fluviale que nous venons de proposer aux rivières qui coulent dans des pays de montagnes.

368. Cette application peut paraître impossible au premier coup d'œil, vu l'impossibilité qui existe, d'après ce que nous avons dit (170), de construire des forteresses fluviales de dépôt dont les ouvrages tiennent les deux côtés de la rivière. On remarquera, à cet égard, que la chose essentielle n'est pas que ces forteresses fluviales tiennent les deux côtés de la rivière, mais bien que l'on puisse agir contre les lignes d'opération de l'ennemi sur les deux côtés de la rivière ; or, cette possibilité existera dès que l'on aura construit en avant de la rivière de défense des forteresses fluviales de dépôt, dont l'ennemi ne puisse pas couper l'accès en se postant entre elle et la rivière. Les forteresses établies, d'après les principes indiqués (344) pour assurer les communications des forteresses fluviales avec l'intérieur du pays, donneront toujours aux forces mobiles les moyens d'agir en deçà de la rivière contre les lignes d'opérations de l'ennemi, et la

situation des places fluviales de dépôt, suivant que la communication avec elles sera établie, dès que l'on approchera de la rivière, les forces mobiles pourront toujours passer sans difficulté la rivière pour agir de l'autre côté de celle-ci contre les lignes d'opérations de l'ennemi.

La configuration du terrain présente d'ordinaire dans les pays de montagnes des obstacles plus difficiles à surmonter pour l'adoption du système de défense fluviale que nous venons de présenter ; ces obstacles sont les nombreux vallons ou ravins qui, venant se jeter dans la rivière de défense, coupent au premier coup d'œil toutes les directions parallèles à cette rivière de défense, c'est-à-dire celles dont on pourrait se servir pour agir parallèlement à celle-ci contre les lignes d'opérations de l'ennemi.

369. Mais observons que les forteresses établies d'après les principes indiqués (344), pour assurer les communications des forteresses fluviales avec l'intérieur du pays, mettront assez naturellement en possession des directions les plus avantageuses pour agir contre les lignes d'opérations de l'ennemi en deçà de la rivière de défense; car d'un côté on juge facilement que ces directions se trouveront dans un pays de montagnes, en suivant les crêtes des chaînes de montagnes parallèles à la rivière ; de l'autre côté ce sera en tenant les points importants assez rapprochés de ces crêtes que les forteresses dont nous parlons actuellement assureront les communications avec l'intérieur du pays. Ces forteresses seront liées aux forteresses fluviales par les différents ravins ou vallons qui se dirigeront vers la rivière de défense.

370. On remarquera aussi que les forces mobiles, appuyées seulement de quelques postes de communication, de la nature de ceux dont il est parlé (352), prendront

toujours bien par elles-mêmes les moyens de se faire soutenir par les dépôts des places fluviales, dans toutes les opérations qu'il pourra être nécessaire de diriger en deçà de la rivière contre les lignes d'opérations de l'ennemi; car il suffira que ces forces mobiles se rapprochent des points de la rivière de défense situés près des places fluviales pour rétablir leurs communications avec ces places, et si le point par lequel elles auront rétabli leurs communications avec les places fluviales de dépôt ne se trouve pas dans la direction la plus avantageuse pour agir contre les lignes d'opérations de l'ennemi, celle-ci sera ouverte par les forteresses de communication dont il est parlé (352).

371. L'on pourra également agir contre les lignes d'opérations de l'ennemi au-delà de la rivière de défense, si l'on établit les forteresses fluviales de dépôt d'après les principes exposés depuis (171) jusqu'à (200), et si l'on établit des postes fortifiés de communications : 1° dans les points dont l'occupation pourrait donner aux ennemis les moyens de se servir d'un petit corps de troupes pour empêcher irrévocablement les défenseurs de gagner les crêtes parallèles à la rivière, qui sont, comme on vient de le dire, les directions les meilleures pour agir dans un tel pays contre les lignes d'opérations de l'ennemi; 2° dans les points par où peuvent se communiquer le plus facilement des crêtes de montagnes parallèles à la rivière de défense, situées sur les deux côtés d'une vallée qui vient de loin pour se réunir à celle-ci. Ces derniers postes de communication seront assujettis aux règles prescrites (153-156), si les vallées que l'on doit traverser pour agir contre les lignes d'opérations de l'ennemi sont impraticables; si ces mêmes vallées sont au contraire larges et praticables, ces postes de communications seront de la nature des forteresses de vallée.

ration pour l'offensive, à renfermer hors de la vue de l'ennemi tous les bateaux nécessaires à l'exécution d'un passage. On compléterait cette disposition en se rendant maître de l'entrée du canal dont nous parlons, par un point fortifié dépendant de la place, capable d'en imposer et de protéger la navigation, qui serait casematé de manière à n'avoir rien à redouter des bombes et des matières incendiaires. Cependant, tous ces moyens ne seront encore que des palliatifs : 1° parce que toutes ces dispositions ne donneront jamais le moyen de forcer assez rapidement le passage de la rivière pour que les défenseurs, se rapprochant des places fluviales, aient immédiatement la possibilité d'agir sur l'un ou l'autre bord de la rivière ; 2° parce qu'un établissement solide ne pourra être formé, en temps de guerre, sur celle des deux rives du fleuve qu'on n'aura pas occupé, dans la première disposition, que par la construction de nouvelles forteresses, ou du moins par l'établissement de têtes de pont, dont la perfection exigera du temps, si l'on veut mettre l'ennemi dans l'impossibilité de prendre ces ouvrages autrement que par des attaques en règle.

374. La possibilité d'agir sur les deux côtés de la rivière que l'on veut défendre étant devenue trop incertaine, dans le cas dont nous parlons actuellement, pour qu'elle puisse devenir la base d'aucun plan de défense, il faut nécessairement rentrer dans le système de défense proposé (345), si l'on veut obliger l'ennemi à commencer ses opérations par un siége. Il n'y a plus ainsi d'autre ressource pour parvenir à ce but, que celle de construire, sur la rive du fleuve que l'on occupe, une suite de forteresses dont les sphères d'activité soient en contact, afin que les convois de l'ennemi ne puissent point s'engager sans de grands

dangers entre ces forteresses, tant que l'ennemi n'aura pas commencé par s'emparer de quelqu'une d'elles.

375. Il faut cependant observer : 1° Qu'il ne sera pas nécessaire que la ligne des sphères d'activité suive exactement la direction du cours de la rivière, si celle-ci présente beaucoup de convexité du côté de l'ennemi ; car sans cela il faudrait multiplier le nombre des places sans que la défense y gagne rien, puisque la destination des forteresses serait, dans le cas où nous parlons actuellement, non pas de garder des passages déterminés, mais d'arrêter la marche des convois de l'ennemi, en les obligeant à s'engager dans la sphère d'activité de quelque forteressse. La ligne de sphère d'activité, quand l'on veut adopter ce moyen de défense, doit donc toujours être aussi courte que la nature du terrain peut le permettre, pourvu toutefois que ces sphères d'activité restent en contact.

376. 2° Les forteresses fluviales devront avoir un degré de force qui les mette en état de résister par elles-mêmes, jusqu'à ce que l'on ait pu rassembler et faire arriver à leur secours la quantité de troupes nécessaire pour les soutenir.

377. 3° Les forteresses destinées à assurer les communications des forteresses fluviales avec l'intérieur du pays deviendront naturellement places de dépôt. On se règlera pour celles-ci, sur ce que nous avons dit en parlant des pays entièrement unis, ou bien sur ce que nous dirons en parlant des pays mélangés ; car ces pays sont, comme nous allons le dire tout à l'heure, les seuls où l'on puisse employer, pour la défense d'une rivière dont on occupe un seul bord, le système d'une ligne de forteresses dont les sphères d'activité soient en contact.

378. 4° Ce qui a été dit (373) indique déjà suffisamment

une partie des emplacements qu'il faut choisir par préférence pour de telles forteresses, et les moyens de s'y établir.

379. Observons de plus que si quelque rivière vient de l'intérieur du pays pour se jeter dans la rivière que l'on veut défendre, ce confluent déterminera naturellement l'emplacement d'une forteresse qui tienne par ses ouvrages les deux bords de la rivière qui vient se jeter dans la rivière de défense, non-seulement parce qu'une telle forteresse facilitera par sa situation les retours des défenseurs, en augmentant les difficultés que l'ennemi éprouvera pour l'investir et pour s'opposer à ces retours, mais encore parce que l'on s'assurera par-là une communication entre deux différentes sphères d'activité.

380. 5° Si quelque rivière importante, soit par sa masse d'eau, soit par la difficulté de ses abords, sépare les sphères d'activité de deux forteresses, il faudra s'assurer du passage de cette rivière par la construction de quelque poste de communication soumis aux principes développés dans le chapitre précédent.

381. Ce poste doit être susceptible d'une défense aussi longue que les forteresses fluviales elles-mêmes; car dans ce cas-ci les mouvements postérieurs au retour des forces mobiles des défenseurs vers les forteresses fluviales, auront toujours pour objet, comme ceux dont on a parlé dans le chapitre précédent, d'agir contre les lignes de communications de l'ennemi, si celui-ci veut exécuter une invasion sans entreprendre de siége. La grande différence, la différence essentielle qui existe entre le système que nous proposons actuellement et celui que nous avons proposé pour les circonstances où l'on tenait les deux bords de la rivière, consiste en ce que, dans celui-ci, les opérations

que l'on pouvait exécuter contre les communications de l'ennemi étant plus menaçantes, puisqu'elles pouvaient s'étendre sur les deux côtés de la rivière, on a moins multiplié les points d'appui qu'on ne l'a fait dans le système dont nous parlons actuellement.

382. 6° Les règles relatives aux postes destinés à occuper des points de passage déterminés seront toujours les mêmes que dans le chapitre précédent.

383. Tout le système que nous venons de développer, pour la défense d'une rivière dont on ne tient qu'un seul bord, doit disparaître entièrement dans un pays de montagnes; car comment pourrait-on établir une ligne de sphères d'activité qui fussent en contact au milieu des ravins et des vallées qui viendront dans un pays de montagnes se terminer à la rivière que l'on veut défendre.

384. Dans ce dernir cas, il faudra se contenter de préparer la défense des montagnes par les moyens que nous avons indiqués plus haut. Les postes destinés à assurer les communications des places fluviales avec l'intérieur du pays seront déjà une partie de cette disposition, on aura seulement sur le bord de la rivière : 1° Des postes destinés à défendre les points de passage déterminés, lesquels seront soumis aux principes développés (372).

2° Des postes choisis suivant les principes développés (373), dont l'assiette prépare les moyens de forcer les passages du fleuve. Mais il faudra que ces derniers postes soient des forteresses en règle, capables de se soutenir par elles-mêmes jusqu'à ce qu'elles soient secourues; que de plus ces forteresses aient, avec les dispositions formées pour la défense des montagnes, des communications tellement faciles, que l'ennemi ne puisse pas réussir, par l'occupation de quelque poste intermédiaire, à fermer ces communications.

De tels postes pourront devenir la base de puissantes diversions, et donneront peut-être même des moyens d'agir sur la rive ennemie contre les communications de l'ennemi. Ils ne seront cependant réellement, comme ceux dont on a parlé en premier lieu, rien autre chose que des accessoires qui peuvent devenir très-importants.

ARTICLE 3.

Emploi des forteresses dans la défense des frontières aquatiques.

385. Dans la plupart des pays, les sols marécageux ne présentent qu'une étendue limitée, et leur inaccessibilité ne peut influer sur la distribution des forteresses que pour mettre entre elles de plus grands intervalles, à proportion de l'étendue des espaces qui seraient impraticables aux marches de l'ennemi, et pour déterminer à placer les forteresses de manière à fermer, s'il est possible, les passages que laissent les sols marécageux, ou du moins pour les placer de manière à ce que la sphère d'activité de ces forteresses embrasse la totalité des espaces praticables situés entre les sols marécageux.

386. Si, ce qui arrive quelquefois, les différents sols marécageux se lient par des rivières ou par des canaux assez importants pour être défendus comme des rivières, on préparera le système de défense d'un tel pays d'après les principes indiqués pour les défenses fluviales.

387. On observera de tenir par les forteresses, ou du moins par des forts susceptibles de faire une résistance

égale, les écluses qui pourront soutenir les eaux dans les sols marécageux (1).

388. On aura soin aussi de tenir, par des forteresses ou par des forts susceptibles d'une égale résistance, la tête des digues qui soutiendront les eaux dans les sols marécageux, si la nature des marais est telle que tout se réduise à la défense d'un petit nombre de passages déterminés. Mais des eaux courantes, soutenues par des digues, ne pourront servir dans une disposition militaire qu'autant que ces digues seront bordées de marais dans la partie d'aval comme dans la partie d'amont.

389. Il faudra enfin tenir, pas des forteresses ou par des forts susceptibles de la même résistance que tous ceux dont nous venons de parler tout à l'heure, la tête et la queue des digues qui soutiennent l'eau dans des sols marécageux, et qui sont bordées de marais dans la partie d'aval comme dans la partie d'amont, si les canaux ou rivières qui lient les différents sols marécageux sont assez considérables pour que l'on puisse adopter le système de défense fluviale proposé (346), et que celui-ci soit nécessité par le nombre des ponts où l'ennemi pourrait s'ouvrir des passages étroits au travers des canaux ou des marais.

(1) L'idée d'écluses qui soutiennent à elles seules et sans digue l'eau dans des sols marécageux, peut paraître extraordinaire au premier coup d'œil; mais il arrive presque toujours que les courants d'eau encaissés de quelques pieds seulement ont des bords un peu plus élevés que les terrains adjacents. Si l'on fait des saignées dans ces bords, et que l'on force ensuite, par le moyen d'écluses, l'eau à monter dans le lit de la rivière et à se répandre dans les terrains environnants, il se formera des marais qui seront d'autant plus difficiles à dessécher que l'eau une fois entrée ne pourra plus rentrer dans son lit, et l'on pourra rendre ces marais encore plus impraticables par le moyen de quelques criques.

390. Il y a au contraire quelques autres pays où l'on trouve des contrées basses qui embrassent de vastes étendues, et qui subsistent par l'industrie à la hauteur et quelquefois au-dessous du niveau de la haute mer. Dans celles-ci on peut effectuer des inondations générales au moyen de quelques écluses principales pratiquées dans les digues circonvallantes qui soutiennent les eaux de la haute mer. Ces ressources de défense, que le désespoir peut seul employer, n'occasionnent presque jamais à l'ennemi le seul mal qui puisse dédommager de la perte irréparable qu'entraîne leur emploi, je veux dire la destruction entière d'une armée ennemie; parce que l'ennemi ne s'engage jamais dans de tels pays qu'il ne soit assuré contre l'effet de ces grandes inondations, soit par des intelligences secrètes qui les feront échouer, soit par la rigueur d'un hiver qui glace même les bords de la mer, soit enfin par les forces d'une opinion générale, que les esplanades couvertes d'eau n'empêchent pas de se glisser jusque dans les forteresses protectrices des plus redoutables écluses.

391. Au reste, ces grandes écluses, si funestes et si difficiles à employer avec tout le développement d'effets dont elles sont susceptibles, peuvent devenir la base du salut d'un pays par la destruction méditée des digues multipliées et par le jeu combiné des écluses secondaires, au moyen desquels on n'obtiendra que des inondations partielles, rétrogrades, successives, et proportionnées aux besoins du moment.

392. Ce système, fondé sur la correspondance des écluses ou sur des retenues accessoires par lesquelles on dirige ou suspend à volonté l'action et l'étendue des immersions, ne peut valoir que par la sûreté de ces manœuvres d'eau, et l'on ne peut obtenir cette garantie que par des places ou

postes fortifiés en raison de l'importance et de l'étendue des objets qu'il s'agit de préserver.

C'est un genre de guerre essentiellement différent de ceux dont on a parlé jusqu'ici. On jugera en effet que les armées d'observation ne peuvent y exercer leur influence, ni de la même manière, ni avec la même efficacité. Il ne peut plus être ici question de trois lignes de places, rétrogrativement disposées pour assurer des dispositions d'attente d'où les armées de secours puissent préparer les moyens de se porter à la délivrance des places avancées ; les inondations même interdisent les retours aux défenseurs, et la correspondance des forteresses avec les forces mobiles est aussi beaucoup plus difficile à raison des sols plus ou moins noyés et coupés de digues, et d'une multitude de saignées interceptantes.

393. Les fortifications de ces sols aquatiques pourront se reconnaître à des caractères particuliers. Leur tracé devra être plus simple et moins surchargé d'ouvrages accessoires. Des dehors très-avancés, à la faveur des esplanades noyées portant des feux de revers sur les points, y seront d'un important et fréquent usage ; mais il faudra toujours fortifier les derrières des postes, dont les flancs seront couverts par des inondations, et qui communiqueront, soit avec l'intérieur du pays, soit avec des forteresses dont ils seront trop éloignés, pour que le feu de celles-ci puisse assurer, dans tous les cas, leurs flancs et leurs derrières. Cette précaution sera nécessaire pour empêcher les postes dont nous parlons de pouvoir être pris à revers en cas de gelée. « Les places ou postes aquatiques pourront bien comporter des abris casematés, mais il sera difficile, comme aussi moins nécessaire, d'y pratiquer des casemates à feu. Rarement aussi pourra-t-on y ad-

mettre quelques ressources de la guerre souterraine. Il suivra de là qu'elles prêteront beaucoup moins à l'action d'une défensive attaquante, d'autant moins encore que les sorties y seront nécessairement très-restreintes. Les fossés et avant-fossés pleins d'eau rendront aussi très difficile l'exécution des retours offensifs. Enfin, dans les ouvrages qui pourraient être enlevés, les défenses seront en général mornes et blotties, dès lors moins capables de retarder la rapidité des progrès de l'assaillant. Ces inconvénients seront en quelque manière compensés par les difficultés réelles dans les cheminements des attaques pour lesquelles l'assiégeant sera souvent réduit à ne pouvoir s'avancer que par des digues étroites. Cette situation fera que les défenseurs jouiront ici de l'avantage qui, pour les places ordinaires, appartient de droit aux attaquants, celui d'opposer des feux sur un développement plus étendu, et de réduire à cet égard les assiégeants à ne pouvoir déployer leur supériorité. Il y aura aussi une compensation résultant d'une opinion de sécurité sensible aux yeux des défenseurs, à raison de l'inaccessibilité apparente des parties inondées.

394. Lorsque les circonstances présenteront l'occasion de fonder ou de renforcer des places de ce genre, on aura égard à ces différentes considérations; on se proposera particulièrement d'y employer les moyens de détail les plus propres à en prolonger la résistance, ce qui sera d'autant plus nécessaire, que les armées de secours éprouveront plus de difficultés pour y atteindre à travers des contrées basses et bourbeuses. On n'oubliera point d'ailleurs que la possession des places de cette espèce ne serait quelquefois que de très-peu d'importance pour les ennemis, parce que ces mêmes inondations, dont ils se couvri-

raient, ne pourraient que nuire plus ou moins à leurs progrès ultérieurs.

ARTICLE 4.

Emploi des forteresses dans la défense des sols accessibles et mélangés.

395. Les terrains dont nous allons ici nous occuper, présentant un mélange de points accessibles et d'autres inaccessibles, la première question qui se présente à décider est incontestablement celle de savoir si la disposition des forteresses doit se faire par rapport aux points accessibles ou bien par rapport aux points inaccessibles. Observons d'abord que les grands obstacles de la nature n'ont pas un aspect aussi fortement prononcé dans les terrains mélangés, et ne présente pas d'aussi grandes masses par rapport aux points qu'occupent les forteresses. Ils ne peuvent plus être, par cette raison, la base essentielle de la disposition générale des forteresses. Il faut donc rentrer dans le système des trois lignes de places fortifiées.

396. Mais ce système doit être lui-même modifié, tant par rapport à la nature du terrain que par rapport aux dispositions de fortification déjà existantes. Ces dernières, quoique n'étant pas toujours les meilleures, peuvent cependant d'ordinaire contribuer encore à la défense du pays. En effet :

« Les plaines rases à sols élevés et non accidentés occupent rarement une très-grande étendue de frontière, c'est-à-dire que les grands espaces d'un accès très-libre d'un-

gnent ordinairement des confins des territoires qui séparent les états. C'est un effet naturel des temps et des guerres renouvelées depuis des siècles, que ces délimitations se soient successivement rapprochées des barrières indiquées par la nature, si elles ne sont pas formées par des fleuves et des rivières, qui, lorsqu'ils coupent les frontières, ne permettent pas de les prendre pour bornes, elles le sont moins par des ruisseaux adjacents, des portions de cours d'eau plus ou moins encaissées et marécageuses, des coteaux ou des montagnes du troisième degré. On reconnaît assez généralement des variétés locales de ce genre à cent et jusqu'à deux cents lieues de distance des hautes chaînes du premier degré. Il est vrai que les divers accidents qui en résultent ne présentent plus alors d'obstacles impénétrables, et qu'ils sont même incapables d'empêcher le développement d'une armée, parce qu'il faut presque toujours compter sur l'accessibilité de ces terrains mélangés, dont la partie mamelonée pourrait être considérée comme d'un degré au-dessous des montagnes du troisième degré. Ces mêmes accidents peuvent cependant retarder les manœuvres, et dès lors il faut encore consulter, à la vérité d'une manière moins forte, les principes donnés pour les circonstances où ces accidents pouvaient empêcher entièrement le développement des armées ennemies, puisque l'analogie des causes qui ont produit ces accidents leur ont donné des formes semblables, quoique moins fortement prononcées.

Il est rare, dans des terrains mélangés, qu'il soit beaucoup plus avantageux et en même temps plus économique de régulariser les dispositions, en taillant à travers champs, plutôt que de se servir des fortifications déjà existantes. Par exemple si certaines places existantes se

rapprochent ou s'éloignent trop des distances indiquées par la méthode, on jugera d'abord qu'elles pourraient être plus militairement situées, soit sous le rapport de leur valeur intrinsèque, soit pour des convenances plus importantes relativement aux positions présumées des armées d'observation ou d'exécution. Il n'est pas dit pour cela qu'il faille abandonner des établissements précieux et tout formés, pour atteindre à des perfections dont on obtiendra peut-être plus que l'équivalent par des postes accessoires. Il est vrai que dans ce cas les pays dont il s'agit présenteront une apparente cumulation de points fortifiés, mais l'objet ne laissera pas d'être rempli, et l'on retrouvera dans ces irrégularités des avantages économiques.

397. En appliquant le système de la formation de trois lignes de places fortes, abstraction faite des changements nécessités par les fortifications déjà existantes, aux principes développés plus haut relativement aux différents terrains, nous suivons une opinion contraire à celle de quelques personnes qui s'imaginent qu'il est à propos de rechercher des terrains entièrement inaccessibles pour l'emplacement des forteresses, croyant ainsi interposer de plus grands obstacles entre eux et l'ennemi. Mais observons que si la construction de forteresses sur des points inaccessibles avait l'avantage de multiplier les obstacles que les ennemis rencontreraient sur ce point, ce serait une multiplication inutile. En effet, un obstacle réellement impénétrable vaut autant que deux. Ce n'est pas en plaçant une forteresse au milieu des obstacles que l'on augmente la valeur de ceux-ci relativement à la défense du pays; des forteresses entourées d'obstacles absolument inaccessibles, au milieu d'un terrain mélangé, ne seraient autre chose que des prisons, puisqu'elles ne fermeraient

pas aux ennemis par l'occupation de quelques points de grandes surfaces de terrains praticables. « Les garnisons de ces forteresses inaccessibles, privées de toute relation extérieure, ne pourraient porter ni recevoir des secours. Elles ne pourraient favoriser les convois ni intercepter ceux de l'ennemi; elles ne fourniraient aucun appui ni position d'attente et d'observation; il leur serait impossible de gêner ni même de menacer les communications de l'ennemi, qui les dépasserait et n'en tiendrait pas plus de compte que si elles n'existaient pas. Maître de la campagne, fort ou faible, il manœuvrerait impunément à leur vue. Ce sera aux ouvrages de fortification en particulier qu'il conviendra d'appliquer localement les difficultés de l'accès; c'est là qu'il sera essentiel de les combiner avec une mesure qui conserve aux défenseurs la clef des dehors et toute latitude dans les relations extérieures. »

398. Nous avons commencé par établir quel devait être le système général du placement des forteresses pour la défense d'un pays mélangé. Une digression qui était peut-être le résultat naturel de la situation de la question nous a amené à présenter les bases sur lesquelles on pouvait régler les modifications de système que nous pourrions aussi regarder comme des exceptions au principe général. Revenons maintenant à la base fondamentale que l'on doit prendre pour l'application du système, et qui détermine aussi le degré de force qu'il convient de donner aux forteresses. Nous montrerons ensuite, par la solution de deux hypothèses: 1° la manière d'aborder les questions relatives au plus ou moins grand éloignement de la frontière auquel on doit construire les forteresses; 2° la manière d'aborder les questions relatives à l'éloignement que peuvent avoir entre elles les forteresses d'une même ligne,

quand les grands traits caractéristiques du terrain n'étant plus assez prononcés, soit à raison de leur faiblesse, soit à raison de l'étendue de surface sur laquelle ils s'étendent, il se présentera des obstacles peut-être accidentels, qui prendront alors une plus grande influence sur le placement des forteresses.

399. « Les préparations relatives à l'arrivée des auxiliaires des forces mobiles devront entrer essentiellement dans les combinaisons des mesures fortifiantes. C'est-à-dire que les emplacements des contreforts avancés ne seront point déterminés que l'on n'ait aperçu d'abord le nombre et la nature des communications par lesquelles les armées d'observation pourraient venir les délivrer.

400. » Le temps qu'elles mettront à se réunir en forces supérieures, celui qu'elles emploieront à l'exécution de ces retours offensifs, les obstacles qu'elles pourront y rencontrer, seront d'ailleurs les éléments à considérer pour assigner le degré de force des places relativement à la durée de la résistance qu'elles doivent opposer en se proposant d'obtenir largement tous les moyens d'éviter les secours tardifs.

401. » Supposons que des obstacles naturels se développent longitudinalement en avant, il n'y aurait aucun inconvénient à ce que la première ligne des places se trouvât plus éloignée de la lisière immédiate de la frontière, afin de mettre devant soi des obstacles dont l'ennemi pourrait s'emparer en débutant. Mais on aurait attention à ce que la forteresse s'en trouvât éloignée à distance convenable, c'est-à-dire au delà de la portée des armes, tant pour n'en être point inquiétée que pour éviter de fournir des points couverts à l'ennemi.

» Le rentrant que produirait le reculement de la place

serait favorable, parce que l'ennemi ne pourrait s'y engager sans donner prise sur ses flancs à celles des places collatérales qui alors se trouveront en saillie; ce qui donnerait à leurs garnisons, renforcées à volonté, les occasions les plus avantageuses pour harceler ses communications. »

Cette situation serait tellement avantageuse, que l'on pourrait se réduire à deux lignes de places dans cette partie rentrante, surtout si l'on avait su préparer quelques moyens de disputer à l'ennemi des obstacles avancés, en cas qu'il ne sût pas profiter de l'initiative pour s'en emparer. Quand bien même ces dernières précautions auraient été négligées, deux lignes de forteresses suffiraient encore, parce que l'ennemi ne pourrait pas assiéger quelqu'une des forteresses situées en arrière des obstacles dont nous parlons, sans laisser sur son flanc quelqu'une des places de première ligne que l'on n'aurait pas fait rentrer autant que les autres dans l'intérieur du pays.

402. Il est vrai que l'on ne peut jamais se donner l'avantage des rentrants sans qu'il en résulte des parties saillantes, toujours plus faibles à raison de ce que l'ennemi peut s'y attacher plus facilement sans exposer les flancs. On remédierait à cet inconvénient en créant trois lignes de places fortes sur ces parties saillantes. D'ailleurs quatre lignes de places fortes, ou même un plus grand nombre encore si les circonstances l'exigeaient, seront une ressource toujours disponible pour remédier aux défauts des saillies les plus fortes (1).

(1) Ces grandes saillies sont assez rares sur les frontières que le temps et les convenances ont à peu près arrondies, mais on peut en trouver, et même assez fréquemment, pendant la crise des opérations d'une campagne, comme cela arriva pendant la guerre de sept ans.

403. Si nous supposons que deux places de première ligne soient à dix ou douze lieues de distance entre elles, il est sensible que dans ce cas l'ennemi pourrait s'adresser de prime abord à celle des places de deuxième ligne qui répondrait à ce grand intervalle : 1° parce qu'alors il n'éprouverait pas, pour masquer et contenir les garnisons des forteresses qu'il aurait dépassées, les mêmes difficultés qu'il aurait éprouvées pour masquer et contenir ces garnisons, si les forteresses s'étaient trouvées à une distance moins considérable les unes des autres; 2° parce qu'en s'emparant d'une place de deuxième ligne l'ennemi se trouvera maître des dépôts qu'elle renferme, et fera perdre aux armées d'observation leur point de réunion et d'appui. Il sera donc, en apparence, absolument nécessaire de construire une place de première ligne intermédiaire entre deux places de première ligne trop distantes l'une de l'autre, et de choisir pour l'emplacement de cette nouvelle forteresse le terrain qui paraîtra le plus avantageux, d'après les principes développés plus haut en parlant des différentes espèces de terrain: mais on laissera de côté la possibilité de construire sur certains terrains de plus beaux fronts de fortification, et l'on ne s'attachera point non plus à conserver une distance géométriquement exacte de la nouvelle place aux deux autres. Il suffit alors que l'on sache faire disparaître les inconvénients d'une disparité trop sensible.

404. Cependant la construction d'une forteresse intermédiaire entre deux forteresses trop distantes l'une de l'autre pourra se trouver une mesure inutile, si par exemple, dans la partie qui correspondrait à un grand intervalle entre deux places, il existait extérieurement des marais, de

grandes forêts (1) ou des terrains coupés par des fondrières transversales. Une place construite en avant de ces obstacles ne serait point avantageusement située, par la raison que l'ennemi attaquant, profitant de la priorité du début de la campagne, se couvrirait lui-même de ces marais, ou de ces forêts, ou de ces fondrières, et se rendrait maître aisément de leurs débouchés. Il en occuperait les parties fortes, et dès lors il serait très-difficile de l'en déposter. Il entreprendrait le siége de la place avancée au delà de ces obstacles, et, dans ce cas, les armées de secours éprouveraient de grandes difficultés pour secourir cette place.

405. Le caractère des fortifications sur les fondrières accessibles sera naturellement plus régulier, plus développé, plus accompli qu'il ne devra l'être sur des sols accidentés. Une surface neutre, ou sans caractères remarquables, exigera que l'on déploie plus de ces ressources artificielles que fournit la théorie, tandis que les terrains profondément sillonnés appelleront toujours le talent des

(1) Quand nous avons parlé de la manière de préparer par la construction d'ouvrages de fortification la défense des différentes espèces de pays, nous ne nous sommes pas occupé des forêts : 1° parce qu'elles ne sont qu'un accessoire qui peut augmenter la difficulté des terrains impraticables, mais qui ne rend jamais réellement impraticables les terrains situés dans les grandes directions praticables qu'offre un pays ; 2° parce que, surtout dans les terrains praticables par eux-mêmes, les forêts sont un obstacle qu'il est facile de faire disparaître quelquefois tout d'un coup, mais toujours successivement ; 3° si les grandes forêts multiplient quelquefois les ressources par lesquelles on pourra se soustraire et se dérober promptement à la supériorité de l'ennemi, elles pourront quelquefois, soit faciliter les investissements de l'attaquant, soit s'opposer aux moyens de secours ; comme des forêts n'offrent jamais de points qui assurent leur possession indépendamment de la nature du terrain, on ne peut les considérer que combinées avec celui-ci, ou bien comme obstacles isolés.

conceptions plus libres et plus hardies. Cependant, comme les frontières accessibles seront plus ordinairement le théâtre des grandes entreprises militaires, l'usage des dispositions régulières s'y accréditera : on aura même besoin d'attention pour les restreindre dans les limites qui lui conviennent.

Les mêmes frontières à sols élevés, dont il est ici question, comporteront aussi le développement du grand moyen des contre-mines. Elles sont, pour la manière d'employer les fortifications, à peu près le terme moyen entre les contrées les plus élevées et celles qui s'approchent du niveau des eaux de la basse mer, en sorte que les places situées sur les frontières accessibles, entourées de localités diverses et mélangées, participeront en même temps aux mesures indiquées pour les forteresses employées à la défense des contrées élevées, et aux mesures indiquées pour les forteresses employées à la défense des contrées basses. Ainsi la même place pourra présenter d'une part des esplanades élevées, susceptibles de tous les développements des fortifications extérieures et souterraines, et de l'autre des inondations stagnantes ou reversantes par irrigations, à la faveur desquelles les étalages d'ouvrages dispendieux pourront être considérablement réduits. On obtiendra notamment de très-grands avantages des pièces noyées, dont les feux de revers, en resserrant les flancs de l'assiégeant, le ramèneront au désir des défenseurs à une attaque prévue sur un point déterminé. Dès lors, comme il y aura soulagement et sécurité sur la majeure partie des enceintes, toutes les ressources de l'industrie fortifiante pourront être réunies et fructueusement employées sur ce point unique, car un seul point faible se garantit aisément. Les ouvrages de défense deviendront d'autant plus simples et

plus faciles, que les espaces à couvrir seront moins nombreux et plus rétrécis. Jamais d'ailleurs on n'aurait lieu de craindre dans ce cas d'accumuler les ouvrages en opposition, parce que tous ceux que l'on établirait sur des points uniques et annoncés auraient leur valeur, et cette valeur serait entière successive, et tendrait directement au prolongement de la défense.

406. Nous avons développé successivement la manière d'adapter les places fortes aux différentes natures de terrains. Nous terminerons en observant que les dispositions des places fortes, quant à leurs situations entre elles et relativement à l'ensemble des frontières, se combinent exactement suivant les mêmes principes qui servent à disposer les fortifications particulières. Un état, dont le système de défense serait bien calculé, présenterait l'aspect d'une vaste forteresse dont les places particulières ne seraient que les parties dépendantes et représenteraient les réduits, les contre-forts et les bastions de la grande forteresse. Ainsi les fortifications des places de sûreté ne doivent jamais être considérées isolément, puisqu'elles font partie d'un tout, et qu'elles doivent concourir à une disposition générale qui tire la plus grande force de son ensemble.

ARTICLE 5.

Défense des possessions situées au delà des mers.

407. Il est absolument nécessaire de faire concourir tous les moyens à la défense des possessions éloignées,

situées au delà des mers, car les fortifications sans troupes ne sont d'aucune valeur, et les troupes, dont le nombre est toujours limité dans les circonstances dont il s'agit, privées des auxiliaires qui peuvent en décupler la force, ne seraient jamais en état de résister à des adversaires qui pourraient effectuer leur débarquement avec une quantité de forces décuple de celles qui pourraient se rassembler sur chaque point avant que le débarquement fût effectué. On observera d'un autre côté que les vaisseaux ne sont nullement défensifs de leur nature. Une escadre toujours présente et surveillant les parages d'une île, empêcherait bien sans doute que l'ennemi ne pût y aborder ; mais une escadre n'est pas et ne peut pas être toujours là, parce que chaque île ou chaque possession située au delà des mers ne peut pas prétendre avoir une escadre particulière consacrée à sa défense. D'ailleurs les forces navales, tout comme les forces de terre, ont besoin de se concentrer pour agir ensemble sans préjudicier à l'étendue qu'elles doivent embrasser. Il est vrai que s'il s'agit de pourvoir aux besoins de différentes colonies, l'on remplit cet objet avec des divisions d'escadre qui cherchent à se dérober furtivement; mais ces divisions d'escadre ne peuvent être alors considérées que comme points de communication, parce que de faibles divisions ne tiendraient pas contre de grosses escadres ennemies, ou se frapperaient elles-mêmes de nullité en rentrant dans les ports. Enfin les batteries de côte seraient encore un moyen de défense impuissant, s'il était employé seul, vu la quantité de pièces et d'hommes qu'il exigerait, sans laisser sur chaque point un nombre d'hommes suffisant pour faire une résistance tant soit peu raisonnable.

408. Les îles ou continents situés au delà des mers,

étant précisément dans le cas des côtes de la métropole dont les points capitaux de possession résident essentiellement dans les ports, ce sont eux dont il faut rester maître, et se garantir la possession par des fortifications, sans cependant exclure les autres moyens, qui tous doivent être mis en œuvre pour concourir à l'objet qu'il s'agit de remplir. Car nous avons fait connaître l'insuffisance de chaque moyen isolé des ouvrages de fortifications « qui ne seraient rien sans défenseurs; ceux-ci, fussent-ils parfaitement fortifiés, ne seraient rien par eux-mêmes s'ils étaient dépourvus d'armes d'artillerie et de munitions; toutes ces ressources réunies seraient encore impuissantes, relativement aux possessions d'outre-mer, sans le secours d'une marine toujours prête et disposée à les corroborer, soit par des secours furtifs, soit par l'arrivée des grandes escadres capables de maîtriser les événements ou du moins d'en balancer les résultats. »

409. S'il existait un trop grand nombre de havres propres à donner asile aux forces navales de l'ennemi, il faudrait opter, et déterminer un principal établissement d'après les vues indiquées ci-dessus et d'après l'observation de tous les rapports d'utilité nautique; on s'assurerait ensuite de ce point par l'emploi de toutes les ressources dont l'art peut aider la nature.

410. Quant aux autres ports ou plages qui pourraient en tenir lieu, il faudrait aussi en priver l'ennemi par des moyens moins dispendieux. Ce serait ici le cas d'employer des batteries, et même de les multiplier autant que l'exigeraient les facilités de l'accès et la fréquence des mouillages. Il serait essentiel dans ce cas que ces batteries eussent une véritable consistance de forts, et qu'elles fussent capables d'une résistance indépendante; on les disposerait

autant qu'il serait possible dans des positions d'assiette forte ou d'accès pénible; on leur conserverait des communications avec le grand dépôt; on y emploierait des mortiers qui pussent atteindre tous les mouillages. C'est sous l'abri de ces points de sûreté, avec des pièces de gros calibres, et surtout par l'emploi des fourneaux à réverbères, qu'on pourrait se borner, à l'égard de tous les petits ports ou havres abordables, à en interdire les approches aux vaisseaux ennemis.

ÉLÉMENTS D'ADMINISTRATION

POUR LA PAIX ET LA GUERRE.

AVANT-PROPOS.

On sait qu'il s'élabore depuis quelque temps, avec grande peine, au ministère de la guerre, un système de confusion d'agents administratifs, destinés à se trouver pêle-mêle entre eux par des assimilations de grades plus ou moins éminents, et que les uns et les autres néanmoins doivent entrer en ligne avec l'armée.

Que l'on s'imagine rencontrer là quelque chose de nouveau, ce serait un tort; il n'y a de neuf et de remarquable que des développements de projets où l'on a la prétention de n'être gêné dans son essor ni par la bienséance du service militaire, ni par les égards dus aux drapeaux.

C'est à la date de communications antérieures qu'il faut se reporter, si l'on veut apprendre comment tout se combine avec l'oubli des temps et les déraisons de l'amour-propre, pour remanier les propositions les plus louables et les plus naturelles, et se donner le mérite d'avoir été le premier à les concevoir, en les déguisant sous des formes démesurées, et pour ainsi dire avec l'apparence d'une création complète et magnifique.

Il existe, au-dessus des services d'exécution du département de la guerre, une institution toute dominante par sa surveillance et son contrôle; c'est par elle que commence le remue-ménage des agents secondaires, afin de lui donner un personnel de sujets pris à son école, et déjà même en possession près d'elle d'une assistance aussi longue que bien justifiée.

Mais quand l'intendance militaire, qui se relève chaque jour plus que jamais aux yeux des troupes par un appel à leurs grades et à leurs emplois les plus capables, est présentée, depuis si peu de temps, comme une organisation supérieure tenue incomplète par maladresse et négligence; on croirait vraiment que certaines gens ne mettent tant d'ardeur à ses perfectionnements et ses consolidations que pour raison en effet d'absence totale, jusqu'ici, d'idées d'ordre et de méthode, et qu'elles seules enfin sont arrivées avec un ensemble de construction parfaite jusque dans ses moindres détails.

Cependant, c'est à ce sujet qu'avec moins de bruit et plus de convenance il y a eu, depuis longues années, des communications adressées coup sur coup au ministère de la guerre, avec des invocations même très-pressantes, et des plans et des devis mis au net; mais c'est aussi dans ces mêmes bureaux que chaque projet a été enfoui dans les cartons avec tant d'autres projets utiles auxquels on n'a donné aucune suite, mais que l'on sait fort bien exploiter au besoin.

L'institution de l'intendance militaire date de 1817, et dès son apparition elle réclama un concours nécessaire dans ses attributions, devenues un centre d'écritures et de détails immenses, chaque jour encore plus étendus.

Des mémoires développés furent confiés, dans le cours

des inspections générales de 1818 et 1819, à la sollicitude de deux intendants militaires, hommes faibles, il est vrai, et essentiellement stationnaires. Une nouvelle instance eut lieu en 1824, avec exposé de motifs, avec tableaux et pièces à l'appui ; enfin, en 1827, le travail le plus complet et le plus précis parvint au ministère.

Dire aujourd'hui ce qu'on en fit à cette époque et ce qu'il en advint, serait par trop difficile, si, avant les publications actuelles de la presse, il n'y avait pas eu de ces révélateurs *marrons*, qui, pour écouter aux portes, n'en sont que mieux instruits et plus indiscrets.

Cette fois, le document avait fait sensation ; on en parla même en haut lieu d'un air tout paterne ; on s'enquit, puisqu'il y avait des grades disponibles, si cela pouvait profiter à de preux émigrés ou à de pauvres Vendéens ; mais impossible. Il fallait savoir lire et écrire, avoir servi honorablement, et connaître une législation de vingt-cinq ans de guerre et d'usurpations.

Le mémoire prit donc encore le chemin battu des cartons, avec ces mots mortuaires, à l'encre rouge : A CLASSER.

A partir de ce moment, les chambres de la restauration reçurent chaque année et renvoyèrent au ministre de la guerre des pétitions où les commis de l'intendance, presque tous sortis des rangs de l'armée, sans autre existence, invoquèrent incessamment un vote pour terminer leur état cruel d'attente. La révolution de juillet arriva lorsqu'ils redoublaient d'instances, de prières et même de hauts cris.

L'année suivante, les réclamations et les vœux étant devenus bien plus poignants, il fallut se rendre à la nécessité d'une espèce d'enquête sur les insensibilités et les dénis de justice de la restauration.

Une commission s'installa sous le maréchal Soult, et

bien que les mémoires et les documents antérieurs ne se retrouvassent plus, disait-on, on fut cependant assez heureux pour reproduire, dans des notes de bureau, précisément les propositions dédaignées en 1827 : les délibérations marchèrent grand train sur de pareils errements, et, de fait, les principes et les conclusions furent les mêmes.

On pouvait croire enfin que c'était une chose arrêtée et déjà faite : pas du tout. Un an s'écoula, puis deux, trois, quatre..... et l'on en est aujourd'hui à savoir encore par quel bout on prendra cette organisation si impérieuse et si inextricable.

C'est pour cela sans doute qu'afin de la simplifier et de dérouter toute idée d'antécédants, on s'est jeté dans cet amas d'innovations générales administratives destinées plus que jamais à se décomposer à l'ombre des cartons, et à périr sous leur action délétère.

Nous allons reproduire ici le document bien simple de 1827, avec sa date certaine et sa signature officielle : c'est une pièce justificative, qui du moins une fois aura pris l'air au grand jour.

PERSONNEL D'ORGANISATION AUXILIAIRE.

Considérations soumises.

Dans un corps d'administration supérieure, dont la constitution doit être désormais toute militaire par garantie de mérite et d'honneur, il faut bien que désormais aussi tous les éléments mêmes de son *personnel auxiliaire* participent du principe de l'organisation fondamentale.

En effet, tout ce qui peut être appelé à l'aide de fonctions de cette haute administration ne saurait convenablement rester davantage en dehors de sa forme et de son esprit, sans en exposer le travail et la responsabilité.

C'est pour l'intendance militaire qu'il y a surtout nécessité d'obtenir, sans plus de retard, une coopération de sujets tous dignes à l'envi de confiance par leurs facultés et leurs services, par leur moralité et leur dévouement.

On a senti depuis long-temps que partout, dans une organisation militaire où les fonctions supérieures devaient embrasser des détails hors de leur action propre, il y avait eu lieu, par prudence, à leur donner

des moyens d'assistance et de participation en rapport avec elles-mêmes, par un caractère reconnu et par une perspective d'avenir.

A cet égard, on a pour exemples les commandants de place avec leurs adjudants et leurs secrétaires archivistes; les armes de l'artillerie et du génie, avec leurs conducteurs et leurs gardes; le service des hôpitaux, de l'habillement, du campement et des subsistances, avec leurs adjudants d'administration et leurs commis de différentes classes.

L'intendance militaire qui domine ces mêmes organisations par son contrôle et sa surveillance; l'intendance militaire qui se trouve chargée de tous les intérêts du ministère de la guerre, dans l'emploi d'un budget de plus de 200 millions, ne peut donc demeurer dorénavant sans avoir aussi près d'elle, *et sous sa direction intime*, des agents auxiliaires, fixés eux-mêmes dans leur existence, et tous entretenus convenablement par l'état, avec les chances d'une carrière honorable.

Déterminations pressantes.

Ainsi, tous les bons esprits penseront sans doute qu'il y a pour elle, de ce moment, une espèce d'urgence à réclamer la formation d'un personnel secondaire qu'elle puisse toujours avoir à sa disposition, avec les garanties mêmes qui distinguent aujourd'hui l'administration de la guerre, et qui sont *l'honneur et la capacité, éprouvés par le service militaire* AVANT TOUT.

Désormais ce serait donc à cette formation subsidiaire,

stable et bien choisie, que l'on verrait exclusivement confier le travail des bureaux, la sûreté des relations, le dépôt des archives, et toute l'élaboration enfin de titres et de pièces dont l'importance est manifeste, et que les membres de l'intendance militaire ne peuvent pas plus établir par eux-mêmes qu'on ne le fait dans les places, dans l'artillerie et le génie, dans les administrations des hôpitaux et des subsistances, et dans tous les autres services de l'armée, à la paix et à la guerre.

L'organisation particulière, qui pourrait ici se constituer comme personnel et pépinière d'agents d'administration générale, prendrait le titre *d'adjudants de l'intendance militaire.*

Il n'y aurait pour l'état aucune surcharge nouvelle; partie seulement des frais de bureau actuel de l'intendance serait consacrée aux traitements des titulaires de son organisation auxiliaire.

Essai de formation

Le corps des adjudants de l'intendance militaire se composerait de trois classes ayant rang, savoir :

La 1re de lieutenants;

2e de sous-lieutenants,

3e de sous-officiers.

Les secrétaires actuels de l'intendance militaire qui auraient cinq ans de service seraient reconnus de troisième classe; ceux qui compléteraient dix ans formeraient la deuxième, et au delà de quinze ans ils entreraient dans la première.

Une fois les droits actuels réglés, les adjudants de l'intendance militaire ne pourraient plus être pris, pour la troisième classe, que parmi les élèves des écoles militaires ou de l'école polytechnique, et parmi les sous-officiers de toutes armes.

Chaque année il serait dressé par les conseils d'administration des écoles ou des régiments, un état de propositions soumis à l'examen et à l'approbation des sous-intendants, intendants et officiers généraux chargés de la police ou de l'inspection générale des établissements ou des corps de troupe.

Le ministère de la guerre tiendrait un contrôle spécial des adjudants de l'intendance militaire formant l'organisation primitive, chacun d'eux serait bréveté pour prendre rang dans son emploi.

De ce moment alors l'avancement aurait lieu dans chaque classe, ainsi qu'il suit, par la voix seule du choix.

La troisième serait ouverte exclusivement, comme on l'a dit, aux élèves des écoles militaires ou de l'école polytechnique et aux sous-officiers de tous les corps.

Ce serait donc le premier point de départ, et de là l'on serait susceptible de passer à la deuxième classe, mais seulement après deux ans de bons services.

On n'arriverait à la première qu'après deux ans aussi de bons témoignages.

Il s'ouvrirait là une nouvelle perspective de placements; les adjudants de l'intendance militaire, qui auraient exercé pendant trois ans les fonctions de l'emploi de première classe, pourraient dès lors passer comme lieutenants dans les corps de troupes ou les établissements quelconques de la guerre, en qualité *d'officiers comptables*. Une fois aussi parvenus dans cette position aux grades de capitaines et

de majors, ils se trouveraient susceptibles de concourir à l'entretien même des cadres de l'intendance militaire, selon les règles de l'ordonnance royale dernière.

Ce serait alors que les capitaines et les majors, au moment de leur admission dans la haute administration des armes, auraient non-seulement l'habitude des détails plus particuliers de la solde et de l'entretien intérieur des corps, mais aussi la connaissance complète de toutes les relations des grands services de la guerre, en tout ce qui dépend de leur contrôle propre, et de la justification spéciale de leurs recettes et de leurs dépenses, si compliquées, si importantes.

Répartition du personnel.

La répartition des adjudants de l'intendance militaire se ferait par le ministre de la guerre entre les intendants, sous-intendants et adjoints sous-intendants, en raison des besoins, des lieux et des détails de leurs services mutuels.

La fixation la plus étendue donnerait, selon les circonstances,

Aux intendants,	adjudants de	1re classe. .	1	6
	id.	2e.	2	
	id.	3e.	3	
Aux sous-intendants,	adj. de	1re classe. .	1	3
	id.	2e.	1	
	id.	3e.	1	
Aux adjoints,	adjudants de	2e classe. . .	1	2
	id.	3e.	1	

En conséquence, le personnel de l'organisation auxiliaire pourrait être composé comme ci-après :

Adjudants de 1re classe.		Lieutenants. . . .	125
Id.	2e	Sous-lieutenants. .	250
Id.	3e	Sous-officiers. . .	275
		Effectif.	650

Solde, uniforme et retraite.

La solde serait réglée pour chaque classe sur les pieds suivants, par analogie avec les grades militaires :

1re classe.	1,800 fr.
2e.	1,200
3e.	900

Il n'y aurait aucune autre allocation à l'intérieur; mais, hors du territoire et à l'armée, les adjudants de l'intendance militaire jouiraient des rations et des avantages attribués aux mêmes grades dans l'état-major général.

Quant à l'uniforme, ce serait l'habit bleu de roi avec les doublures, le passe-poil et le bouton de l'intendance militaire; il y aurait pour signe distinctif de chaque classe, au collet et au parement, une, deux ou trois baguettes brodées en argent.

Le chapeau, le pantalon et l'épée seraient du modèle ordinaire, sans distinction aucune pour les trois classes.

Du reste, dans toutes leurs positions de réforme ou de retraite, par suite de blessures ou d'infirmités de fait, de guerre ou de service à l'intérieur, les adjudants de l'in-

tendance militaire seraient en tout traités comme les grades dont ils auraient alors le brevet.

Règlement de service.

Dès que la nouvelle organisation auxiliaire serait reconnue et constituée pour avoir désormais une existence fixe sous la direction immédiate du corps de l'intendance militaire, un règlement particulier déterminerait, pour les adjudants, leur police, leur travail, leur responsabilité, et surtout leurs obligations sous le rapport de la sûreté et de la garde des archives des résidences.

Du moins, dorénavant tout intendant, tout sous-intendant et adjoint qui ferait un déplacement, ou viendrait se mettre pour la première fois en service, serait sûr de trouver partout sur place des agents déjà en possession des habitudes de leurs travaux, et leur offrant les moyens de connaître toutes les relations de leur nouvelle destination, sans être obligés d'en faire une étude plus ou moins difficile, comme aujourd'hui, où chaque fonctionnaire emmenant ses collaborateurs, le nouveau venu ne trouve plus personne au fait du service de la résidence à laquelle il est appelé tout à coup, et souvent aussi sans avoir le temps d'y constituer son autorité et son contrôle, avec toutes les garanties d'un bon choix libre ou d'une confiance déjà méritée.

Conclusions.

On ne croit point nécessaire de pousser plus loin les propositions relatives à l'organisation auxiliaire de la haute

administration des armées; mais si le ministère de la guerre pouvait, dans sa propre sollicitude, y donner quelque attention, ce serait à coup sûr un acte de grande prudence pour la sûreté même de ses délégations en faveur des membres de l'intendance militaire, et une circonstance de grand intérêt aussi pour des services secondaires indispensables, et qui pourtant, jusqu'à ce jour, sont restés incertains dans leur avenir, et presque désespérés même dans leur existence.

Encore quelques années, et le corps de l'intendance militaire, ayant épuisé les sujets actuels que les corps des commissaires des guerres et des inspecteurs aux revues avaient si péniblement formés à l'aide de tant d'épreuves, se trouvera réduit à chercher au hasard, et peut-être à prendre à l'aventure des collaborateurs sans expérience ou sans tradition des principes d'une administration honorable.

Il y a, sous ce rapport seul, une opportunité impérieuse à constituer au plus tôt des cadres auxiliaires qui puissent se perpétuer indéfiniment dans une confiance éprouvée et sous l'attrait d'avancements justement acquis par de bons services.

Eh! que l'on ne croie pas à ce sujet qu'en ouvrant à des agents secondaires, *sous-officiers, sous-lieutenants* et *lieutenants*, une carrière qui les porterait un jour au milieu même de l'intendance militaire, il y aurait quelque inconvénient à de pareils exemples de mérite arrivé si haut!

Qu'on regarde encore aujourd'hui dans l'administration militaire supérieure tout ce qui s'y fait le plus remarquer : eh bien! ces sommités, ces réputations si respectables, ont eu pour principe les mêmes chances de travaux auxiliaires près des grandes autorités des temps.

Aujourd'hui seulement il y aurait de plus l'institution d'un *caractère original militaire ;* mais ce ne serait aussi qu'une garantie de plus pour arriver par la capacité et la pratique aux mêmes distinctions et aux mêmes récompenses.

Certainement s'il y a des secrets d'avenir pour le mérite, c'est dans une organisation qui doit exercer les facultés intellectuelles et l'expérience, depuis leur point de départ le plus reculé jusqu'à leurs hauteurs de course les plus éminentes.

Dès que la sphère aussi serait l'honneur, on peut être sûr qu'il y en aurait partout, et toujours en pleine évidence.

Calais, le 15 septembre 1827.

Le sous-intendant militaire,

SAINTE-CHAPELLE.

ÉLOGE DE M. LE BARON DE FÉRUSSAC,

LIEUTENANT COLONEL AU CORPS ROYAL D'ÉTAT-MAJOR;

PAR LE BARON CHARLES DUPIN,

Membre de l'Institut de France.

Messieurs, la société, l'armée, les sciences viennent de perdre un de ces hommes toujours rares, même chez le peuple le plus belliqueux et le plus éclairé.

M. André-Étienne-Just-Pascal-Joseph-François d'Audebart, baron de Férussac, issu d'une famille depuis longtemps militaire, apprit de son père à servir dans les camps durant la guerre, en réservant pour l'étude des sciences les loisirs de la paix.

Fils d'un naturaliste justement estimé pour ses recherches zoologiques, dès son enfance il dirigea de ce côté ses premières observations ; il poursuivit avec constance des recherches du même genre au milieu des vicissitudes d'une carrière agitée.

A dix-septans il entrait dans les vélites de la garde; à dix-huit il présentait à l'Institut son premier mémoire sur les crustacés microscopiques qu'il avait observés au voisinage du château dans lequel s'était écoulée son adolescence ; ce travail obtint l'honneur de la publication dans les Annales du Muséum d'histoire naturelle. Dès ce moment Lamark et l'illustre Cuvier accordaient leur premier suffrage aux travaux du jeune vélite.

A la même époque, il préparait la publication du principal ouvrave de son père, c'est la méthode conchyliologique, appliquée aux mollusques fluviatiles et terrestres. Mais la guerre survint, et la publication fut suspendue.

Qu'il nous suffise de dire, à l'honneur de ses services militaires, que, dans la garde impériale, le baron de Férussac a pris part aux batailles d'Iéna, d'Austerlitz, de Friedland et d'Eylau : plus tard, il prit part à l'attaque de Sarragosse; ce fut alors qu'il rédigea son intéressante notice sur ce siége immortel. Durant ces campagnes, où nos aigles victorieuses planèrent sur tant de contrées conquises, il visita les pays étrangers en naturaliste éclairé; il recueillit des matériaux qu'il sut ensuite mettre en œuvre.

Après quatre ans de services dans la guerre si périlleuse de l'Espagne, où les dangers se multipliaient en tous lieux, en tout temps, comme la haine immense d'un peuple impatient du joug, il reçut dans la poitrine un coup de feu dont il guérit presque par miracle, mais qui, vingt-quatre ans plus tard, devait amener la fin prématurée d'une carrière utile et noblement remplie.

Forcé par cette blessure de quitter le service actif, il reprit, avec une ardeur nouvelle, l'étude qui charmait sa vie. Il présenta de nouveaux mémoires à l'Institut, et les Annales du Muséum d'histoire naturelle s'enrichirent de ses recherches sur les terrains formés sous l'eau douce.

Un écrit intitulé : *Coup d'œil sur l'Andalousie*, attira l'attention de l'empereur, qui nomma M. de Férussac sous-préfet dans le département des Basses-Pyrénées. Il y rendit, par son zèle et son activité, des services justement appréciés, lors de la retraite à la fois malheureuse et glorieuse du maréchal Soult, résistant à des forces supérieures.

M. de Férussac fut destitué de sa place à l'époque où les destitutions servaient d'appât et de salaire aux délateurs; le général Dessoles, qui commandait la garde nationale de Paris, le nomma son aide de camp. Lors des cent jours, l'illustre Carnot le choisit pour être sous-préfet à Compiègne. Il y servit la France, dans cette courte période, comme Fourier la servait à Lyon; et, comme l'illustre géomètre, après le malheur de nos armes, il revint à la vie privée, qu'il embellit, suivant son usage, par la culture des sciences. Consolé par l'étude, il attendit que le souvenir de ses nombreuses campagnes lui rouvrît les rangs de l'armée. Enfin, Gouvion-Saint-Cyr le plaça dans le corps royal d'état-major, création de ce grand homme de guerre. Il eut l'honneur de professer la géographie et la statistique militaire dans l'école instituée pour servir de pépinière à ce corps; il créa cet enseignement, et quelques années après il le quitta pour revenir à ses recherches de prédilection. Plus tard, il dirigea le bureau de statistique étrangère au ministère de la guerre; puis il revint encore à l'histoire naturelle.

Depuis nombre d'années il avait apporté ses soins et mis à profit ses voyages, ses relations, ses amitiés vives et nombreuses, pour former la plus riche collection de coquillages.

Il a publié par livraisons successives son Histoire naturelle, générale et particulière des mollusques terrestres et fluviatiles; histoire qui réunit les espèces aujourd'hui vivantes et les dépouilles fossiles de celles qui n'existent plus. Cet ouvrage fut honoré par les suffrages des plus illustres naturalistes.

Il a rédigé la description des mollusques terrestres et fluviatiles, recueillis pendant l'expédition [illegible]

monde, par M. de Freycinet : description publiée dans le grand ouvrage du savant navigateur.

Nous ne pouvons énumérer ici tous les travaux d'histoire naturelle et de géologie dus à M. de Férussac, travaux dont l'ensemble a mérité que leur auteur fût mis aux premiers rangs parmi les éligibles à la section de zoologie, dans l'académie des sciences de l'Institut. Sa plus grande entreprise, celle dont l'étendue aurait effrayé tout homme moins zélé, moins actif et moins entreprenant, fut le *Bulletin universel des sciences et de l'industrie*. Il continua pendant près de dix années cette publication gigantesque, où les ouvrages nouveaux, dès qu'ils paraissaient en France, dans le reste de l'Europe, en Amérique et même aux extrémités de l'Asie, étaient annoncés, analysés et rangés dans un ordre méthodique.

Cette entreprise ne pouvait réussir que par le rapprochement des savants et des industriels qui cultivaient avec le plus de distinction les sciences et les arts. Le salon et la bibliothèque de M. de Férussac devinrent le rendez-vous de ces hommes supérieurs ; ils conserveront toujours le souvenir de ces réunions, où les esprits éminents de toutes les nations apportaient, comme au foyer de la civilisation, les tributs de leurs lumières.

Après la révolution de 1830, la confiance des citoyens de Tarn-et-Garonne, pays natal de M. de Férussac, le plaça parmi les députés de la France.

Après le rapport que nous-mêmes avons été chargés de rédiger, il eut l'honneur de faire adopter par la chambre la prise en considération d'une enquête législative sur l'état des routes et des canaux de la France : ouvrant ainsi pour notre patrie la route à ces recherches fécondes qui comptent parmi les plus beaux titres de gloire et d'utilité du parlement d'Angleterre.

Ce qui caractérise la carrière si diversifiée, si traversée et si laborieuse du baron de Férussac, c'est le penchant irrésistible qui chez lui ramène sans cesse l'homme de guerre, l'administrateur et le législateur, à cette étude des sciences, qui console dans la douleur, et qui fait oublier l'ambition décevante des vains honneurs pour l'ambition sublime de la vraie gloire.

Enfin, ce qui complète la peinture d'un homme qui s'est distingué par ses travaux et ses services, c'est la bonté de son cœur, son activité pour obliger ses amis, comparable seulement à son activité pour accroître le domaine des connaissances utiles. Aussi, peu de citoyens dans une condition modeste ont-ils acquis et gardé plus d'amis dévoués, qui, fidèles par delà les limites de la tombe, vont garder à sa veuve, à ses fils, l'affection qu'ils avaient vouée au bienveillant, au courageux, au savant de Férussac.

EXTRAITS DIVERS

DU 9e CAHIER DE L'ANNÉE 1835 DU JOURNAL D'ART, SCIENCE ET HISTOIRE DE LA GUERRE,

PUBLIÉ A BERLIN.

I. Expérience relative à l'influence du souffle d'un canon de 24 suédois à la Helwig, sur la dégradation de jour d'embrasure.

Les diverses notices que nous réunissons sous ce titre ont été communiquées au journal allemand par M. Du Vignau. Il a tiré les deux premières des mémoires de l'académie des sciences militaires de Suède, pour 1834; les trois autres sont, dit-il, les passages les plus remarquables du rapport annuel fait à cette même académie en 1834, sur les progrès de l'artillerie dans ce pays. L'auteur de ce rapport (que l'on a laissé parler dans les passages dont il s'agit), est M. le baron de Wrède, capitaine dans l'artillerie de Suède. Toutes les notes qui accompagnent ces divers articles, hors une seule, sont de M. Du Vignau.

Comme on avait soulevé dans les derniers temps la question de savoir si les canons de 24, du système d'Helwig, avaient assez de longueur depuis les tourillons jusqu'à la bouche (1) pour ne pas dégrader trop rapidement les re-

(1) Cette partie de leur longueur est de 53.7 pouces décimaux suédois, équivalant à 61.75 pouces du Rhin (1.59 4).

vêtements d'embrasures des batteries, le régiment d'artillerie suédoise de Goëthe reçut en 1833 l'ordre de tirer 100 coups au $\frac{1}{3}$ du poids du boulet avec un de ces canons placé devant une embrasure. La batterie avait été construite en 1832 ; mais le revêtement fut refait à neuf ; on y employa des saucissons jusqu'à la genouillière, et des gabions pour les jours d'embrasure. Ces gabions étaient récents à l'exception des deux derniers du côté extérieur qui étaient restés de l'année précédente. La pièce fut avancée contre l'épaulement de manière à y pénétrer de 1 pied dans l'embrasure. Les 100 coups furent tirés en quatre jours ; après ce tir, les deux gabions restés de l'année précédente furent seuls dégradés avec le saucisson le plus élevé du coffre. De ce fait le régiment a conclu que les canons de 24, à la Helwig, ne dégradent pas les embrasures d'une manière extraordinaire, lorsque les fascinages employés à leurs revêtements ne sont pas desséchés.

II. Expériences de tir de bombes de 40 avec des canons de 24, en Suède.

Le régiment d'artillerie de Vendes a fait en 1833 l'expérience de projeter les bombes de calibre de 40 aux distances de 6 à 800 aunes (356 à 475 mètres) au moyen de canons de 24 en fer à la Helwig (dont l'embouchure est évasée en pavillon de trompette.)

Les canons étaient placés sur un support construit avec de fortes pièces de bois, où ils se trouvaient pointés sous une inclinaison de 45° 32′. Cette disposition permettait aux bombes de se tenir d'elles-mêmes sur la bouche sans qu'il fût nécessaire de les y attacher. Si l'on avait besoin

de tirer sous des angles moindres, il suffisait de fixer les bombes sur des sabots en bois de la forme de l'embouchure, avec des bandelettes de fer-blanc.

Pour donner la direction latérale, on avait commencé par marquer sur la tranche de la bouche deux points contenus dans le plan vertical passant par l'axe de la pièce, en se servant à cet effet d'un quart de cercle à pendule. Ces points déterminés, on placait dans leur direction le quart de cercle à mortier (1). Quant à l'élévation, elle se déterminait à l'aide d'une règle de fer placée dans l'axe, et sur laquelle on appliquait le quart de cercle à mortier.

On chargeait avec une cuiller, au bout de laquelle une gargousse, contenant deux livres de poudre, était pincée, pour servir à empêcher la poudre nue qui formait le reste de la charge de tomber trop tôt dans l'axe de la pièce. Le recul était de 1 à 2 pouces, le fouettement mesuré à la bouche de 5 à 6 pouces.

(1) Le quart de cercle à mortier de l'artillerie suédoise consiste en une longue règle (plus grande que le diamètre de la tranche de la bouche du plus gros mortier), sur laquelle sont deux demi-cercles gradués; chacun de ces demi-cercles porte une alidade mobile autour de son centre. Au moyen de ces alidades on peut prendre la direction en même temps que l'on donne les degrés. Cet instrument est particulièrement propre pour les expériences.

Le tableau suivant fait connaître les résultats de ce tir :

Nos des coups.	POIDS des bombes. — Livres.	POIDS de la charge. — Livres.	DURÉE de la trajectoire. — Sec. tierces.	PORTÉES. — Aunes.	DÉVIATIONS latérales	
					à droite. — Aunes.	à gauch — Aunes.
1	88 1/2	1 1/2		40		1
2		3		190		5
3		6		508		7
4		6		533		14
5		6	7 26	520	12	
6		8	8 53	790		18
7		8	8 46	749		3
8		8	8 40	749		56
9		8	8 30	779		58
10		8	8 45	726		33
11		8	8 33	753		50
12		8	8 40	718		38
13		8	8 35	731		27 (1).

III. Sur les bouches à feu de fonte de fer.

Les grands avantages que, de l'aveu de tout le monde, la fonte de fer possède comme matière à bouches à feu, imposent à l'artilleur le devoir de remédier aux inconvénients qui aujourd'hui encore accompagnent le service des pièces de ce métal. Ces inconvénients découlent moins de la na-

(1) L'uniformité des portées des huit derniers coups à charge égale dépasse toute attente. La plus grande différence n'est que de soixante-douze aunes (43 mètres) ; la plus grande ensuite de soixante-quatre aunes (38 mètres).

ture même du fer coulé, que de l'imperfection du travail par lequel on se le procure, et de celle des moyens que l'on a d'en juger. En effet, les nombreux exemples que l'on possède de l'extraordinaire résistance de canon de fer (1) témoignent assez de l'excellence de la matière qui les compose, tandis que les accidents, qui de temps à autre arrivent dans le tir ordinaire, fournissent la preuve que l'art de fabriquer à coup sûr de bonnes pièces de ce genre, d'en faire la visite et de les éprouver, laisse encore quelque chose à désirer. La méthode la plus ordinaire, et qui est généralement adoptée, de vérifier la résistance des canons de fer, consiste à les soumettre à un tir d'épreuve. Mais la manière de procéder à ce tir n'est pas la même partout; et les opinions à cet égard, ne sont pas moins partagées.

Un grand nombre de coups tirés à forte charge permettent bien d'en conclure que la pièce qui les supporte possède actuellement une grande résistance, mais nullement que cette grande résistance se maintiendra par la suite, car il est possible que l'effet même du tir à forte charge, limité à un petit nombre de coups, ne saurait conduire à aucun résultat concluant. D'après cela, puisqu'il est impossible d'acquérir par une épreuve directe de chaque pièce à recevoir la certitude de sa résistance ultérieure, il ne reste plus d'autre moyen à employer que de soumettre une partie seulement des fournitures à l'épreuve, après s'être assuré toutefois, par les moyens les plus convaincants que toutes les autres pièces de la fourniture sont parfaitement de la même qualité; de sacri-

(1) Voir entre autres à ce sujet Meyer : *Expériences sur la fabrication et la résistance des bouches à feu de bronze et de fer.* Leipzig, 1831 (et Paris, 1834, chez Corréard jeune). Voir aussi quelques articles du présent journal pour 1833 et 1834.

fier alors entièrement ces pièces choisies, en les soumettant à une épreuve des plus fortes, et de conclure enfin du dégré de résistance qu'elles présentent celles de toutes les autres.

En partant de cette manière de voir (1), les règles sui-

(1) Pour qu'une telle opinion puisse être admise sans contestation, il conviendrait de fournir la preuve, qu'à l'aide de tous les moyens dont on peut actuellement disposer, il y a plus de raison de compter sur l'égale résistance des pièces non éprouvées de la fourniture, par rapport à celles de la même espèce qui sont soumises à une si forte épreuve, qu'il n'y en a de compter sur la résistance ultérieure au service ordinaire de pièces soumises elles-mêmes à une forte épreuve de tir. Cette preuve manque jusqu'à présent. En vain vous aurez cherché à couler un certain nombre de pièces dans les mêmes circonstances; en vain vous les aurez en effet coulées *en apparence* dans des circonstances identiques. Toujours est-il certain qu'il ne vous sera pas permis de conclure avec certitude de la grande résistance de quelques-unes d'entre elles à une résistance égale de la part des autres. Qu'une pièce, après avoir supporté une très-forte épreuve, ne soit plus en état de supporter un aussi grand nombre de coups à la charge ordinaire qu'elle l'aurait pu sans cela, c'est ce qui est vraisemblable, et je l'accorderai ici, quoique cela ne soit pas positivement démontré. Mais ce qui n'est pas moins vrai, c'est qu'une pièce non éprouvée à forte charge puisse cependant ne posséder de prime abord, et ne possède en effet souvent, qu'une résistance de beaucoup inférieure à celle de certaines pièces soumises à une épreuve préalable très-forte (soit que cette épreuve lui ait ou ne lui ait pas fait perdre une partie de sa résistance). De là nous concluons qu'il *est possible* que l'opinion soutenue par le capitaine de Wrède soit la plus exacte, et que par suite les dispositions adoptées en conséquence de cette opinion pour le tir d'épreuve soient les meilleures; mais que toutefois, dans le *véritable état actuel des choses*, et jusqu'à l'époque où il sera permis d'admettre avec certitude que des circonstances, égales *en apparence* dans la fabrication des bouches à feu, donnent aussi des produits égaux en résistance. Le moyen d'acquérir le plus haut degré possible de probabilité à former de la résistance des pièces de fer, consiste encore à faire subir à chaque pièce en particulier une épreuve très-forte, telles, par exemple, que celles que l'on emploie en Angleterre d'après le *Bombardier and Pocket et Gunner*, Londres, 1827, page 275. De telles épreuves méritent donc d'être jusque-là conservées.

vantes ont été prescrites dans l'artillerie suédoise .

1° Un officier d'artillerie attaché à la fonderie est chargé d'assister à la coulée et à la fabrication ultérieure des bouches à feu, ainsi que de recueillir toutes les observations propres à établir une opinion positive sur la qualité de la fonte;

2° Deux barreaux d'essai sont coulés en même temps que chaque bouche à feu, de la même fonte qu'elles; l'un de ces barreaux est cylindrique, et a 6 po. décim. ($0^m.178$) de diamètre; l'autre est à base carrée de trois po. décim. ($0^m.089$) de côté. Le premier est scié, et sert en général à fournir des données sur la matière d'après son apparence; le second est soumis à une suite de chocs produits par une masse déterminée, que l'on fait tomber dessus de hauteurs déterminées et croissantes jusqu'à la rupture; on juge de la qualité du fer par le nombre de coups que le barreau a supportés avant de rompre, ainsi que par l'aspect de la cassure. L'ensemble de cette épreuve sert à contrôler l'identité de nature des fontes de différentes bouches à feu (1);

3° On coule toujours en sus de la commande quelques pièces de chaque calibre, servant de pièces de contrôle pour être soumises à une très-forte épreuve du tir, tandis que les autres ne sont tirées qu'avec des charges peu supérieures à la charge ordinaire. On choisit pour ces pièces de contrôle celles dans la fusion desquelles on a eu lieu

(1) Quelque belle que soit (en l'absence de signes tout à fait certains) cette manière de juger de la bonté des bouches à feu, il convient de rappeler toutefois que l'on rencontre de grandes differences dans l'aspect et dans la résistance de barreaux d'une même coulée; et, de plus, qu'on ne saurait tirer aucune conséquence certaine de la résistance d'un barreau en faveur de celle de la pièce qui lui correspond.

de soupçonner des causes de moins de résistance. Si une ou plusieurs de ces pièces viennent à éclater dans l'épreuve, elles sont remplacées par d'autres, et l'on continue d'en agir ainsi jusqu'à ce que l'on ait complété un nombre déterminé de pièces de contrôle qui doivent pouvoir résister à l'épreuve. On compte alors le nombre de pièces qu'il a fallu employer pour arriver à ce résultat, et s'il dépasse une certaine proportion déterminée par rapport à la totalité des pièces de la même espèce, toutes ces dernières sont rebutées sans autre examen; dans le cas contraire on les soumet à leur tour à une épreuve qui est moins forte que celles des pièces de contrôle, et celles-ci sont ensuite poussées à bout, afin de constater leur résistance absolue au moment de la réception.

En faisant l'application de ces principes, à l'occasion d'une commande de quatre-vingt-seize bouches à feu faite à la fonderie d'Aker, le nombre des pièces de contrôle a été fixé à douze, et la proportion à laquelle pouvait s'élever le nombre des pièces éclatées à la forte épreuve, à 20 0/0 (1).

L'épreuve prescrite pour les pièces de contrôle était la suivante :

Pour les canons de 6 (2).

1 coup consistant en deux cartouches ordinaires à boulet mises ensemble dans la pièce.

(1) Il paraît résulter de l'ensemble de la rédaction de ce rapport, qu'en entrant dans la nouvelle voie, la détermination des détails de l'épreuve n'a pas été d'abord arrêtée d'une manière définitive, mais que l'on a voulu auparavant, conformément à la raison, recueillir de nouvelles expériences.

(2) Voir les principales dimensions des canons dans le 9e cahier de 1834 de ce journal, page 269.

4 coups à 3 livres de poudre et 2 boulets.
4 *id.* 2 *id.* 2 *id.*
1 *id.* comme le premier.

Pour les canons de 12.

1 coup consistant en 2 cartouches ordinaires à boulet.
4 *id.* 5 liv. de poudre et 2 boulets.
4 *id.* 4 *id.* 2 *id.*
1 *id.* comme le premier.

Pour les obusiers longs de 12.

1 coup consistant en 2 cartouches ordinaires à boulet, composées chacune de 1 1/2 liv. de poudre et 1 boulet plein.
4 *id.* à 3 1/2 liv. de poudre et 1 boulet plein.
4 *id.* 2 1/2 *id.* 1 *id.*
1 *id.* comme le premier.

Pour les obusiers longs de 24.

1 coup consistant en 2 cartouches ordinaires à boulet, composées chacune de 3 liv. de poudre et 1 boulet plein.

4 coups	à	6 liv. de poudre et		1 boulet plein.	
4 *id.*	à	5	*id.*	1	*id.*
1 *id.*		comme le premier.			

Quant à l'épreuve de toutes les autres pièces, elle fut fixée ainsi qu'il suit :

Pour les canons de 6.

2 coups	à 2 1/2	liv. de poudre	et	2	boulets pleins.
2 *id.*	2	*id.*		2	*id.*
1 *id.*	2	*id.*		1	*id.*

Pour les canons de 12.

2 coups	à 5	liv. de poudre	et	2	boulets pleins.
2 *id.*	4	*id.*		2	*id.*
1 *id.*	4	*id.*		1	*id.*

Pour les obusiers longs de 12.

2 coups	à 3	liv. de poudre	et	1	boulet plein.
2 *id.*	2 1/2 liv.	*id.*		1	*id.*
1 *id.*	2	*id.*		1	boulet creux.

Pour les obusiers longs de 24.

2	coups à	6	liv. de poudre et	1	boulet plein.
2	*id.*	5	*id.*	1	*id.*
1	*id.*	4	*id.*	1	boulet creux.

Tous les coups de cette dernière épreuve étaient tirés les pièces étant montées sur des affûts du poids de ceux de leur calibre, et pointées sous des angles de 5 à 6 degrés d'élévation.

Les pièces de contrôle étaient tirées à terre sans être contenues et sous des angles de 0 à 2°.

IV. Sur les affûts en fer.

Il a été construit des affûts en fer pour un canon de 24 de place, et un canon à bombes de 7 pouces. Ces affûts ont donné des résultats très-satisfaisants dans l'épreuve qui en a été faite (1).

V. Sur les poids des bouches à feu et de leurs affûts.

Dans un mémoire inséré dans le sixième cahier du

(1) On n'avait point encore appris en Suède, à l'époque de ce rapport, les résultats défavorables obtenus en France sur les affûts en fer, lorsqu'ils viennent à être frappés par des projectiles.

journal militaire de Norwège pour 1834, le lieutenant colonel Borkenstein a cherché à déduire de l'expérience une formule servant à la détermination du poids d'un canon et de son affût. L'auteur part de ce principe, posé par Scharnhorst, que le poids d'un canon (1) doit être égal à quatre cents fois le poids de la charge, principe que l'on peut regarder comme exact à l'égard des canons de six, mais qui doit être modifié à l'égard des autres calibres. L'auteur donne au facteur, par lequel il faut multiplier le poids de la charge pour obtenir le poids de la pièce qui convient à cette charge, le nom de *nombre fondamental du système de poids* (2). Dans sa manière de voir, ce nombre doit augmenter avec le calibre, parce que si, par exemple, un canon de six et un canon de douze devaient être construits pour une même charge, l'action de la charge serait plus grande dans le deuxième que dans le premier à cause du poids plus considérable du projectile. Pour déterminer la loi de variation de ce nombre fondamental, l'auteur le suppose proportionnel à une puissance indéterminée du calibre (3), et procède à la détermination de l'exposant de cette puissance, en partant d'un second principe d'expérience, savoir : *qu'un canon de* 12, *chargé à* 4 *liv. de poudre, doit peser* 1800 *liv.* (4). En combinant ensemble et appliquant ces deux principes, l'auteur arrive à une formule du *système de*

(1) D'un canon de campagne.

(2) Bien entendu pour les canons.

(3) Ce qui veut dire probablement *du poids nominal du projectile.*

(4) Il y a, dans l'adoption d'une telle base, quelque chose de trop arbitraire pour que les conséquences que l'on en induit puissent être à l'abri de toute objection. Nous disons, par exemple, 1700 au lieu de 1800, et il serait difficile de prouver que le tort est de notre côté. Quelque

poids des canons de campagne, d'après laquelle le poids des canons est égal au produit d'un facteur constant (295), multiplié par le poids réuni de la charge et du boulet, élevé à une puissance dont l'exposant est aussi constant et égal à 0, 1699 (1).

Cette formule, appliquée aux canons des calibres de 6, 9, 12, 18, 24, donne les résultats suivants :

Calibres,	6,	9,	12,	18,	24.
Nombres fondamentaux,	400,	421,	450,	482,	506.

L'auteur indique des formules différentes pour les canons de place et de la marine, et en obtient des nombres fondamentaux plus grands que ceux qu'il a calculés pour les canons de campagne.

Il fait observer ensuite que ces nombres fondamentaux ne doivent pas être considérés comme exacts ou nécessaires d'une manière absolue, attendu que l'on peut augmenter ou diminuer le poids de l'affût selon que l'on diminue ou que l'on augmente le poids de la pièce. En cela l'auteur, d'accord avec quelques autres artilleurs, semble

dignes d'éloges, quelqu'instructifs que soient les efforts faits pour découvrir des vérités, à l'aide d'expériences éparses, dans la vue d'épargner les frais et les pertes de temps qu'occasionneraient de nouvelles expériences, il semble toutefois que dans le cas qui nous occupe on ne considère pas assez ce qu'il y a d'arbitraire dans l'hypothèse d'où l'on part.

(1) Ce n'est pas immédiatement le poids des canons que cette formule représente, mais bien ce que l'auteur appelle *le nombre fondamental du système de poids*. En effectuant les applications indiquées dans le texte, dans la supposition de charges égales au $\frac{1}{3}$ du poids du boulet, je trouve les résultats suivants :

Calibres.	6	9	12	18	24
Nombres fondamentaux.	400	450	472	518	531
Poids des pièces qui s'en déduisent.	800	1350	1888	3108	4248

(*Note du traducteur français.*)

énoncer un principe que je crois susceptible d'être contesté, savoir, que les poids des affûts dépendent immédiatement de ceux des canons. — La justesse du tir ne peut que gagner à l'augmentation du poids de la pièce, qui a de plus l'avantage de diminuer l'influence préjudiciable du tir sur les affûts; mais d'un autre côté cette augmentation doit avoir des bornes imposées par la condition de la mobilité. L'expérience doit être consultée pour avoir égard de la manière la plus convenable à l'une et à l'autre de ces deux conditions opposées.

Le problème de la construction des affûts consiste à leur procurer une résistance suffisante sous le moindre poids possible; et bien qu'à cet égard la résistance doive être considérée en portée comme dépendante du poids, je ne saurais cependant admettre d'autre règle pour la détermination de ce dernier que celle *de faire les affûts aussi légers que possible*. Si la considération de la mobilité (1) exige que l'on augmente le poids du système entier de la pièce et de son affût, tout nous indique que l'augmentation doit porter sur la bouche à feu, rien au contraire ne plaide pour une augmentation du poids de l'affût (2).

A l'égard de la détermination du poids des affûts, l'auteur arrive à ce principe, que ce poids doit être proportionnel au quotient du carré du poids de la charge, divisé par le poids de la pièce.

(1) Il est probable qu'il s'agit ici du recul trop considérable qui a lieu lorsque les pièces sont trop légères.

(2) Nous partageons entièrement la manière de voir que résume ici M. le rapporteur; mais nous ne voyons nullement que l'assertion énoncée par le lieutenant colonel de Borkenstein soit en opposition avec elle. Si ce dernier pouvait développer sa pensée vis-à vis M. le rapporteur, il y a tout lieu de croire que les deux opinions arriveraient à n'en former plus qu'une seule.

L'ITALIE MILITAIRE (1).

Tel est le titre d'une brochure qui a paru il y a peu de temps, et dont l'objet est de développer le système de défense de l'Italie. On ne peut s'empêcher de rendre la justice qu'ils méritent aux sentiments patriotiques qui ont dirigé l'auteur. Son but a été de faire connaître à ses concitoyens quelles seraient les ressources défensives de l'Italie unie et indépendante, et quel devrait en être l'emploi, porté au plus haut point de développement, par une guerre d'invasion. Ce but a-t-il été complétement atteint? c'est ce que nous allons examiner aussi rapidement qu'il sera possible.

D'abord, le point de vue sous lequel l'auteur envisage la question, l'idée fixe à laquelle il revient toujours, et qu'on rencontre sous toutes les formes, est que la défense de l'Italie septentrionale n'est qu'une opération préparatoire, dont les résultats sont d'autant moins importants, que la véritable défense de l'Italie est dans le royaume de Naples, en raison, non-seulement de la nature du terrain, mais encore par la valeur des habitants. Certes, personne ne blâmera dans l'auteur le sentiment d'attachement

(1) Un volume in-12, chez Anselin, à Paris, 1836.

à la contrée qui l'a vu naître, qui lui fait désirer de voir ses concitoyens placés au premier rang parmi les Italiens. Mais le patriotisme local est trop sujet à l'erreur et à l'illusion pour être un bon juge dans la question d'intérêt général, il n'est malheureusement que trop démontré par les nombreux exemples consignés dans l'histoire, que les peuples de l'extrémité méridionale de l'Italie sont les moins belliqueux de toute la péninsule, et que jamais ils n'ont pu résister à une invasion, lors même que l'armée assaillante n'égalait pas à beaucoup près les forces organisées du pays ; car on ne saurait appeler résistance efficace des résolutions partielles, qui n'ont jamais pu aboutir qu'à ruiner le pays sans le délivrer.

Mais, en se contentant d'examiner la question sous le seul point de vue militaire, on arrive à des résultats tout à fait opposés à ceux de l'auteur. Au premier coup d'œil on répugne déjà à l'idée de défendre avec succès un pays en commençant par en abandonner dans les mains de l'ennemi la plus grande et la meilleure partie pour se renfermer dans un petit coin, où, ne pouvant plus l'attaquer que de front, et par conséquent avec un grand désavantage, on n'aura bientôt d'autre ressource que celle de se soumettre. Le centre de défense d'un état, la citadelle, si l'on veut ainsi l'appeler, doit être placée de manière à assiéger l'ennemi, à le diviser, pour assurer sa position et couvrir ses flancs, et à permettre aux défenseurs de manœuvrer avec tout l'avantage d'une masse compacte, contre une force affaiblie par son extension ou par la division. Telle n'est pas la position de la Calabre où l'auteur place la citadelle ; nous allons voir où elle se trouve réellement.

La question de la défense de l'Italie contre une invasion étrangère a été traitée et résolue il y a plus de trente ans,

par un comité, dont l'auteur du présent article a été membre et rapporteur. Le travail de ce comité, approuvé aux comices de Lyon, en 1802, a servi de base à l'organisation militaire de la république et du royaume d'Italie. Un simple article n'est pas le lieu où l'on puisse développer l'existence et les mesures adoptées dès lors ; un exposé rapide des principes généraux, sur lesquels le système repose, suffira.

L'Italie n'est exposée à une guerre d'invasion que de la part de ses plus puissants voisins ; encore attaquée par l'un, est-elle assurée de l'alliance de l'autre. Mais admettons la neutralité de l'un des deux. Les guerres avec l'Autriche, seront toujours non-seulement les plus probables], mais les plus fréquentes. Celles avec la France seront les moins probables, et n'auront même pas lieu, si les deux gouvernements entendent loyalement les intérêts nationaux. La nature semble être ici d'accord avec la politique, dans la disposition du terrain de l'Italie supérieure. Du côté de l'Autriche ; le Tagliamento, la Livenza, la Piave, la Brenta et l'Adige, appuyé à droite par les lagunes d'Adria et de Rovigo, forment de bonnes lignes de défense, où la guerre peut se prolonger avec succès, et qui couvrent le développement des forces défensives de l'Italie, dans leur plus grande extension. Du côté de la France, au contraire, les lignes du Tanaro, de la Bormida, de la Trébia, de la Sésia, du Tésin, sont toutes coupées par le cours du Pô, sur lequel l'armée assaillante se trouve à cheval aussitôt qu'elle a passé les Alpes.

Du côté de l'Autriche, la défensive doit être appuyée par des forts, aux débouchés de tous les passages des Alpes et des vallées qui en descendent ; par des places fortes à Palma-Nova, Sacile, Trévise, Bassano, Venise,

Ferrare, Legnago, Vérone et Peschiera. Du côté de la France, de même par des forts aux débouchés des Alpes et par des places fortes à Verceil, Ivrée, Turin, Coni, Ceva, Gênes, Alba et Alexandrie. Mantoue, qui, avec la Serraglia, forme un grand camp retranché où 80 mille hommes peuvent tenir indéfiniment et subsister sur place, est le centre des deux systèmes de défense, le pivot des mouvements défensifs, et la grande tête de pont qui couvre la seconde grande ligne défensive.

Cette seconde ligne se trouve derrière le Pô, couverte à gauche par Alexandrie, Tortone, Novi et Gênes, et à droite par les lagunes de Rovigo et Comacchio, et par Ferrare et Ravenne.

Quant au centre de défense de l'Italie, à la citadelle où doivent se concentrer toutes les forces du pays pour arrêter d'abord et repousser ensuite l'invasion, il est en Toscane, c'est-à-dire dans la contrée comprise entre l'Apennin et le Tibre. Les bastions de cette citadelle doivent être les places de la Spezia, Lucques, Pistoja, Fieroli, Arezzo, Città-di-Castello, Pérouse et Foligno. Elle doit être flanquée par la défense successive des rivières qui descendent de l'Apennin dans l'Adriatique, par les forteresses d'Ancône, Talentino, Foligno et Ascoli, et enfin par la ligne du Tranto, mise en communication avec celle de la Nera.

Il est facile de concevoir que dans cette situation l'ennemi ne pourrait non-seulement hasarder d'aller se rendre maître de Rome, mais même avancer jusqu'à la hauteur d'Ancône, sans courir le risque de voir battre les troupes qu'il aurait forcément laissées vers Modène et Bologne, de perdre ses magasins et ses communications, et

d'être enveloppé précisément dans le moment où il se trouverait encore assis dans les défilés de l'Apennin sans pouvoir se déployer. Il sera donc contraint de diriger d'abord ses efforts contre la Toscane. S'il l'attaque seulement par le front qui regarde Modène et Bologne, il peut être pris de flanc par Rimini et Bologne. S'il veut embrasser la Toscane par le nord et l'est, il se divise et s'expose à voir une moitié de ses forces écrasée par le choc des masses concentrées devant lui. Si dans la seconde guerre punique la principale armée romaine eût été portée sur les hauteurs qui dominent l'Arra, entre Florence et Pise, Annibal aurait été fort embarrassé pour passer l'Apennin.

Un général italien qui, en suivant le conseil de l'auteur de l'ouvrage que nous analysons, concentrerait ses forces à Bologne pour se retirer delà par l'Ombrie, commettrait une faute irréparable. Un ennemi habile et actif pourrait, en le retenant par des attaques de front, le faire tourner par la gauche, et le prévenir, peut-être déjà à Pérouse et Foligno, mais au moins par Civita-Ducale, sur le plateau d'Aquila, et par les défilés de Taglia-Cozzo, où Charles d'Anjou consolida la conquête du royaume de Naples, sur le Garigliano et dans l'Abbruzze. L'armée italienne, forcément retenue sur le revers oriental de l'Apennin, serait alors obligée de s'acculer dans la Calabre, et personne ne voudra sans doute admettre que, démoralisée par la position même, et réduite aux ressources presque nulles, pour la guerre du royaume de Naples, elle serait alors en état de reconquérir toute l'Italie.

Nous ne ferons aucune observation sur ce que dit l'auteur relativement aux forces militaires que peut réunir l'Italie. Le calcul qu'il en fait est loin d'être exagéré. Mais ce que nous ne pouvons passer sous silence, dans le sys-

tème d'organisation qu'il propose, est le luxe d'emplois et la presque nécessité des armes facultatives qui en résulte. Outre que les compagnies peuvent et doivent être en général plus fortes avec le nombre d'officiers qu'on leur assigne, le morcellement des corps produit une superfétation d'officiers supérieurs, qui ne peut être que nuisible au bien du service. Ce même morcellement, appliqué aux troupes de cavalerie, d'artillerie et du génie ne s'étend à rien moins qu'à les désorganiser et y détruire l'instruction. Ces différentes armes, outre la discipline militaire, qui ne s'acquiert que par la réunion des corps, ont besoin d'une instruction suivie et uniforme, qui ne peut s'acquérir dans l'isolement où se trouverait chaque fraction. L'expérience a fait voir, à la fin de chaque guerre, la nécessité de réunir par régiment les troupes d'artillerie et du génie divisées pendant sa durée, afin de leur faire réacquérir l'instruction qu'elles avaient perdue.

Nous n'étendrons pas plus loin cette analyse, afin de ne pas en faire une nouvelle brochure. Nous terminerons en répétant que l'ouvrage que nous analysons mérite des éloges sous le rapport des sentiments patriotiques qui l'ont dicté. Il contient des vues utiles; seulement le système général qu'il développe, reposant sur une base inexacte dans bien des points, demanderait, pour être rectifié et devenir vraiment praticable, l'appui des leçons de l'expérience du commandement et de sa pratique pendant des guerres actives.

Le général, G. de Vaudoncourt.

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS LE QUINZIÈME VOLUME.

NUMÉRO 43.

Pages.

Essai sur l'organisation de l'artillerie et son emploi dans la guerre de campagne, par M. Le Bourg, chef d'escadron au 7e régiment d'artillerie. Première partie, matériel. — (1er art.) 5

Précis historique sur la composition de l'artillerie. 5

Introduction de l'artillerie dans les armées. 6

Composition du matériel de l'artillerie avant l'année 1732. 9

Modifications successives. 20

De la défense des états par les positions fortifiées (6e art.). Suite de la défense des montagnes du deuxième degré. Des circonstances où plusieurs chaînes de montagnes partent du pays ennemi pour entrer dans le pays que l'on veut défendre. 28

Premier cas.— Lorsque les différents courants d'eau qui viennent du pays ennemi s'étant réunis avec les deux courants d'eau qui ont formé les premiers, sur la droite et sur la gauche, des gorges importantes, situées en entier en deçà de la frontière, la vallée où coule ce rassemblement d'eaux se trouve impraticable. 33

Deuxième cas. — Lorsque les différents courants d'eau qui viennent du pays ennemi s'étant réunis avec les deux courants d'eau qui ont formé les premiers, sur leur droite et sur leur gauche, des gorges importantes, situées en entier en deçà de la frontière, la vallée où coule ce rassemblement d'eaux forme seulement un bassin devenant impraticable un peu plus bas. 37

Troisième cas. — Lorsque les différents courants qui viennent du pays ennemi s'étant réunis avec les deux courants d'eau qui ont formé les premiers, sur leur droite et sur leur gauche, des gorges importantes, situées en entier en deçà de la frontière, la vallée où coule ce rassemblement d'eaux est praticable. 58

Des circonstances où la grande chaîne de montagnes étant perpendiculaire

Pages.
à la frontière, deux de ses différentes ramifications se trouvent parallèles à cette même frontière. 65
Aide-mémoire de l'ingénieur militaire, par M. Grivet, capitaine du génie. Livre second.—Sciences auxiliaires. — Chap. 1er (suite). — Mathématiques.—Géométrie à trois dimensions. 87
Trigonométrie rectiligne. 94
Table abrégée des logarithmes, des sinus et des cosinus. 110
Lettre de M. le général G. de Vaudoncourt au directeur du *Journal des sciences militaires*. 117
Journal d'art, science et histoire de la guerre, publié à Berlin, par MM Decker et Blesson. — Sommaire des articles relatifs à l'artillerie et au génie. . 122

NUMÉRO 44.

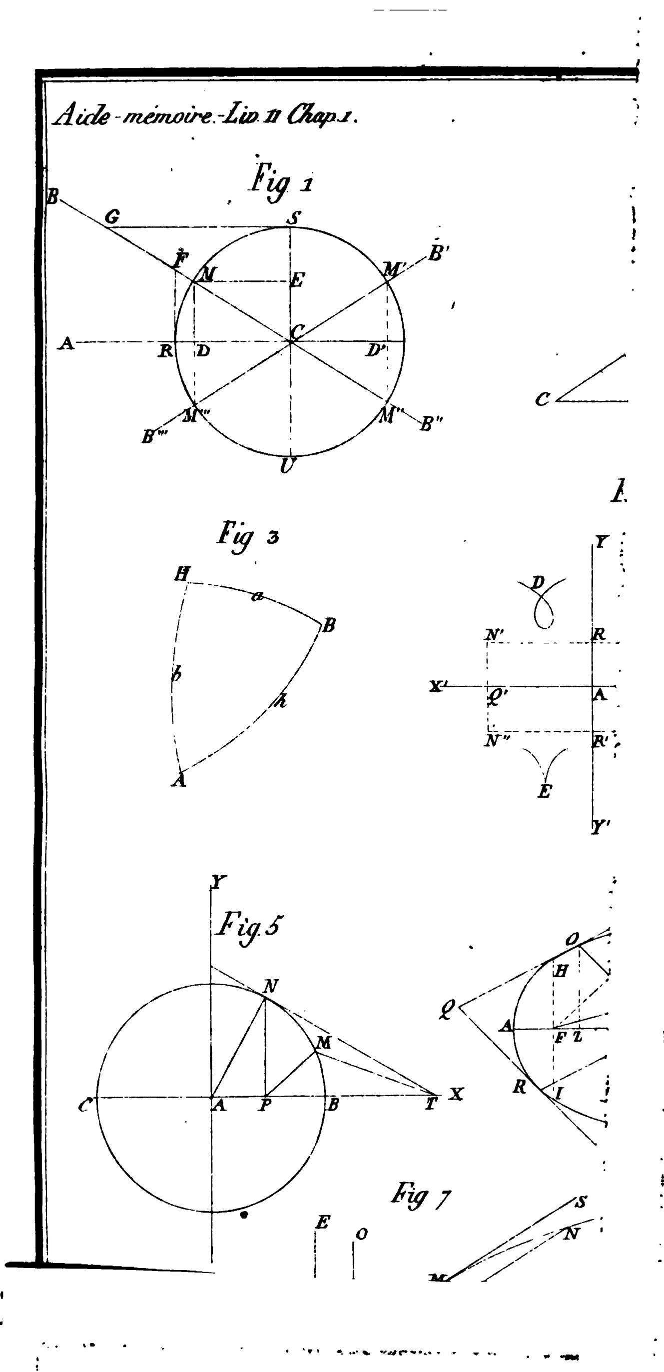
La force armée mise en harmonie avec l'état actuel de la société, par un officier étranger. 129
Manuel d'artillerie à l'usage des officiers d'artillerie de la république helvétique, par le prince Napoléon-Louis Bonaparte, capitaine d'artillerie helvétienne. Compte rendu par M. le général G. de Vaudoncourt. . . 173
Essai sur l'organisation de l'artillerie et son emploi dans la guerre de campagne, par M. Le Bourg, chef d'escadron au 7e régiment d'artillerie (2e art.). Système de Gribeauval.. 178
Système de l'an XI. 192
Dispositions qui ont suivi le rejet du système de l'an XI. 201
Système actuel. 205
Aide-mémoire de l'ingénieur militaire, par M. Grivet, capitaine du génie. Livre second. — Sciences auxiliaires. — Chapitre premier (suite). — Mathématiques. — Géométrie à trois dimensions. 216
Géométrie analytique. 223
Mesures des surfaces. 238
Considérations générales sur les troupes à cheval, par M. Charles de Tourreau, capitaine de cavalerie. 244
Sur les fusils à percussion dans le Wurtemberg et en Bavière (nos 28 et 40 de l'Allgemeine militär-zeitung, pour 1836). 259
Annonces diverses. 264

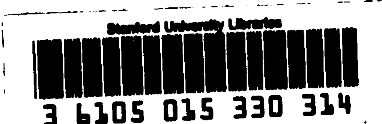
NUMÉRO 45.

Aide-mémoire de l'ingénieur militaire, par M. Grivet, capitaine du génie. Livre second. — Sciences auxiliaires.—Chapitre premier (suite). — Mathématiques. — Mesure des solides. 265
Calcul différentiel. 271

Pages.
Calcul intégral 285
Calcul aux différences finies. 301
Alphabet grec. 308
De la défense des états par les positions fortifiées (7e art.). — Chap. III. .
Emploi des forteresses dans la défense des frontières fluviales. 309
Article 1er. Dispositions relatives à la défense des rivières dont on occupe les deux bords. 314
Art. 2. Dispositions relatives à la défense des rivières dont on occupe un seul bord. 328
Art. 3. Emploi des forteresses dans la défense des frontières aquatiques 334
Art. 4. Emploi des forteresses dans la défense des sols accessibles et mélangés. 339
Art. 5. Défense des possessions situées au delà des mers. 348
Éléments d'administration pour la paix et la guerre, par M. Sainte-Chapelle, sous-intendant militaire. 352
Éloge de M. le baron de Férussac, lieutenant colonel au corps royal d'état-major, par M. le baron Charles Dupin, membre de l'Institut de France. 365
Extraits divers du 9e cahier de l'année 1835 du journal d'art, science et histoire de la guerre, publié à Berlin. I. Expérience relative à l'influence du souffle d'un canon de 24 suédois à la Helwig, sur la dégradation de jour d'embrasure. 370
II. Expériences de tir de bombes de 40 avec des canons de 24, en Suède. . 371
III. Sur la bouche à feu de fonte de fer. 373
IV. Sur les affûts en fer. 380
V. Sur les poids des bouches à feu et de leurs affûts. 380
L'Italie militaire. — Compte rendu par M. le général G. de Vaudoncourt. 384

FIN DE LA TABLE DU QUINZIÈME VOLUME.


Fig 1
B
G
S
F
M
E
M'
B'
A
R
D
C
D'
M'''
M''
B'''
B''
U
C
Fig 3
H
a
B
b
h
A
D
Y
N'
R
X'
Q'
A
N''
R'
E
Y'
Y
Fig 5
N
M
C
A
P
B
T
X
O
H
Q
A
F
L
R
I
Fig 7
S
N
E
O
M


Stanford University Libraries
3 6105 015 330 314

